

# Optimizacija i planiranje površinskih kopova stohastičkim modelima; Open pit mine optimization and planning with stochastic models

Dejan R. Stevanović



Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду

[ДР РГФ]

Optimizacija i planiranje površinskih kopova stohastičkim modelima; Open pit mine optimization and planning with stochastic models | Dejan R. Stevanović | Универзитет у Београду | 2015-05-29 | |

<http://dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/0003979>

Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду омогућава приступ издањима Факултета и радовима запослених доступним у слободном приступу. - Претрага репозиторијума доступна је на [www.dr.rgf.bg.ac.rs](http://www.dr.rgf.bg.ac.rs)

The Digital repository of The University of Belgrade Faculty of Mining and Geology archives faculty publications available in open access, as well as the employees' publications. - The Repository is available at: [www.dr.rgf.bg.ac.rs](http://www.dr.rgf.bg.ac.rs)

UNIVERZITET U BEOGRADU

Rudarsko-geološki fakultet

Dejan R. Stevanović

**OPTIMIZACIJA I PLANIRANJE  
POVRŠINSKIH KOPOVA  
STOHAŠTIČKIM MODELIMA**

doktorska disertacija

Beograd, 2015

UNIVERSITY OF BELGRADE

Faculty of Mining and Geology

Dejan R. Stevanović

**OPEN PIT MINE OPTIMIZATION AND  
PLANNING WITH STOCHASTIC MODELS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2015

**Mentor:**

Prof. dr Nikola Lilić, redovni profesor,  
Priprema mineralnih sirovina, zaštita životne sredine i zaštita na radu  
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

**Članovi komisije:**

Dr Božo Kolonja, redovni profesor,  
Eksploatacija čvrstih mineralnih sirovina i mehanika stena  
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

Dr Dinko Knežević, redovni profesor,  
Priprema mineralnih sirovina, zaštita životne sredine i zaštita na radu  
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

Dr Ranka Stanković, docent,  
Matematika i informatika  
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

Dr Vladimir Malbašić, vanredni profesor,  
Površinska eksploatacija ležišta mineralnih sirovina  
Univerzitet u Banjoj Luci, Rudarski fakultet Prijedor

# OPTIMIZACIJA I PLANIRANJE POVRŠINSKIH KOPOVA STOHAISTIČKIM MODELIMA

## REZIME

Savremeno rudarstvo izloženo je stalnom trendu pogoršanja uslova poslovanja. Mogućnost ostvarenja ekonomskih i drugih ciljeva rudarskog projekta kompromitovana je stalnim pogoršanjem kvaliteta ležišta na kojima se vrši eksploatacija, kao i značajnoj dozi neizvesnosti povezane sa geološkim, ekonomskim i tehničkim parametrima proizvodnje. U ovako kompleksnim uslovima poslovanja, matematički modeli sposobni da odgovore značajnim izazovima, odnosno ponude optimalna rešenja kojima se garantuje maksimalno ispunjenje projektovanih ciljeva, nameću se kao neophodnost.

Trenutni, konvencionalni pristup optimizaciji i planiranju površinskih kopova zasniva se na algoritmima, razvijenim sredinom prošlog veka čije je opšte obeležje deterministički pristup prilikom usvajanja relevantnih ulaznih parametara.

U protekle dve decenije, kao ozbiljna alternativa determinističkom pristupu nameće se primena stohastičkih modela. Mnogobrojni rezultati naučnog rada, snažno sugerišu da stohastički matematički modeli znatno bolje opisuju prirodu savremenog rudarstva i predstavljaju alternativu sposobnu da ponudi bolja rešenja.

U istraživanju predstavljenom u ovom radu, analizara se upotreba stohastičkih matematičkih modela, u procesima planiranja i optimizacije na površinskim kopovima. Cilj disertacije, je da se naučnim metodama, dokažu prednosti implementacije stohastičkog ili kombinovanog (hibridnog) stohastičkog i determinističkog pristupa nad čisto determinističkim (konvencionalno prihvaćenom) pristupom. Praktičan doprinos istraživanja predstavljaju dva razvijena modela. Prvi model, zasniva se na genetskom algoritmu i tretira problem planiranja proizvodnje na površinskom kopu lignita. Drugi razvijeni model je hibridnog tipa, sadrži stohastičku (Monte Karlo metoda) i determinističku komponentu i tretira problem optimizacije granica kopa.

**Ključne reči:** površinski kop, planiranje, optimizacija, stohastički modeli, kontrola kvaliteta uglja, neizvesnost.

**Naučna oblast:**

Rudarsko inženjerstvo

**Uža naučna oblast:**

Eksploatacija čvrstih mineralnih sirovina i mehanika stena

**UDC:**

502/504:004

519.245/.856:519.863/.87:553.9

614.8:622/.271/.333.013:624/.121/.13

669(043.3)

# OPEN PIT MINE OPTIMIZATION AND PLANNING WITH STOCHASTIC MODELS

## SUMMARY

Contemporary mining has constant declining trend in business conditions. Achievement possibilities of economic and other goals of mining projects are being compromised by constant deposit deterioration where exploitation is being held, as well as a significant dose of uncertainty associated with geological, economic and technical parameters of production. In such complex business conditions, mathematical models, able to respond on significant challenges, i.e. to offer optimal solutions which shall guarantee maximal fulfillment of projected goals, are considered to be necessity.

Current, conventional approach to optimization and planning of open pits is based on algorithms which have been developed during the mid of the last century. Their main characteristics is deterministic approach during adoption of relevant input parameters.

In last two decades, adoption of stochastic models is considered to be serious alternative. Numerous results of scientific work strongly suggest that stochastic mathematical models significantly better describe the nature of contemporary mining, and represent alternative capable of offering better solutions.

In planning processes and optimization of open pits, usage of stochastic mathematical models is analyzed in the research that is represented by this dissertation. The aim of the dissertation is to prove the advantages of implementations of stochastic or combined (hybrid) stochastic and deterministic approach over a purely deterministic (conventionally accepted) approach. Two developed models represent practical contribution of the research. First model is based on genetic algorithm and it is dealing with the problem of production planning on the lignite open pit. Second model that is being developed is hybrid type. It has stochastic (Monte Carlo method) and deterministic component and treats the problem of optimization of open pit boundaries.

**Keywords:** open pit mine, planning, optimization, stochastic models, coal quality control, uncertainty.

**Scientific field:**

Mining Engineering

**Special scientific field:**

Exploration of hard mineral resources and rock mechanics

**UDC:**

502/504:004

519.245/.856:519.863/.87:553.9

614.8:622/.271/.333.013:624/.121/.13

669(043.3)



# SADRŽAJ

<b>1. Uvod</b> .....	<b>1</b>
1.1. Značaj i cilj istraživanja .....	4
1.2. Struktura disertacije sa kratkim pregledom poglavlja.....	5
<b>2. Pregled literature</b> .....	<b>8</b>
2.1. Deterministički modeli.....	11
2.1.1. Mane determinističkog pristupa.....	15
2.2. Stohastički modeli .....	16
<b>3. Osnovni koncepti razvoja i planiranja rudarskih projekata</b> .....	<b>23</b>
3.1. Osnovne postavke.....	23
3.2. Faze razvoja rudarskih projekata.....	24
3.3. Planiranje površinskih kopova .....	31
3.3.1. Podela procesa planiranja.....	32
3.4. Osnovni elementi rudarskih projekata.....	35
3.4.1. Razvoj geološkog modela .....	38
3.4.2. Ekonomski blok model .....	45
3.4.3. Optimizacija granica kopa.....	49
3.4.3.1. Analiza kontura na osnovu faktora prihoda (eng. nestedpits).....	51
3.4.4. Konstrukcija završne konture .....	59
3.4.5. Definisanje faza razvoja površinskog kopa .....	61
3.4.6. Projektovanje odlagališta i deponija .....	67
3.4.7. Definisanje kapaciteta proizvodnje.....	68
3.4.8. Detaljno planiranje proizvodnje.....	69
3.4.9. Definisanja sistema proizvodnje .....	71
3.4.10. Ekonomska evaluacija projekta.....	73

<b>4. Matematički modeli za optimizaciju i planiranje površinskih kopova .....</b>	<b>77</b>
4.1. Uvod.....	77
4.2. Složenost problema optimizacije površinskog kopa.....	78
4.3. Teorija grafova.....	83
4.4. Lerchs-Grossmann algoritam .....	89
4.4.1. Dvodimenzionalni primer .....	90
4.4.2. Poboljšanja Lerchs-Grossmann algoritma .....	96
4.5. Whittle optimizacioni algoritam .....	97
4.5.1. Osnovni koraci Whittle optimizacionog algoritma .....	97
4.5.2. Generisanje školjki kopova.....	98
4.5.2.1. Najbolji i najgori scenario otkopavanja .....	99
4.5.2.2. Izbor krajnje granice kopa na grafiku promene optimalne konture .....	99
4.6. Modeli dugoročnog planiranja proizvodnje na površinskim kopovima.....	100
4.7. Lerch- Grossmann parametrizacija.....	102
4.8. Metoda linearnog programiranja.....	103
4.9. Celobrojno linearno programiranje.....	104
4.10. MIP algoritam za dugoročno planiranje površinskih kopova.....	108
4.11. Matematička formulacija algoritma fundamentalnog stabla .....	110
4.11.1. Definicije promenljivih .....	111
4.11.2. Koraci algoritma osnovnog stabla .....	113
4.11.3. Formulacija modela linearnog programiranja .....	115
4.11.3.1. LP funkcija cilja.....	115
4.11.3.2. Ograničenja vezana za problem .....	116
4.11.3.3. Rešenje modela.....	118
4.11.4. Primer upotrebe modela.....	120
4.11.4.1. Primena prvog koraka.....	120

4.11.4.2. Primena drugog koraka .....	121
4.11.4.3. Primena trećeg koraka .....	122
4.12. Simulirano kaljenje.....	123
4.12.1. Razvoj i polje primene.....	123
4.12.2. Funkcionisanje algoritma i prednosti .....	124
4.12.3. Primena simuliranog kaljenja u rudarstvu .....	130
4.13. Genetski algoritam.....	134
4.13.1. Osnovni genetski algoritam .....	135
4.13.2. Reprzentacija jedinki i funkcija prilagođenosti.....	138
4.13.3. Karakteristična svojstva.....	139
4.13.4. Integrisanje komponenti.....	140
4.14. Monte Carlo simulacija .....	142
4.14.1. Primena Monte Carlo simulacije.....	146

## **5. Razvoj modela za stohastičko planiranje upravljanja kvalitetom**

<b>uglja na površinskim kopovima.....</b>	<b>149</b>
5.1. Definisane problema .....	149
5.2. Razvoj softvera za operativno planiranje upravljanja kvalitetom uglja na površinskim kopovima lignita .....	155
5.2.1. Cilj i zahtevi softverskog rešenja.....	155
5.2.2. Model podataka .....	156
5.2.3. Implementacija matematičkog modela .....	158
5.2.4. Formiranje tehnološkog modela .....	160
5.2.5. Rešavanje problema .....	164
5.2.6. Analiza rešenja .....	166
5.2.7. Modeli za planiranje rada deponija uglja .....	168
5.2.7.1. Efekat homogenizacije na deponiji.....	168
5.2.7.2. Matematički modeli deponija.....	170

5.2.7.3. Windrow model deponije .....	171
5.2.7.4. Strata model deponije .....	174
5.3. Primer - Simulacija operativnog plana upravljanja kvalitetom uglja.....	177
<b>6. Razvoj hibridnog modela za optimizaciju završne konture površinskog kopa i procenu neizvesnosti .....</b>	<b>188</b>
6.1. Korišćeni matematički alati za razvoj hibridnog modela.....	190
6.2. Izvori neizvesnosti vezani za ekonomsku vrednost bloka .....	190
6.2.1. Definicija ekonomske vrednosti bloka .....	191
6.2.2. Geološka neizvesnost.....	193
6.2.3. Tržišna neizvesnost .....	198
6.2.4. Neizvesnost procene troškova i iskorišćenja.....	202
6.3. Hibridni model za optimizaciji granica površinskog kopa i procenu neizvesnosti.....	203
6.3.1. Algoritam hibridnog modela.....	204
6.3.2. Domet i ograničenja razvijenog modela .....	208
6.3.3. Korišćeni programski paketi.....	210
6.4. Primer upotrebe razvijenog hibridnog modela na metaličnom ležištu .....	211
6.4.1. Definisanje skupa ulaznih parametara za proračun EVB .....	212
6.4.2. Proračun Ekonomske Vrednosti Bloka (EVB) .....	215
6.4.3. Analiza i formiranje EVB za svaki blok u blok modelu .....	216
6.4.4. Generisanje optimalnih kontura i procena neizvesnosti. 221	
<b>7. Zaključak i preporuke za dalji rad.....</b>	<b>225</b>
<b>8. Literatura.....</b>	<b>230</b>
<b>9. Biografija .....</b>	<b>246</b>

## SPISAK SLIKA

Slika 1.1. Struktura i tok izrade disertacije .....	7
Slika 2.1. Posledice neuključivanja neizvesnosti u projekat, deterministički pristup (levo) i stohastički pristup (desno) – Dimitrakopoulos, (2002).....	18
Slika 2.2. Uticaj neizvesnosti na NPV performanse projekta, Dimitrakopoulos (2002).....	19
Slika 2.3. Algoritam stohastičkog modela baziranog na simuliranom kaljenju Godoy i Dimitrakopoulos (2004).....	20
Slika 3.1. Faze u razvoju rudarskog projekta - McKenzie (1980.) .....	25
Slika 3.2. Faze u razvoju rudarskih projekata – Lee (1984.) .....	25
Slika 3.3. Faze razvoja rudarskih projekata.....	27
Slika 3.4. Međusobna zavisnost osnovnih elemenata planiranja (Dagdalen, 1985). ....	31
Slika 3.5. Metodologija planiranja rudarskih projekata .....	37
Slika 3.6. Geološki blok model .....	39
Slika 3.7. Geološki grid model.....	40
Slika 3.8. Metodologija eksplicitnog modeliranja .....	42
Slika 3.9. Histogrami raspodele sadržaja u zavisnosti od veličine bloka .....	43
Slika 3.10. Dimenzije bloka u modelu .....	44
Slika 3.11. Dimenzije grida.....	44
Slika 3.12. Ekonomski blok model-blokovi grupisani prema ekonomskoj vrednosti bloka .....	46
Slika 3.13. Optimalna kontura kopa.....	52
Slika 3.14. Dijagram promene optimalnih kontura u zavisnosti od faktora prihoda....	53
Slika 3.15. Generisane 3D konture u zavisnosti od faktora prihoda.....	56
Slika 3.16. Profilski prikaz povećanja konture promenom faktora prihoda .....	56
Slika 3.17. Pojedinačan prikaz promene kontura u zavisnosti od faktora prihoda.....	57
Slika 3.18. Fina korekcija i prevođenje optimalne u završnu konturu kopa .....	59

Slika 3.19. Metodologija prevođenja resursa u rezerve .....	60
Slika 3.20. Podela eksploatacionih blokova na faze razvoja.....	64
Slika 3.21. Prikaz faza razvoja na profilu.....	65
Slika 3.22. Konture faza razvoja sa rudonosnim blokovima .....	65
Slika 3.23. Pojedinačni prikaz faza razvoja sa pripadajućim rudnim blokovima.....	66
Slika 3.24. Definisane redosleda otkopavanja i angažovane opreme (Vivas, 2014) .....	70
Slika 4.1. Blok model ležišta .....	78
Slika 4.2. Kružni tok optimizacije proizvodnje na površinskom kopu (Sevim i Lei, 1998) .....	79
Slika 4.3. Numerički primer .....	81
Slika 4.4. Optimalno rešenje za dati numerički primer .....	82
Slika 4.5. Primer usmerenog grafa.....	84
Slika 4.6. Usmereni graf predstavljen u dve dimenzije.....	85
Slika 4.7. Primer stabla sa korenom.....	85
Slika 4.8. Stablo sa korenom i ogranak koji se dobija uklañanjem luka $(x_1, x_6)$ .....	86
Slika 4.9. Stablo sa korenom u kojem su čvorovima pridružene numeričke vrednosti .....	86
Slika 4.10. Ogranak dobijen eliminacijom luka $(x_3, x_2)$ na slici 4.9.....	87
Slika 4.11. Lukovi okarakterisani kao jaki ili slabi.....	88
Slika 4.12. Rezultat normalizacije stabla sa slike 4.11 .....	89
Slika 4.13. Vrednosti blokova.....	90
Slika 4.14. Podaci za prvi nivo .....	91
Slika 4.15. Razvoj algoritma za prvi nivo.....	91
Slika 4.16. Podaci za drugi nivo.....	92
Slika 4.17. Razvoj algoritma za drugi nivo .....	92
Slika 4.18. Razvoj algoritma za drugi nivo .....	93
Slika 4.19. Razvoj algoritma za drugi nivo .....	93

Slika 4.20. Razvoj algoritma za drugi nivo .....	93
Slika 4.21. Razvoj algoritma za drugi nivo .....	94
Slika 4.22 Razvoj algoritma za drugi nivo .....	94
Slika 4.23. Podaci za treći nivo .....	95
Slika 4.24. Razvoj algoritma za treći nivo.....	95
Slika 4.25. Razvoj algoritma za treći nivo.....	96
Slika 4.26. Granica optimalnog kopa .....	96
Slika 4.27. Dijagram promene optimalnih kontura u zavisnosti od faktora prihoda.....	100
Slika 4.28. Školjke konture kopa za različite parametre.....	102
Slika 4.29. Primer 2-D modela bloka, (a) prikazuje ekonomske vrednosti bloka u €/t, i (b) prikazuje brojeve čvorova. Pretpostavlja se da su ograničenja kosine $45^\circ$ u svim pravcima.....	111
Slika 4.30. Mreža koja prikazuje ograničenja kosine blokova rude za 2-D primer modela bloka dat na slici 4.29 .....	111
Slika 4.31. Opšti dijagram toka koji prikazuje sve korake u algoritmu osnovnog stabla.....	113
Slika 4.32. LP rešenje dalo je dva osnovna stabla. Jedno osnovno stablo.....	119
Slika 4.33. 2-D primer modela bloka koji zahteva iterativno LP rešenje (a) su ekonomske vrednosti bloka, i (b) brojevi čvorova. ....	120
Slika 4.34. Odnos prethođenja čvorova i prikaz mrežnog modela 2-D primera .....	120
Slika 4.35. LP među-rešenje iz početne formulacije za primer dat na slici 4.34 .....	121
Slika 4.36. Konačno LP rešenje iz druge formulacije dobijeno korišćenjem CPLEX softvera za primer dat na slici 4.34.....	121
Slika 4.37. Alternativno LP rešenje za primer dat na slici 4.35.....	123
Slika 4.38. Generalni algoritam simuliranog kaljenja.....	125
Slika 4.39. Sistem (problem) sa više lokalnih maksimuma .....	126

Slika 4.40 Osnovne faze evolucije .....	137
Slika 4.41. Klasifikacija hibridnih sistema.....	141
Slika 4.42. Generalni algoritam determinističkih simulacija .....	143
Slika 4.43. Generalni algoritam Monte Carlo simulacija .....	143
Slika 5.1. Varijabilnost sadržaja SO <sub>2</sub> u isporučenom uglju.....	151
Slika 5.2. Tok uglja od površinskog kopa do termoelektrane.....	152
Slika 5.3. Faze planiranja kopa .....	152
Slika 5.4. Šematski prikaz plana upravljanja kvalitetom uglja.....	154
Slika 5.5. Šema baze podataka za operativno planiranje .....	157
Slika 5.6. Izrada operativnog plana tehnološkog sistema .....	158
Slika 5.7. Parametri genetskog algoritma.....	163
Slika 5.8. Tehnološki blokovi sa prikazanim kvalitetom uglja i pozicije bagera....	164
Slika 5.9. Ograničenja optimizacije.....	165
Slika 5.10. Grafički i tabelarni prikaz planiranog rada sistema .....	166
Slika 5.11. Primeri sistema izveštavanja (plan rada) .....	167
Slika 5.12. Plan isporuke uglja termoelektranama.....	168
Slika 5.13. Odnos zapremine i varijabilnosti (kako se masa analiziranog paketa povećava (a), varijansa između sadržaja se smanjuje (b)) .....	170
Slika 5.14. Windrow model deponije.....	172
Slika 5.15. Windrow model uzimanja.....	173
Slika 5.16. Strata model deponije.....	175
Slika 5.17. Koraci izvršenja razvijenog modela.....	177
Slika 5.18. Prikaz pozicija istaržnih radova na ležištu Polje E.....	178
Slika 5.19. Dugoročni plan eksploatacije sa distribucijom sumpora u ležištu.....	179
Slika 5.20. Distribucija sumpora u ležištu, originalni podaci .....	180
Slika 5.21. Integralni tehnološki model upravljanja kvalitetom uglja.....	181
Slika 5.22. Simulacija plana rad bagera, prikaz sumpora u otkopanom uglju u ciklusima .....	182



Slika 5.23. Simulacija sadržaja sumpora u uglju na zbirnom transporteru, ulaz na deponiju uglja.....	183
Slika 5.24. Sumpor u paketima koji se odlažu na, odnosno, uzimaju sa deponije.....	184
Slika 5.25. Histogram sumpora originalni podaci (levo) i simulirani podaci sumpora (desno) .....	185
Slika 5.26. Standardna devijacija sumpora u funkciji broja odloženih slojeva .....	186
Slika 5.27. Prosečna standardna devijacija za različiti broj odloženih slojeva .....	187
Slika 6.1. Dijagram faza analize neto sadašnje vrednosti u rudarskim projektima (Morley, Snowden, Day 1999) .....	194
Slika 6.2. Neizvesnosti u proceni resursa .....	197
Slika 6.3. Prosečne cene zlata i srebra u periodu od 1915-2012. godine (izvor - macrotrends.net).....	199
Slika 6.4. Odnos vrednosti Američkog Dolara i Eura (\$/€) i Američkog Dolara i Britanske Funte (\$/£) u periodu januar 2000-decembar 2013. god.....	201
Slika 6.5. Odnos vrednosti Američkog Dolara i RSD (\$/RSD) u periodu januar 2000-decembar 2013. godine .....	201
Slika 6.6. Algoritam razvijenog hibridnog modela.....	205
Slika 6.7. Geološki blok model sa pozicijom bušotina.....	212
Slika 6.8. Cena koncentrata gvožđa za 51,4% Fe (China import Iron Ore - CFR Tianjin port) .....	213
Slika 6.9. Verovarnoa raspodele EVB (sadržaj korisne komponente 41.6%Fe) .....	216
Slika 6.10. Odnos stohastičke i determinističke EVB i aproksimacija stohastičke EVB za $x-\sigma$ .....	218
Slika 6.11. Odnos stohastičke i determinističke EVB i aproksimacija stohastičke EVB za $x+\sigma$ .....	220
Slika 6.12. Generisane optimalne konture .....	221

## SPISAK TABELA

Tabela 2.1. Pregled osnovnih determinističkih matematičkih modela za optimizaciju granica kopa (Dagdeled, 1985) .....	11
Tabela 2.2. Pregled osnovnih determinističkih matematičkih modela za planiranje razvoja na kopovima (Osanloo, Gholamnejad i Karimi 2008) .....	13
Tabela 3.1. Osnovne razlike između blok modela i grid modela .....	38
Tabela 4.1. Karakteristike faza razvoja - u numeričkom primeru korišćen LG metod .....	81
Tabela 4.2. Karakteristike optimalnog rešenja numeričkog primera .....	82
Tabela 4.3. Uputstvo za kvalifikovanje lukova i ogranaka .....	88
Tabela 6.1. Osnovni izvori neizvesnosti u parametrima za proračun EVB.....	192
Tabela 6.2. Aktivnosti i zadaci pri proceni resursa i rezervi (Morley i dr., 1999).....	195
Tabela 6.3. Set ulaznih parametara za deterministički proračun EVB .....	212
Tabela 6.4. Raspodele verovatnoće za ulazne parametre .....	214
Tabela 6.5. Rezultati i poređenje deterministički i stohastički dobijenih EVB.....	217
Tabela 6.6. Osnovne performanse generisanih optimalnih kontura .....	222

## 1. UVOD

Savremeno rudarstvo okarakterisano je stalnim pogoršanjem uslova poslovanja. Ovo posebno dolazi do izražaja kada se u obzir uzme činjenica da su ležišta na kojima se eksploatacija vrši, sve češće: velike dubine, složene strukture, niskog kvaliteta ili neodgovarajućeg sastava, a često na lokacijama koja su sa infrastrukturnog aspekta veoma nepovoljna ili u regionima sa izraženom političkom nestabilnošću. Rudarski projekti, sa elementima koji garantuju ostvarenje profita, u ogromnoj većini, su stvar prošlosti. Uspešno poslovanje u uslovima ograničenih resursa je nemoguće bez analize svih tehničko-ekonomskih parametara i održivih scenarija delovanja. U tom smislu je neophodan stalan razvoj efikasnih matematičkih modela sposobnih da omoguće uspešan razvoj rudarskih projekata u složenim uslovima savremenog rudarstva.

Trenutni pristup optimizaciji i planiranju površinskih kopova zasniva se na algoritmima, razvijenim sredinom prošlog veka. Opšte obeležje ovih algoritama je deterministički pristup prilikom usvajanja relevantnih ulaznih parametara. To zapravo znači da se, posle opsežnih analiza, vrednost svakog ulaznog parametara usvaja kao jedinstvena vrednost. Ova vrednost može biti određena za realni trenutak kada se analiza vrši, ili može biti procenjena vrednost sa pokušajem aproksimacije kretanja konkretnog parametra u budućnosti, ali u svakom slučaju usvojena vrednost je jedinstvena, odnosno smatra se apsolutno tačnom. Dalje se optimizacija i planiranje radova vrši pod pretpostavkom, da su geološke granice, raspodela kvaliteta, rudarsko tehnološki i parametri prerade, kao i mogući ekonomski parametri, u potpunosti poznati. Opisano shvatanje i algoritmi postavljeni na ovim osnovama su u literaturi označeni pod terminom konvencionalni pristup.

Mane konvencijalnih algoritama za optimizaciju i planiranje površinskih kopova, leže u činjenici da po pravilu, obezbeđuju sub-optimalna rešenja, odnosno rešenja koja su manje ili više blizu optimalnih. Razlozi za ovo su dvojake prirode i mogu se formulisati kao nemogućnost detemnističkih metoda da obuhvate:

- složenu strukturu i međusobne interakcije ulaznih parametara u projektu i
- neizvesnost prisutnu u rudarskim projektima.

**Složena struktura i međusobne interakcije ulaznih parametara** predstavljaju značajan problem u procesu definisanja rešenja rudarskog projekta. Velikim delom složenost proizilazi iz značajnog broja parametara čije utvrđivanje je neophodno kako bi se došlo do optimalnog rešenja. Ulazni parametri karakterišu se različitom prirodom (geološki, rudarski, tehnološki, ekonomski, organizacioni, administrativni faktori) i veoma kompleksnim međusobnim interakcijama tj. zavisnošću.

U slučaju konvencionalnog pristupa, ovako složen problem zahteva obimne istražne radove i kompleksne analize, a rešenje se formira uvođenjem brojnih iteracija koje generišu različite scenarije. Iterativni postupci su po pravilu vremenski jako zahtevni i naporni. Takođe definitivan broj iteracija ne mora garantovati optimalnost rešenja. Konvencionalni (deterministički) pristup, često može ponuditi dovoljno kvalitetna (precizna) rešenja, ali je njihovo postizanje po pravilu veoma "skupo", odnosno zahteva značajne resurse (veliku količinu istražnih radova, komplekse i mnogobrojne analize, značajnu količinu vremena itd).

**Neizvesnost** je sastavni deo rudarskih projekata, odnosno duboko je inkorporirana u samu prirodu praktično svakog elementa rudarske prakse. Imajući ovo u vidu Royer (2000) napominje da jedan od prvih koraka u procesu planiranja, treba da bude identifikacija i procena uticaja neizvesnosti. Samo na ovakav način može se pravilno upravljati rizicima poslovanja. Autor dalje navodi da je upravljanje rizicima kritična etapa projekta i najčešći razlog negativnog ishoda projekta leži u činjenici da su rizici bili zanemareni ili je njihov uticaj bio potcenjen. Takođe zanemarivanje neizvesne prirode elemenata u projektu za posledicu mogu imati i gubitak potencijalnih prilika za ostvarenje dodatnog profita ili ostalih benefita poslovanja (Snowden, 2002).

Konvencionalni (deterministički) pristup poseduje metode (kao što su analiza osetljivosti i iteracijska optimizacija) kojima se delimično (ali samo delimično) sagledava uticaj neizvesnosti u projektu. I pored toga, zbog same svoje prirode, ovaj pristup nije u mogućnosti da ponudi potpuna rešenja koja na adekvatan i

sveobuhvatan način uključuju sve izvore neizvesnosti u projektu. Osnovni razlog za ovo leži u činjenici da je nepravilno ulaznom parametru dodeliti jedinstvenu vrednost, jer njegova vrednost (u stvarnosti) varira sa različitom verovatnoćom ili je jednostavno nije moguće precizno utvrditi (često je poznat samo opseg u kome se vrednost parametra nalazi).

Iz navedenog je jasno da, u uslovima složenih sistema, deterministički pristup zahteva značajne resurse, i nije u stanju da pruži pravu sliku prisutne neizvesnosti. Ovi nedostaci su i osnovni razlog zbog kog determinističkog pristup nije u stanju da garantuje optimalnost rešenja za mnoge elemente u procesu optimizacije i planiranja rudarskih projekata.

U cilju prevazilaženja ograničenja konvencionalnog pristupa, uloženo je mnogo napora i naučnog rada. Proizvod ovakvog naučnog zalaganja, predstavlja više razvijenih stohastičkih modela i metoda, koje se nameću kao dopuna ili značajna alternativa determinističkim metodama.

Razvijene stohastičke metode sposobne su da inkorporiraju neizvesnost u proces donošenja odluka i ponude značajno praktičnije načine generisanja optimalnih (ili sub-optimalnih) rešenja za složene probleme, karakteristične za rudarstvo.

Dinamičniji razvoj stohastičkih modela, za optimizaciju i planiranje površinskih kopova, vezan je za zadnje dve dekade i u velikoj meri korespondira sa razvojem informatičke podrške. Do sada je razvijeno više stohastičkih modela za optimizaciju i planiranje površinskih kopova. Razvijeni modeli sposobni su samostalno ili uz kombinaciju sa postojećim determinističkim metodama (hibridni modeli) generišu kvalitetna rešenja. Zajedničko obeležje svih razvijenih modela je da generalno daju osetno bolje rezultate od konvencionalnih modela. Prednosti se pre svega ogledaju u verodostojnijoj aproksimaciji geoloških karakteristika ležišta, smanjenju rizika u eksploataciji, formiranju rešenja sa manjim obimom resursa, što za posledicu ima značajno povećanje ekonomske vrednosti projekta (po autorima do 30%, Godoy i Dimitarkopoulos, 2004).

## 1.1. Značaj i cilj istraživanja

Uprkos značajnom naučnom radu uloženom u razvoj stohastičkog pristupa, kao i obećavajućim rezultatima razvijenih modela, izostala je široka implementacija stohastičkih modela u savremenu rudarsku praksu, odnosno u okvir nečega što se smatra konvencionalnim pristupom u planiranju rudarskih projekata. Ovo se delom može objasniti otporom ka nešto složenijem matematičkom alatu, kao i činjenicom da su postojeći stohastički modeli, za optimizaciju i planiranje površinskih kopova relativno novi, sa nedovoljno definisanim prednostima i ograničenjima, zbog čega su često potencijali ovakvog pristupa nepoznati široj stručnoj javnosti.

Imajući u vidu napred navedeno jasno je da i pored značajnih napredaka, stohastički pristup optimizaciji i planiranju površinskih kopova, obezbeđuje veliki prostor za dalje analiziranje i naučno istraživanje.

U skladu sa navedenim, postavljena je i osnovna naučna hipoteza ove disertacije da se implementacijom stohastičkog pristupa mogu otkloniti osnovni nedostaci široko prihvaćenog determinističkog pristupa. Konkretno, u uslovima definisanja izuzetno složenih problema, čije rešavanje detrninističkim pristupom zahteva značajne resurse, kao i u slučajevima izražene neizvesnosti u procesu donošenja odluka, uvođenje stohastičkog pristupa omogućava unapređenje konvencionalnog pristupa i generisanje praktičnijih i kvalitetnijih rešenja.

Cilj disertacije, pod nazivom "Optimizacija i planiranje površinskih kopova stohastičkim modelima" je da se naučnim metodama, dokažu prednosti implemantacije stohastičkog ili kombinovanog (hibridnog) stohastičkog i determinističkog pristupa nad čisto determinističkim (konvencionalno prihvaćenom) pristupom prilikom rešavanja izuzetno kompleksinih rudarskih problema (kao što je slučaj sa sistemom upravljanja kvalitetom uglja), kao i prilikom definisanja problema u izraženim uslovima neizvesnosti (problem optimizacije granica kopa metaličnih ležišta).

Iz prethodnog proizilaze zadaci koji obezbeđuju ispunjenje postavljenog cilja i verifikaciju polazne hipoteze, a svode se na razvoj dva modela koji koriste

stohastički i kombinovani stohastičko-deterministički (hibridni) pristup za rešavanje problema planiranja proizvodnje i upravljanja kvalitetom na površinskim kopovima i problema optimizacije završne konture kopa.

Razvoj prvog modela vezan je za operativno planiranje proizvodnje na površinskim kopovima lignita, sa ciljem upravljanja i kontrolom kvaliteta uglja. Razvijeni stohastički model zasniva se na primeni genetskog algoritma, i sposoban je da uz znatno manje resursa (nego što bi to bio slučaj sa determinističkim pristupom) ponudi dovoljno dobra rešenja.

Drugi model je hibridnog tipa, odnosno koristi stohastičku i determinističku komponentu sa ciljem optimizacije granica kopa i procenu neizvesnosti. Stohastička komponenta (Monte Carlo simulacija) daje modelu mogućnost da preko raspodele verovatnoće pruži kompletnu sliku mogućih ishoda po pitanju tretirane problematike, odnosno obuhvati neizvesnost u proces donošenja odluka.

Poznato je da se u tehnološkom smislu površinska eksploatacija ležišta ugljeva i metalčnih ležišta značajno razlikuje, što za posledicu ima i različite metodološke pristupe u procesima optimizacije i planiranja. Shodno tome prilikom razvoja modela ove razlike su uzete u obzir, pri čemu jedan model tretira lignitska ležišta ugljeva, a drugi je vezan za metalčna ležišta.

Takođe, ovako razvijeni modeli se razlikuju prema tipu tretiranog problema. Prvi model generiše rešenja vezana za operativno planiranje proizvodnje, dok se rešenja drugog modela odnose na optimizaciji završne konture površinskog kopa i procenu neizvesnost u ovom problemu.

## **1.2. Struktura disertacije sa kratkim pregledom poglavlja**

U strukturnom smislu disertacija, je prilagođena postavljenim ciljevima i primenjenoj metodologiji i sastoji se iz 7 poglavlja.

**Prvo poglavlje** predstavlja uvod u tretiranu problematiku sa kratkim osvrtom na osnovne ciljeve i metodologiju korišćenu u disertaciji.

**Drugo poglavlje** daje kratak pregled aktuelnih istraživanja i korišćene literature na polju konvencionalnih (determinističkih) i stohastičkih metoda za optimizaciju granica kopa i planiranje proizvodnje.

**Treće poglavlje** daje opis problematike vezane za rudarske projekte, kao i pregled trenutno korišćenih metoda, za planiranje i optimizaciju površinskih kopova. Poglavlje započinje opisom faza u razvoju rudarskog projekta, da bi se u ostatku fokus stavio na fazu planiranja. Poglavlje ima za cilj da po redosledu definiše i pruži uvid u sve probleme (odnosno elemente) tokom faze planiranja. U tom cilju u poglavlju je dat algoritam faze planiranja, sa opisom metoda kojima se svaki element definiše.

**Četvrto poglavlje** daje pregled osnovnih matematičkih modela, koji se koriste pri optimizaciji pojedinačnih elemenata tokom faze planiranja. Ovim poglavljem obuhvaćeni su, kako osnovni deterministički modeli koji se danas smatraju industrijskim standardom, tako i trenutno aktuelni i najčešće korišćeni stohastički modeli za planiranje i optimizaciju površinskih kopova. Poglavlje zapravo predstavlja matematičku osnovu, na kojoj su razvijena dva stohastička modela, opisana u petom i šestom poglavlju.

**Peto poglavlje** daje detaljan opis razvijenog stohastičkog modela za planiranje proizvodnje na kopovima ugljeva. Poglavlje sadrži opis problema koji se tretira razvijenim modelom, korišćene matematičke metode u razvoju, kao i prednosti implementacije modela u praksi. Radi boljeg objašnjenja principa i benefita razvijenog modela, peto poglavlje sadrži i primer iz prakse primenjen na ležištu uglja (Polje E, Kolubarski ugljeni basen).

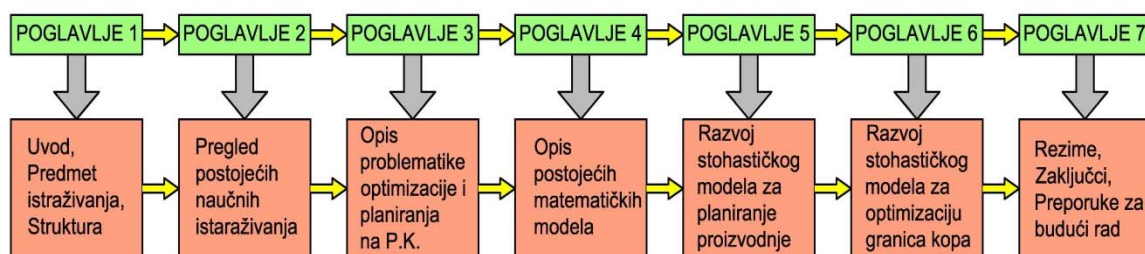
**Šesto poglavlje** daje detaljan opis razvijenog hibridnog modela za optimizaciju granica kopova. Model sadrži stohastičku i determinističku komponentu, zbog čega je hibridnog tipa, i prevashodno se odnosi na metalna ležišta mineralnih sirovina. Poglavlje sadrži opis problema koji se tretira modelom, korišćene matematičke metode u razvoju, kao i prednosti i ograničenja ponuđenog modela. Slično kao i u prethodnom poglavlju radi boljeg objašnjenja principa i benefita razvijenog



hibridnog modela, peto poglavlje sadrži i primer iz prakse primenjen na ležištu gvozdene rude.

**Sedmo poglavlje** daje stručne zaključke i naglašava naučni i praktični doprinos primenjene metodologije i razvijenih modela za procese optimizacije i planiranja površinskih kopova. Takođe u ovom poglavlju su date i preporuke za budući naučno-istraživački rad, u pravcu daljeg unapređenja stohastičkih modela.

Slika 1.1 prikazuje opisanu strukturu ove disertacije. Naučni doprinos disertacije dat je u poglavljima 5 i 6 ovoga rada.



Slika 1.1. Struktura i tok izrade disertacije

## 2. PREGLED LITERATURE

Pogoršavanje uslova poslovanja generalni je trend u savremenom rudarstvu (Martinez, 2003; Ravenscroft, 1992). Osnovni uslovi za razvoj ovakvog trenda vezani su pre svega za manju vrednost ležišta mineralnih sirovina. Ležišta su zapreminski manja, na većim dubinama, sa manjim sadržajem korisne komponente sa često složenim i nepovoljnim tipom mineralizacije. Ekonomski uslovi poslovanja vezani su za globalna tržišna kretanja, zbog čega su podložni čestim i značajnim promenama. Administrativna regulativa pogotovo u delu koji se odnosi na ekološke norme, postaje sve restriktivnija. Takođe, ležišta, odnosno prateći rudarski objekti, nalaze se često u regionima sa izrazitom političkom nestabilnošću.

Faktori od kojih zavise rudarski projekti, predstavljaju po pravilu i izvore neizvesnosti, što sve ukupno rudarske poduhvate svrstava u zonu rizičnih sfera poslovanja (Erdem, 2012). Opisano poslovno okruženje ne ostavlja prostor za loša ili nedovoljno dobra rešenja u procesu planiranja. Posledice loše sprovedenog procesa planiranja odnosno loše ekonomske evaluacije rudarskog projekta, mogu dovesti do ozbiljnih, i po projekat fatalnih ekonomskih gubitaka. Kako bi se negativni scenariji u razvoju rudarskog projekta izbegli, neophodno je izvršiti mnogobrojne analize i razviti veliki broj mogućih scenarija rada, odnosno alternativnih rešenja.

Imajući u vidu izneto, jasna je važnost matematičkih modela sa potencijalom da obezbede rešenja koja garantuju ekonomske i druge ciljeve projekta.

Početak razvoja matematičkih modela za optimizaciju granica i planiranje proizvodnje na površinskim kopovima vezan je za drugu polovinu prošlog veka. Savremeni, kompleksni uslovi poslovanja, sa stalnim trendom pogoršanja, kao i ubrzani razvoj informatičke podrške, rezultovali su dinamičnim razvoju matematičkih modela, u prethodne tri decenije.

Pri razmatranju razvijenih matematičkih modela koji se koriste u rudarstvu, većina autora (Pitkanen, 1997, Osanloo i dr., 2008) je saglasna sa opštom podelom na

modele koji za osnovu imaju determinističku i stohastičku prirodu. Deterministički modeli su stariji i danas predstavljaju industrijski standard, zbog čega su i označeni kao konvencionalni. Razvoj stohastičkih modela korespondira sa razvojem informatičke podrške i nameće se sve češće kao značajna (često bolja) alternativa konvencionalnom, determinističkom pristupu. Pregled literature, dat u ovome poglavlju, prezentovan je u skladu sa ovom podelom na determinističke i stohastičke modele.

U spletu mnogobrojnih, međusobno zavisnih elemenata rudarskih projekata nameću se dva posebno izražena problema:

- optimizacija granica površinskog kopa i
- planiranje razvoja rudarskih radova i proizvodnje.

Kompleksnost ova dva problema ogleda se u činjenici da se zasnivaju na analizi blok modela, sastavljenih iz više stotina hiljada blokova. Kompleksnost problema zapravo je mera mogućih kombinacija u grupisanju blokova, odnosno mogućih rešenja (Osanloo, 2008, Pitkanen, 1997, Ramazan, 2001). Darwen (2001) slikovito navodi da je u slučaju velikih ležišta broj mogućih kombinacija u grupisanju blokova bio toliko značajan, da bi za formiranje svake moguće kombinacije, čak i sa današnjim najnaprednijim super-kompjuterima bilo potrebno više vremena nego što je proteklo od nastanka svemira.

Druga komponenta koja ove probleme čini izazovnim za rešavanje, je prisustvo neizvesnosti utkane u prirodu gotovo svih ulaznih parametara. I pored matematičkih algoritama koji garantuju dobijanje optimalnih rešenja, ona odstupaju od realnosti (pravog stanja na terenu) jer su rešenja dobijena od parametara čija vrednost je neizvesna (Dowd, 2002, Benndorf, 2007, Dimitrakopoulos, 1998, 2002, 2004).

Imajući u vidu značaj i pažnju koju spomenuta dva problema zauzimaju u rudarskoj praksi i naučnoj javnosti, a u skladu sa temom disertacije, data im je i posebna pažnja u ovom poglavlju.

Poput mnogih problema u okviru rudarskih projekata problem optimizacije granica i planiranja proizvodnje međusobno su zavisni, što dodatno otežava njihovo rešavanje. Međusobnu zavisnost ovih problema posebno je jednostavno definisao Whittle (1989). Autor potencira da je nemoguće utvrditi optimalne granice kopa bez poznavanja tačne ekonomske vrednosti blokova u modelu. Takođe, zbog osetljivosti vrednosti novca na vreme (diskontna tehnika) ekonomsku vrednost blokova nije moguće znati bez definisanog plana (redosleda) eksploatacije. U isto vreme nemoguće je utvrditi plan eksploatacije bez definisanih optimalnih granica kopa. Imajući u vidu ovu zavisnost, razvijeni deterministički i stohastički modeli, problemima pristupaju na jedan od dva načina:

- Problemi optimizacije granica kopa i planiranja proizvodnje se rešavaju posebno i to tako što se prvo se definiše optimalna kontura kopa, pa se onda u okviru nje definiše plan razvoja rudarskih radova. Većina postojećih modela zasnovana je na ovom principu.
- Drugi pristup se zasniva na simultanom rešavanju oba problema kroz zajednički matematički model. Ovakav pristup posebno je zastupljen u modelima zasnovanim na genetskim algoritmima (Roman, 1974, Eleveli, 1995, Erarslan, 2001 i Denby i Schofield, 1994).

Podela modela, u ovom poglavlju, na one koji se odnose na optimizaciju granica i one koji definišu plan razvoja radova, primenjena je u slučaju determinističkih modela. U slučaju stohastičkih modela, ovakva podela nije praktična, s obzirom da su više orjentisani ka simultanom definisanju oba problema.

Zbog svojih specifičnosti zasnovanih na kontinualnoj tehnologiji rada, kao i potrebi usklađenja interesa između površinskog kopa i termoelektrana, dat je kratak osvrt na stohastičke matematičke modele za planiranje proizvodnje i razvoj rudarskih radova na površinskim kopovima lignita.

## 2.1. Deterministički modeli

Deterministički modeli za planiranje i optimizaciju površinskih kopova našli su svoju široku upotrebu u savremenoj rudarskoj praksi. Već duži period, deterministički pristup predstavlja industrijski standard inkorporiran u veći broj komercijalnih rudarskih aplikacija.

Razvoj ovih modela datira sa polovine prošlog veka, i zasniva se na prilagođavanju i primeni postojećih matematičkih metoda optimizacije na spektar rudarskih problema.

Posebno značajni doprinosi determinističkih modela, vezani su za optimizaciju granica površinskog kopa. Dagdeled (1985) je dao podelu najčešće korišćenih determinističkih modela za optimizaciju granica kopa na osnovu korišćenih matematičkih metoda (tabela 2.1).

Tabela 2.1. Pregled osnovnih determinističkih matematičkih modela za optimizaciju granica kopa (Dagdeled, 1985)

Heurističke metode – (Metode konusa)	Metode dinamičkog programiranja	Stvarno optimizacijski algoritmi
<b>Metoda plutajućeg konusa</b> (Pana i Carlson, 1966)	<b>Lerch i Grossmann 2D algoritam</b> (Lerch i Grossmann, 1965)	<b>Lerch i Grossmann 3D algoritam</b> (Lerch i Grossmann, 1965, Zao i Kim, 1992)
<b>Heuristički plutajući konus</b> (Lemiux, 1979, Mario i Salma, 1973)	<b>Johnsonov 3D algoritam</b> (Johnson i Sharp, 1971)	<b>Johnsonov algoritam mrežnog toka</b> (Johnson, 1968, Davis i Williams, 1973)
<b>Heuristički algoritam</b> (Philips, 1973, Korobov 1974)	<b>Barnes algoritam najbolje vrednosti</b> (Barnes, 1980, 1982) <b>Bratičević 3D model</b> (Bratičević, 1984)	

**Metod plutajućeg konusa** (*eng. Floating Cone Method*) je jedan od najčešće korišćenih modela. Prednost modela zasnovana je na brzini i lakoći upotrebe. Metoda zapravo predstavlja kompjuterizovan oblik ranije postojećih ručnih metoda, zbog čega je mnogi rudarski inženjeri jasno razumeju i preferiraju. Kop predstavljen okrenutim konusom, koji se pomera (pluta) duž blok modela. Konus se dimenzioniše tako da reprodukuje uglove završnih kosina duž različitih strana. Princip ove metode zasniva se na stalnoj potrazi za blokovima koji imaju pozitivnu ekonomsku vrednost, pri čemu se analizira da li se njihovim zahvatanjem formira konus (kontura) koja doprinosi ukupnoj ekonomskoj vrednosti kopa. Ako je pozitivan konus se otkopava i nastavlja se sa daljom pretragom. Kada se ne može pronaći više pozitivnih konusa, blokovi koji su obuhvaćeni predstavljaju optimalnu konturu. I pored toga što u većini slučajeva metoda generiše optimalno determinističko rešenje, postoje posebno složeni slučajevi, u kojima su dometi metode ograničeni na sub-optimalna rešenja. Uprkos ovoj manji metoda konusa generalno daje za praksu dovoljno tačna rešenja (Barnes, 1982).

**Metode dinamičkog programiranja**, čine posebnu klasu heurističkih metoda i baziraju se većinom na Lerch-Grossmann 2D algoritmu. Aplikacije dinamičkog programiranja podrazumevaju seriju odluka pri kojima je potrebno odrediti koja kombinacija odluka maksimizuje željeni rezultat u optimizaciji kopa – profit. Princip se zasniva na pronalaženju optimalnih kontura kopa na dvodimenzionalnim profilima. Kreiranje trodimenzionalnog rešenja vrši se uvođenjem novih profila koji u više pravaca seku blok model, odnosno buduću optimalnu konturu. U svojoj analizi prednosti i mana različitih metoda optimizacije Barnes (1982) ističe da i pored svojih ograničenja metode dinamičkog programiranja nude upotrebljiva rešenja.

**Lerch-Grossmann 3D algoritam** predstavlja svakako najznačajniju determinističku metodu za optimizaciju granica kopa. Ova metoda najšire je uključena u savremene komercijalne aplikacije i u tom smislu predstavlja industrijski standard. Metoda koristi postavke graf teorije u cilju traženja optimalnog rešenja. Za funkcionisanje metode dovoljne su dve informacije: vrednost blokova i lukovi (*eng. arcs*) koji opisuju međusoban prostorni odnos između blokova. Lerch-Grossmann 3D algoritam (LG metoda) garantuje, pronalaženje optimalne konture površinskog

kopa u 3D prostoru (Lerchs and Grossmann, 1965). Detaljan opis Lerch-Grossmann 3D algoritma dat je u poglavlju 4. Osnovne mane LG metode ogledaju se u njenoj kompleksnosti i vremenskoj neefikasnosti. Veći broj autora trudio se da poboljša performanse LG metode. Najviše uspeha imali su Zhao i Kim (1992) koji su uveli izvesna uprošćavanja i modifikacije, čime su pronalaženje optimalne konture ubrzali do tri puta.

Razvoj determinističkih matematičkih modela za planiranje razvoja radova i proizvodnje na površinskim kopovima, predstavlja takođe polje velikog naučnog interesovanja. Osanloo, Gholamnejad i Karimi (2008) ponudili su pregled najčešće korišćenih, determinističkih matematičkih modela za planiranje razvoja na površinskim kopovima (tabela 2.2).

Tabela 2.2. Pregled osnovnih determinističkih matematičkih modela za planiranje razvoja na kopovima (Osanloo, Gholamnejad i Karimi 2008)

Metode linearnog programiranja	Metode mešovitog i celobrojnog programiranja	Metode dinamičkog programiranja
<b>Johnson algoritam</b> (Johnson, 1969)	<b>Gershon mešoviti celobrojni algoritam</b> (Gershon, 1983)	<b>Romanov algoritam</b> (Roman, 1974)
/	<b>Dagdelen i Johnson algoritam celobrojnog programiranja</b> (Dagdelen i Johnson, 1986)	<b>Dowd i Anur algoritam</b> (Dowd i Anur, 1992)
	<b>Akaike i Dagdelen algoritam celobrojnog programiranja</b> (Akaki i Dagdelen, 1999)	<b>Tolwinski i Golosinski algoritam</b> (Tolwinski i Golosinski 1995)
	<b>Caccetta i Hill algoritam celobrojnog programiranja</b> (Caccetta i Hill, 2003)	/

**Metoda linearnog programiranja (LP)** poslužila je Johnsonu (1969) kao matematička osnova za rešavanje problema planiranja razvoja radova na kopu. I

pored značajnih pomaka koje je razvijeni model doneo, imao je i određene mane koje se pre svega odnose na nemogućnost generisanja optimalnog rešenja. Takođe ponuđen model ima veliki broj ograničenja što ga čini relativno kompleksnim za upotrebu.

**Metoda mešovito celobrojnog (eng. *Mixed Integer Programming - MIP*) i Metoda celobrojnog programiranja (eng. *Integer Programming - IP*)** takođe su često korišćene optimizacijske metode za rešavanje problema razvoja radova na površinskim kopovima. Koristeći MIP metodu Gershon (1983) razvio model koji je znatno praktičniji od Johnsonovog algoritma, ali sa značajnim manama kao što je nemogućnost aplikacije na velikim ležištima i analize dinamičkog graničnog sadržaja.

Značajan napredak u primeni IP metode postigao je Ramazan (2001 i 2005). Razvijeni model (eng. *Fundamental tree algorithm*) daje bolje rezultate od ostalih, ali je veoma vremenski zahtevan. Zbog svojih prednosti ovaj model detaljno je predstavljen u poglavlju 4.

**Metoda dinamičkog programiranja (DP)** pokazala se kao posebno povoljna matematička klasa za rešavanje problema planiranja razvoja radova i proizvodnje.

Poseban uspeh u primeni ove metode imao je Roman (1974) koji je razvio model sposoban da simultano vrši optimizaciju kopa i planiranje razvoja radova. Romanov model poseduje nekoliko značajnih mana kao što su nemogućnost primene na velikim ležištima. Takođe model ne garantuje ispunjenje bitnih ciljeva kao što su kapacitativna ograničenja otkopne i opreme za preradu.

Down i Anur (1992) su razvili model sa znatno poboljšanim performansama od Romanovog. Njihov model je u stanju da inkorporira najrazličitija operativna ograničenja. Međutim ponuđeno rešenje nije moguće primeniti na velikim ležištima. Takođe model ne sadrži mogućnost analize dinamičkog graničnog sadržaja.

Tolwinski i Golosinski (1995) su prezentovali model zasnovan na dinamičkom programiranju koji je za razliku od prethodnih rešenja uveo kontrole, koje su



omogućile planiranje razvoja radova i na velikim ležištima. Poput rešenja Down i Anura, model Golosinskog je u stanju da inkorporira najrazličitija operativna ograničenja, što za posledicu ima generisanje upotrebljivih, realnih rešenja. Nemogućnost generisanja optimalnog rešenja je osnovna mana navedenog modela.

Kako je već napomenuto, postoji velika međusobna zavisnost procesa optimizacije i planiranja razvoja. Imajući ovo u vidu, u praksi je rasprostranjena metoda parametrizacije optimalne konture čime se pored optimalne konstruiše i niz dodatnih kontura. Ove dodatne konture konstruišu se identično kao i optimalna kontura, s tim što se jedan (retko više) parametara za definisanje ekonomskog modela, menja što dalje za posledicu ima generisanje optimalnih kontura drugačijih od početne (nominalne). Na ovaj način zapravo se vrši rangiranje (grupisanje) blokova u modelu prema vrednosti. Karakteristične, generisane konture (u okviru optimalne) koriste se dalje kao faze razvoja kopa. Parametrizacija u optimizaciji granica kopa često je korišćen postupak i implementiran je u mnoge komercijalne aplikacije, uključujući i program Whittle, široko korišćen i prihvaćen kao industrijski standard. Proces se u potpunosti zasniva na matematičkim postavkama LG metode, i lak je za upotrebu. I pored široke rasprostranjenosti postupak ne predstavlja automatizovanu metodu optimizacije, jer se nakon procesa rangiranja blokova prema konturama, odabir faza napredovanja vrši manuelno. Implementiran proces, u rukama iskusnog projektanta, daje dobre rezultate, ali ne garantuje optimalnost.

### **2.1.1. Mane determinističkog pristupa**

Pored činjenice da razvijeni deterministički modeli predstavljaju aktuelni industrijski standard, sve su češće kritike ovakvog pristupa. U savremenim uslovima, karakterističnim po kompleksnim uslovima poslovanja, deterministički pristup najčešće nije u stanju da ponudi celovita rešenja.

Osnovni nedostatak konvencionalnog pristupa ogleda se u nemogućnosti da u obzir uzme neizvesnost koja je neizostavni deo rudarskih projekata. Na ovaj nedostatak upućuju mnogi autori (Dimitrakopoulos, 2002, 2011, Eldert, 2011, Osanloo, 2008).

Takođe prisutna je činjenica da mnogi deterministički modeli nisu u stanju da prevaziđu sam obim odnosno kompleksnost problema optimizacije i planiranja radova na površinskim kopovima. Zbog toga se često ne mogu koristiti na primeru velikih ležišta ili u uslovima jako složenih sistema. Rešavanje ovoga problema zasnovano je na uvođenju izvesnih ograničenja kako bi se obim mogućih rešenja drastično smanjio. Ovakav pristup, po pravilu, za posledicu ima nemogućnost generisanja optimalnog rešenja.

## 2.2. Stohastički modeli

Zadnje dve decenije obeležene su dinamičnim razvojem stohastičkih modela za optimizaciju i planiranje razvoja radova. Razvoj stohastičkog pristupa inspirisan je pre svega nedostacima konvencionalnog, determinističkog pristupa, kao i boljim upoznavanjem prirode rudarske prakse odnosno poslovanja. Brzi razvoj informatičke podrške u mnogome je stvorio uslove za dinamičan razvoj stohastičkih modela.

Osnovna prednost stohastičkih modela u odnosu na determinističke, svodi se na mogućnost uključivanja neizvesnosti u proces donošenja odluka. Rešenja formirana na ovakav način znatno su verodostojnija i po pravilu obezbeđuju veći profit i eksploatacione rezerve (najčešće u rasponu od 10-30%, Leite i Dimitrakopoulos, 2007).

Generalna osobina stohastičkih modela je da nekoj postojećoj matematičkoj metodi optimizacije (kao što je LP, DP, MIP) pridodaju i stohastičku komponentu čime se simulira neizvesnost.

Razvijeni stohastički modeli za optimizaciju i planiranje po pravilu su sposobni da obuhvate uticaj svih izvora neizvesnosti. Međutim u fokusu većine stohastičkih modela nalazi se geološka neizvesnost, kao obavezan i generalno najvažniji oblik neizvesnosti u rudarskom projektu. Značaj geološke neizvesnosti potenciran je od strane mnogih autora. Goovaerts (1997) napominje mane konvencionalnih geostatističkih metoda za interpolaciju osobina ležišta, napominjući da ovakav

pristup nije u mogućnosti da realno reprezentuje nagle promene u mineralizaciji, odnosno karakteriše se ublažavanjem (*eng. smoothing effect*) često naglih promena u ležištu.

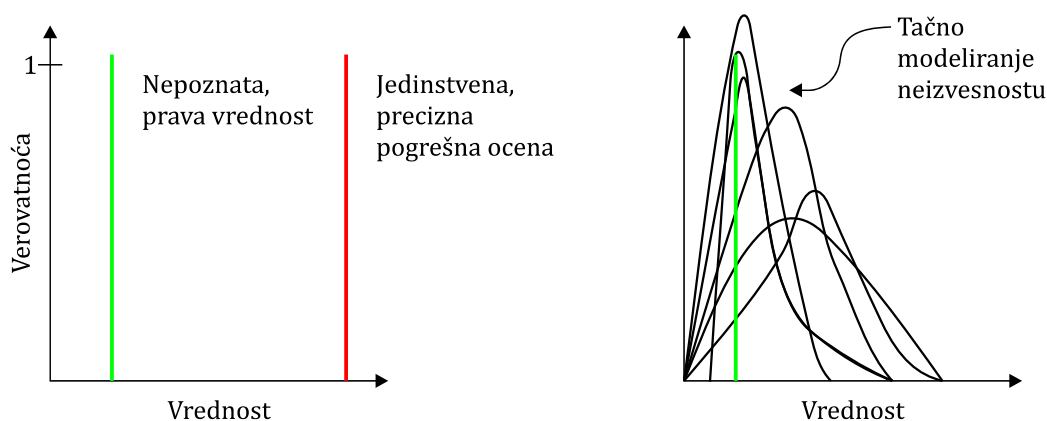
Slične zaključke iznosi i Dimitrakopoulos (1998) i naglašava da, zbog efekta ublažavanja koji je prisutan u svakoj determinističkoj metodi interpolacije, kao što je slučaj i sa često korišćenom krigovanjem, histogram i variogram pokazuju niži nivo promenljivosti od realnih podataka, što vodi ka neispunjavanju proizvodnih ciljeva i projektovanog NPV-a.

Značaj stohastičke simulacije kao efikasnog alata za procenu vrednosti apostrofirana je od strane mnogih autora. Ravenscroft (1992) koristi simulirane modele rudnog tela za analizu rizika neispunjavanja proizvodnih ciljeva. Uz pomoć ovakvog pristupa sadržaj korisne komponente na određenoj lokaciji modelira se kao slučajna promenljiva sa određenom raspodelom verovatnoće. Koristeći stohastičku simulaciju, dobija se alternativni, jednako verovatan skup vrednosti sadržaja korisne komponente, koja aproksimira nepoznatu pravu raspodelu sadržaja korisne komponente (Journel, 1989, 1996). Ovaj skup alternativnih realizacija obezbeđuje vizuelnu i kvantitativnu meru neizvesnosti vrednosti sadržaja korisne komponente na određenoj lokaciji (Goovaerts, 1997). Svaka realizacija slučajne promenljive predstavlja simulaciju sa jednakom verovatnoćom pojavljivanja.

Dimitrakopoulos i drugi (2002) razmatraju efekat koji neuključivanje geološke neizvesnosti ima na proces planiranja kopova. Slika 2.1 ilustruje rizik dodeljivanja jedinstvene vrednosti sadržaja korisne komponente određenom bloku i naglašava važnost modeliranja neizvesnosti.

Na slici 2.1 levo je prikazan slučaj determinističkog pristupa koji ne uključuje neizvesnost tj. podrazumeva detaljno poznate osobine celokupnog ležišta. Kao rezultat ovakvog pristupa generiše se jedinstvena vrednost projekta (crvena linija na slici levo) koja se formalno smatra tačnom, odnosno njena verovatnoća pojavljivanja je 100%. U realnosti ovako generisana vrednost uvek odstupa manje ili više od realne vrednosti (zeleno linija na slici levo). Na istoj slici 2.1, desno

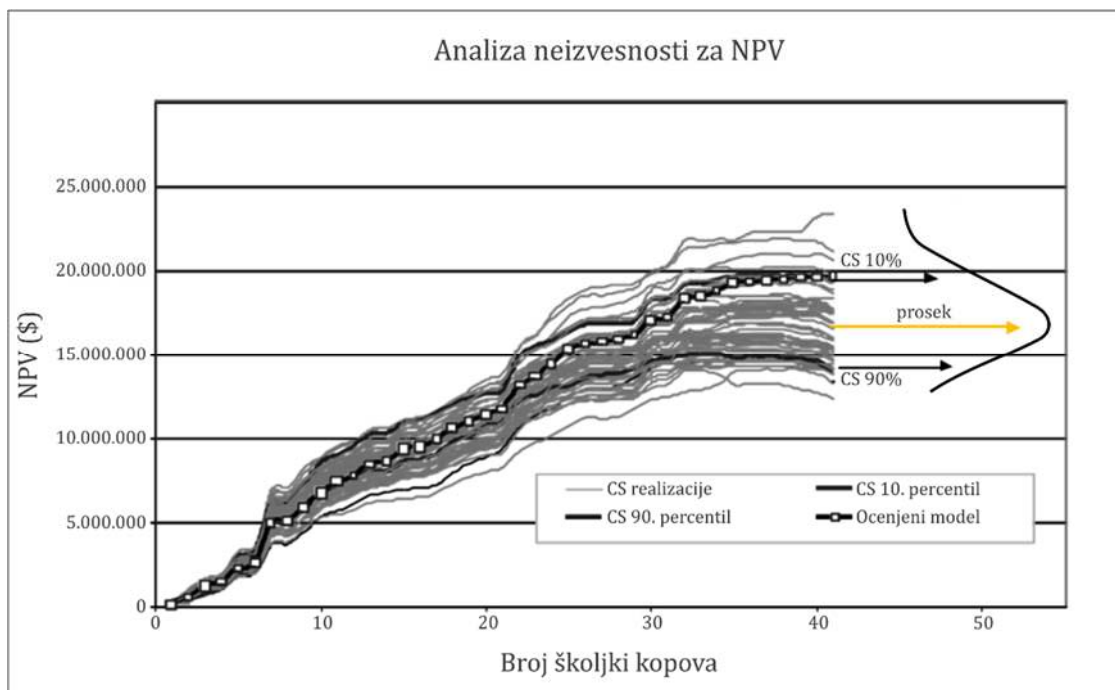
prikazan je rezultat stohastičkog pristupa koji uključuje neizvesnost u proces donošenja odluka. Rezultat je predstavljen višestrukim rešenjima sa različitom verovatnoćom pojavljivanja. Uz dobro definisane ulazne podatke kao i dovoljno veliki broj stohastičkih simulacija, za očekivati je nagomilavanje probalističkih rešenja oko prave, stvarne vrednosti (zeleno linija, desno).



Slika 2.1. Posledice neuključivanja neizvesnosti u projekat, deterministički pristup (levo) i stohastički pristup (desno) – Dimitrakopoulos, (2002)

Takođe, Dimitrakopoulos (2002) koristi stohastičke simulacije kako bi prikazao uticaj neizvesnosti na NPV performanse projekta. U svojoj analizi Dimitrakopoulos generiše opseg mogućih finansijskih ishoda koji opisuje distribuciju NPV. Slika 2.2 pokazuje da je u njihovoj studiji slučaja, NPV prognoza sa verovatnoćom od 90% niža od prognoze do koje se došlo konvencionalnim pristupom. Analiza je pokazala je da se rizik neispunjavanja proizvodnih ciljeva i NPV prognoza povećava zbog efekta koji deterministički formiran model rudnog tela ima na primenjenu matematičku metodu optimizacije.

I pored toga što se u razmatranju stohastičkih modela, akcenat stavlja na geološku neizvesnost (kako bi se plastično potencirale prednosti stohastičkog pristupa) razvijeni stohastički modeli sposobni su da obuhvate i ostale izvore neizvesnosti. Izvori neizvesnosti u rudarskim projektima detaljno su objašnjeni u poglavlju 6. ove disertacije.

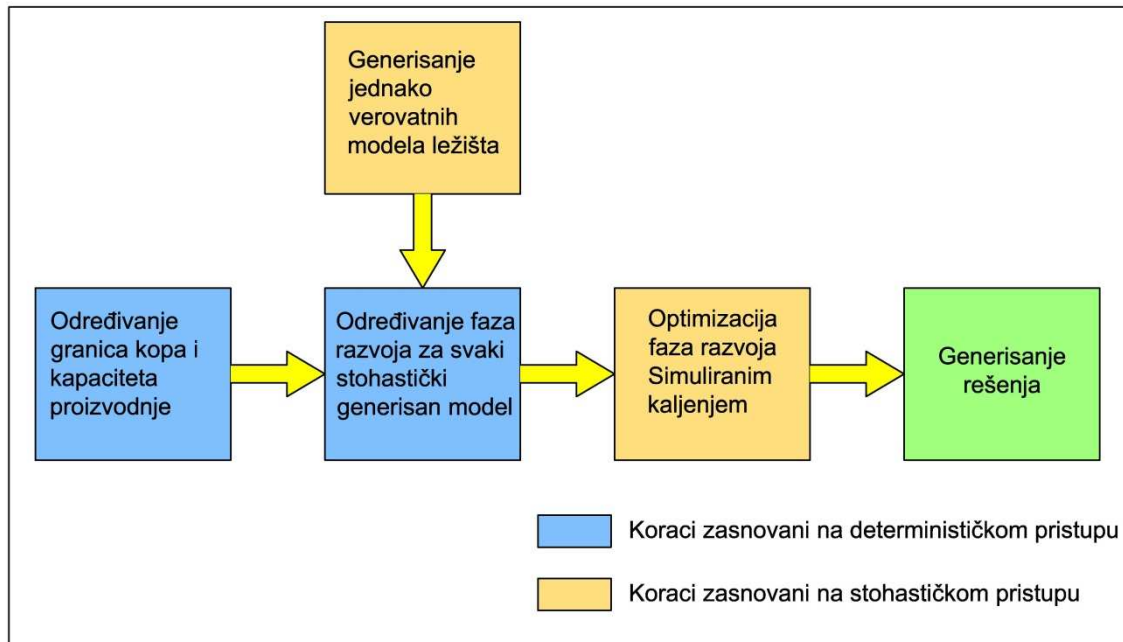


Slika 2.2. Uticaj neizvesnosti na NPV performanse projekta, Dimitrakopulos (2002)

Erdem i dr. (2012) predstavili su stohastički model za procenu NPV vrednosti projekta. Ulazni parametri u analizi obuhvataju praktično sve izvore neizvesnosti, i definisani su pomoću pripadajućih raspodela. U svom radu autori su analizirali ležište bakra čije ekonomske performanse, utvrđene determinističkim, komercijalnim metodama, nisu opravdale eksploataciju. Koristeći stohastički pristup u analizi NPV-a autori su pokazali da su šanse za negativan ekonomski ishod projekta jako male (5,1%). Takođe verovatnoća da projekat ostvari profit od 150 miliona \$, su procenjene na 65%. Ovim, ali i drugim radovima, pokazano da neizvesnost sem negativnih efekata u projektu može nositi i komponentu potencijalne šanse u poslovanju.

Posebno zapažen rad na polju upotrebe i razvoja stohastičkih modela, vezan je za više puta pominjanog autora Roussosa Dimitrakopoulosa. U njegovom radu posebno se ističu dva stohastička modela. Prvi model razvijen je od strane Godoy i Dimitrakopoulos (2004) i implementira metodu simuliranog kaljenja (*eng. Simulated annealing*) sa ciljem uključenja neizvesnosti u proces odlučivanja i sa

ciljem minimizacije rizika odstupanja od proizvodnih ciljeva. Algoritam modela dat je na slici 2.3. Detaljan opis modela dat je u poglavlju 4.



Slika 2.3. Algoritam stohastičkog modela baziranog na simuliranom kaljenju Godoy i Dimitrakopoulos (2004)

U drugom modelu Ramazan i Dimitrakopoulos (2007) uvode formulaciju stohastičkog celobrojnog programiranja (*eng. stochastic integer programming - SIP*), koja pokušava da maksimizuje diskontovani neto novčani tok i minimizuje odstupanja od proizvodnih ciljeva tokom životnog veka rudnika. Upravljanje rizikom postiže se uvođenjem stope diskontovanja geološkog rizika (*eng. geological risk discounting rate - GRD*) u izračunavanje troškova viška i manjka proizvodnje. Pored granične vrednosti sadržaja korisne komponente, formulacija koristi graničnu vrednost verovatnoće da bi se blokovi klasifikovali kao ruda ili jalovina.

Pored implementiranja stohastičke komponente sa ciljem obuhvatanja izvora neizvesnosti u projektu, ista se uspešno koristi i kako bi se smanjio obim i kompleksnost proračuna. Kako se priroda problema optimizacije i planiranja proizvodnje, zasniva na izdvajanju i grupisanju blokova kompleksnost problema vezan je za broj mogućih kombinacija u grupisanju blokova, odnosno broj mogućih

rešenja. Korišćenjem stohastičkog pristupa, broj kombinacija se može drastično smanjiti. Naime umesto ogromnog broja mogućih kombinacija izvode se značajno manji broj stohastičkih simulacija, na osnovu kojih se analizom verovatnoće, donose zaključci o generalnom trendu neke pojave.

Ovakav pristup koristili su Tolwinski i Anderwood (1992) kako bi razvili model za planiranje razvoja radova i proizvodnje. U osnovi model koristi dinamičko programiranje kao metodu optimizacije, ali su autori brzo uvideli da u slučaju velikih ležišta ponuđeni model nije kadar da generiše rešenja u prihvatljivim vremenskim okvirima. Iz tog razloga u model su uveli stohastičku komponentu čime su značajno smanjili analizu svih mogućih rešenja, a zaključke izvodili na osnovu analize verovatnoće za određen broj simulacija. Negativna strana uvođenja stohastičke komponente, ogledala se u nemogućnosti garantovanja optimalnog rešenja.

Posebno zanimljiv model za optimizaciju granica kopa i planiranje proizvodnje razvili su Nasab i Offei (2009). Kako bi zaobišli kružni problem (koji onemogućava tačno generisanje optimalnih kontura kopa bez poznavanja redosleda otkopavanja, odnosno nemogućnost određivanja redosleda otkopavanja bez optimalne konture) autori su razvojem radova obuhvatili celokupan blok model (bez znanja o granicama završne konture). Dalje se za razvoj novih faza eksploatacije (nad celim blok modelom) koristi stohastička simulacija. Nakon utvrđivanja redosleda otkopavanja blokovima se dodeljuje diskontovana vrednost (zavisno od vremena otkopavanja) nakon čega se stiču uslovi za optimizaciju granica kopa.

Zbog specifičnosti eksploatacije ležišta lignita (zastupljene u velikom obimu na našim prostorima) nametnula se potreba razvoja matematičkih modela koji su sposobni da odgovore zahtevima ovakvog tipa proizvodnje. Specifičnost eksploatacije lignita vezana je pre svega za primenu kontinualne tehnologije u eksploataciji, ali i za često, drugačije ciljeve u odnosu na eksploataciju metalnih ležišta. Najveći deo proizvodnje lignita namenjen je proizvodnji električne energije u termoelektranama. Iz ovoga razloga su ciljevi površinskog kopa i termoelektrane snažno povezani (Stevanović, 2014). Osim kapacitativnog kriterijuma koji mora biti ispoštovan, kao

posebno bitan javlja se i kriterijum kontrole kvaliteta. Kako su varijacije u kvalitetu eksploatisanog uglja, na velikim ugljenokopima, česta pojava, značaj procesa planiranja proizvodnje je posebno velik. Samo pouzdanim modelom operativnog planiranja može se ostvariti uspešna kontrola kvaliteta i ispunjavanje striktnih kriterijuma termoelektrana. Primena stohastičkih modela, u slučaju eksploatacije lignita, najčešće je vezana za formiranje modela kojima se planira upravljanje kapacitetom i kvalitetom otkopanog uglja sa različitih proizvodnih sistema (etaža) i za modeliranja sistema deponovanja uglja radi ujednačavanja kvaliteta (Stevanović, 2014). Detaljan razvoj i primena stohastičkog modela u ove svrhe, data je u 5 poglavlju ove disertacije.



### 3. OSNOVNI KONCEPTI RAZVOJA I PLANIRANJA RUDARSKIH PROJEKATA

#### 3.1. Osnovne postavke

Postoji više faktora koji mogu uticati na razvoj i implementaciju rudarskog projekta. Osnovni pokretački cilj projekta svakako je ostvarenje profita, ali pored ovoga eksploatacija mineralnih sirovina može biti motivisana i drugim specifičnijim faktorima kao što su:

- potreba da se ostvari stabilno snabdevanjem nekom mineralnom sirovinom (energentom),
- maksimalno (ili što veće) iskorišćenje resursa,
- ekonomski (industrijski) razvoj lokalne zajednice na čijem prostoru je lociran projekat, itd.

Jednu od najboljih ilustracija šarenolike lepeze faktora i motiva vezanih za razvoj rudarskih projekata dao je Jean-Michel Rendu (2014). Rendu je zapravo ponudio spisak 10 interesnih grupa faktora, od kojih svaka na svoj specifičan način utiče na odluke o investiranju u rudarski projekat, i koja u većoj ili manjoj meri može uticati na konačnu odluku o razvoju rudarskog projekta.

Pored svega nabrojanog dominantan pokretački faktor savremenog rudarstva je profit. Proces globalizacije svetskog tržišta posebno je izražen u sferi proizvodnje mineralnih sirovina. Najveći svetski rudarski investitori, projekte po pravilu razvijaju van svojih matičnih država, a eksploatisane mineralne sirovine najčešće su predmet globalne tržišne ekonomije. U uslovima globalizacije tokom godina, nametnula se neophodnost formiranja jedinstvene metodologije za vrednovanje rudarskih investicionih projekata. Ovo je pre svega značajno sa aspekta potencijalnih investitora, kojima je potrebna prepoznatljiva i proverljiva metodologija procene vrednosti rudarskog investicionog projekta, kako bi sakupili dovoljno validnih i pouzdanih dokaza o ekonomskoj opravdanosti ulaganja u isti. Razvijena metodologija koja obezbeđuje jedinstven i prepoznatljiv način za ocenu vrednosti

investicionih rudarskih projekata, u praksi je poznata kao konvencionalni pristup u planiranju i ekonomskoj oceni rudarskih projekata.

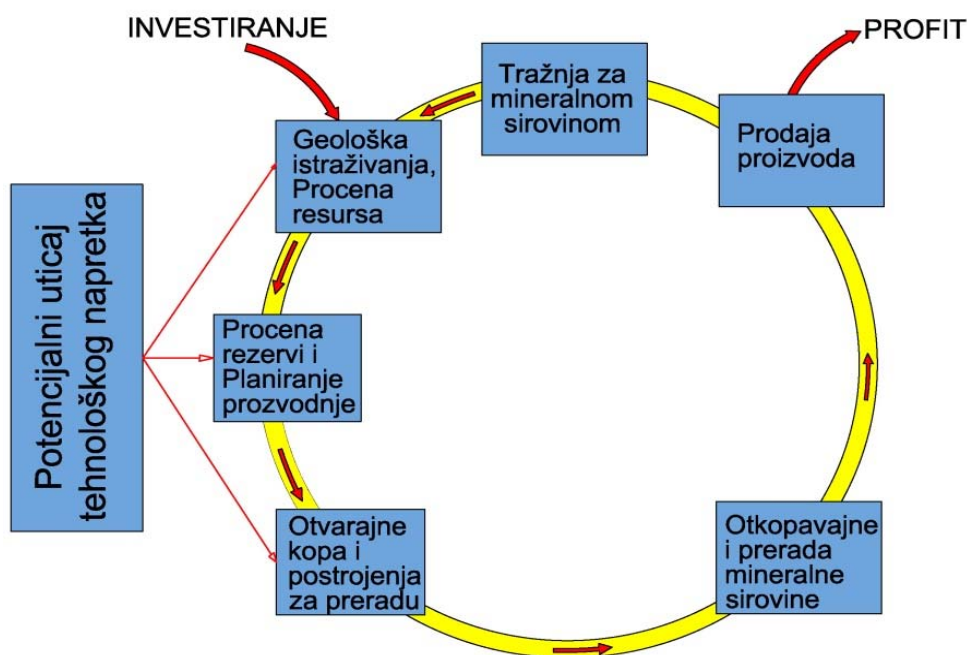
I pored izraženih specifičnosti svakog rudarskog projekta (specifični geološki, tehnološki, infrastrukturni, socijalno-ekonomski, politički uslovi) konvencionalni pristup, kroz set opšte prihvaćenih procedura i formalnih tehno-ekonomskih dokumenata, pruža mogućnost za prepoznatljivu i uporedivu ocenu ekonomske vrednosti investicionih rudarskih projekata.

### **3.2. Faze razvoja rudarskih projekata**

Životni ciklus rudarskih projektata nije linearan proces već se unutar njega jasno izdvajaju posebne faze razvoja. U cilju boljeg razumevanja zahteva i potrebe unifikacije u proceni vrednosti projekta, mnogi autori trudili su se da daju svoje viđenje faza razvoja rudarskih projekata. Ponuđena razmatranja, se slažu u izdvajanju ključnih faza, a razlike su najčešće vezane za manju ili veću diskretizaciju životnog ciklusa projekta.

Razmatranjem faza razvoja rudarskog projekta, između ostalih, bavio se i McKenzie (1980). Autor sa tržišnih aspekata razmatra faze u razvoju projekta i daje grubu podelu na faze projekta, sa akcentom na osnovne motive za investiranje u rudarski projekat. McKenzie ne razmatra celokupan životni ciklus projekta, već analizu završava sa fazom ostvarenja profita. Autor napominje da je početna tačka svakog investicionog rudarskog projekta tražnja za određenom mineralnom sirovinom na tržištu. Ovaj momenat u stvari predstavlja pokretača svih ostalih faza, koje za krajnji cilj imaju ostvarenje profita (slika 3.1).

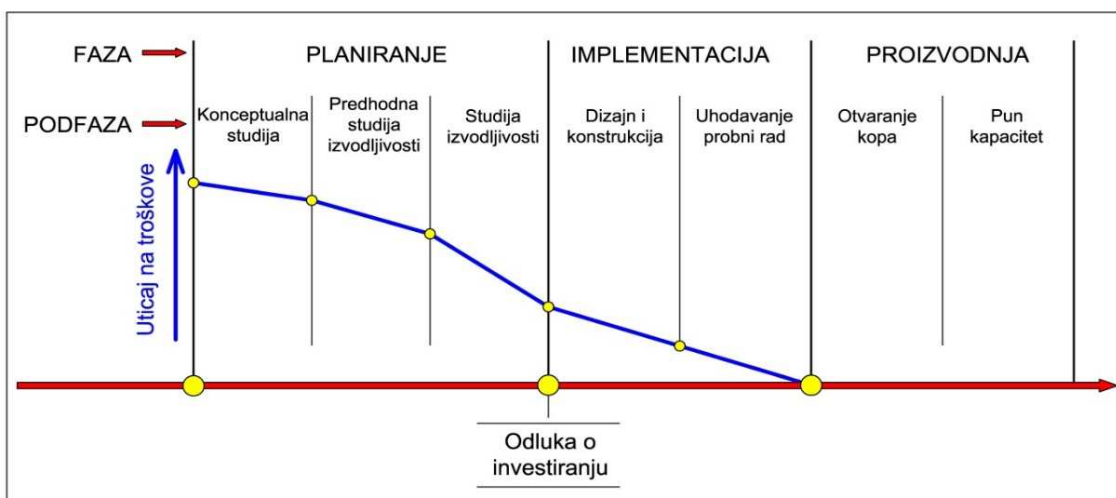
U praktičnom smislu, McKenziev dijagram daje uprošćeni prikaz funkcionisanja rudarske industrije. Povećana tražnja za mineralnim sirovinama, odnosno visoka cena mineralne sirovine i/ili tehnološki napredak čini određeno mineralno ležište atraktivnim za potencijalno ulaganje. Autor takođe napominje da je uticaj tehnološkog napretka, ograničen na prve tri faze (slika 3.1).



Slika 3.1. Faze u razvoju rudarskog projekta - McKenzie (1980.)

Interesovanje za prirodu rudarskih projekata iskazao je i Lee (1984.). U svom razmatranju Lee prepoznaje tri faze u razvoju rudarskih projekata (slika 3.2) i to su:

1. faza planiranja,
2. faza implementacije, i
3. faza proizvodnje.



Slika 3.2. Faze u razvoju rudarskih projekata – Lee (1984.)

U svojoj podeli životnog ciklusa projekta Lee kao posebne faze ne izdvaja:

- istraživanja ležišta i
- fazu zatvaranja kopa i rekultivacije.

Sa ovim stavom, ne slažu se mnoga razmatranja koja zbog specifičnosti aktivnosti tokom istraživanja ležišta i zatvaranje kopa, iste označavaju kao posebne faze u razvoju rudarskog projekta.

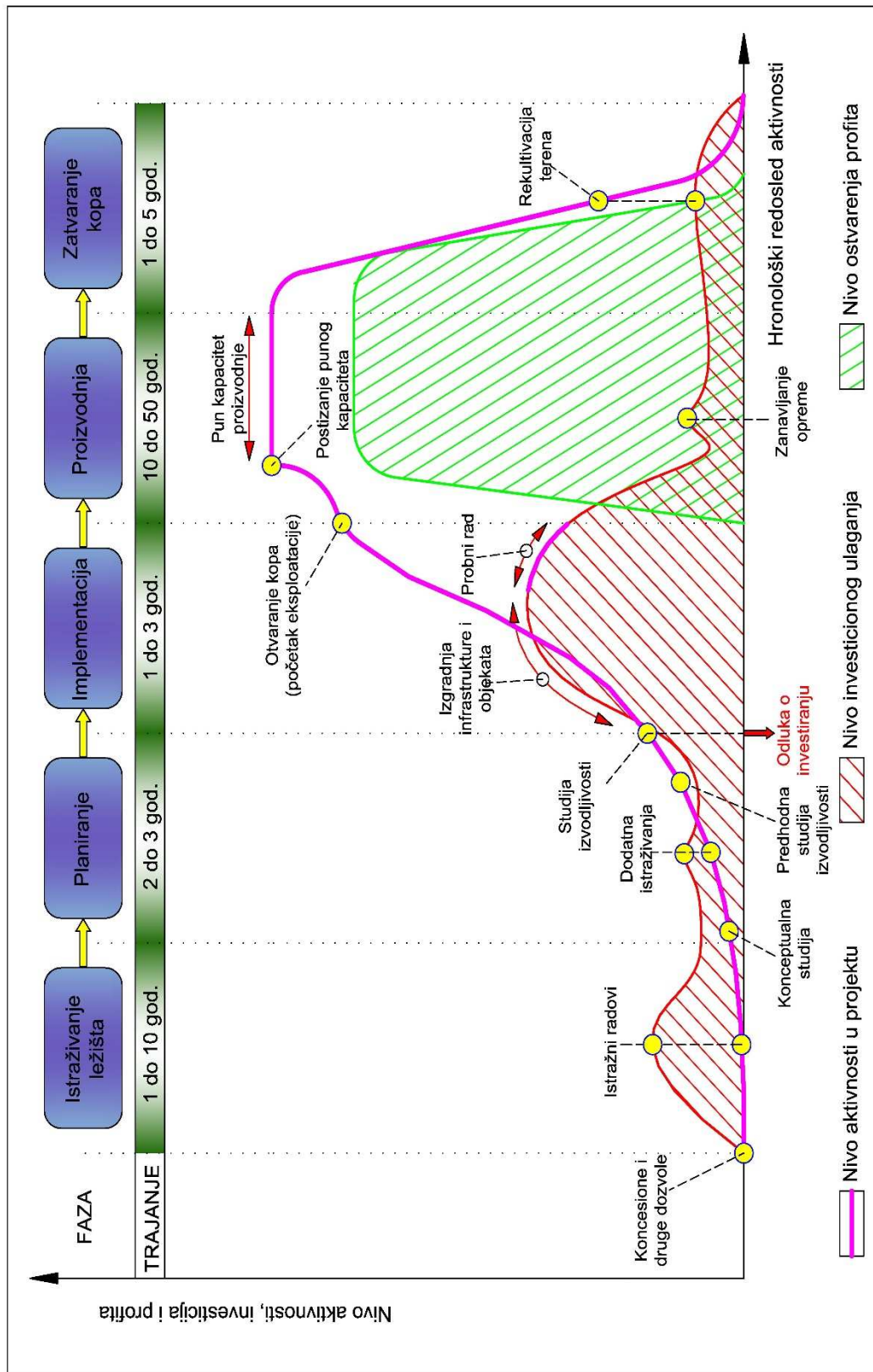
Na osnovu svega napred navedenog, a imajući u vidu potrebu sveobuhvatnosti definisanja relevantnih geoloških i rudarskih faktora koji su bitni za metodologiju evaluacije investicionih rudarskih projekata predlažemo pet faza sa pripadajućim podfazama razvoja životnog ciklusa rudarskih projekata, slika 3.3. Ovakva evaluacija životnog ciklusa rudarskog projekta je u savremenoj rudarskoj praksi široko prihvaćena i u tom smislu prepoznatljiva.

U nastavku teksta sledi kraći opis pojedinačno svake od ovih faza razvoja projekta.

**Faza istraživanja ležišta.** U širem smislu, u životni ciklus rudarskog projekta se često uključuje i faza istraživanja ležišta ili definisanja resursa. Tokom ove faze definišu se sve potrebne geološke karakteristike ležišta neophodne za donošenje odluke o opravdanosti daljeg nastavka projekta. U značajnom broju slučajeva (pogotovo kada su metalna ležišta u pitanju) procenjeni resursi ne obezbeđuju dovoljno motiva za nastavak projekta, odnosno projektovanje i otvaranje površinskog kopa. U takvim slučajevima životni ciklus rudarskog projekta se praktično završava fazom definisanja resursa.

Faza definisanja resursa, u suštini, predstavlja početak rudarskog projekta i može se podeliti u tri podfaze:

- identifikacija mineralizacije,
- geološka istraživanja i laboratorijske analize, i
- procena resursa.



Slika 3.3. Faze razvoja rudarskih projekata

Prosečno vreme trajanja faze istraživanja ležišta može značajno varirati i kreće se od jedne (manja ležišta sa delimično poznatim karakteristikama) do deset godina (u slučaju većih, kompleksnih ležišta). Takođe, ova faza je u potpunosti oslonjena na investicije, i ekonomski i organizacioni razlozi mogu dodatno prolongirati njeno trajanje (slika 3.3).

**Faza planiranja.** Treba da ponudi detaljnu evaluaciju ekonomskog potencijala razmatranog projekata. Tokom ove faze geološke karakteristike ležišta moraju biti (u potrebnoj meri) istražene, tehnološki proces proizvodnje potpuno definisan, a ekonomska analiza proizvodnog ciklusa mora biti sposobna da pruži odgovor na pitanje da li je, i u kojoj meri, razmatrani projekat atraktivan za investiranje. U formalnom smislu krajnji rezultat faze planiranja je Studija izvodljivosti, slika 3.3.

Poseban značaj u ovoj fazi razvoja se poklanja upravljanju troškovima projekta. Činjenica je, da sa aspekta pojedinačnog projekta, nije moguće uticati na globalne parametre projekta, kao što su:

- cena mineralne sirovine, koju formira globalno tržište,
- resurse i kvalitet resursa, koji su u funkciji geoloških procesa na analiziranom prostoru,
- potrebne investicije za usvojenu rudarsku tehnologiju, koje su takođe određene tržišnim faktorima,
- administrativne norme i ograničenja, koji su definisani zakonskim aktima, itd.

U tom smislu stručna komponenta rudarskog projekta se u velikoj meri svodi na uspešno upravljanje troškovima projekta. Prema tome, tokom faze planiranja potencijal za upravljanje troškovima projekta je najveći, što sa stručne strane ovu fazu čini posebno značajnom u ukupnom životu projekta. U fazi implementacije potencijal za upravljanje i kontrolu troškova projekta drastično opada, dok je u fazi proizvodnje on praktično minoran, slika 3.2.

U opštem slučaju faza planiranja projekta traje najčešće dve do tri godine. Takođe, bitno je napomenuti da se proces planiranja u rudarskom projektu, samo formalno

završava početkom faze implementacije. Po pravilu proces planiranja prisutan je tokom celokupnog života projekta, stoma razlikom što se karakter planiranja (nakon izrade Studije izvodljivosti) sa strateškog pomera sve više ka operativnom planiranju.

**Faza implementacije.** Ova faza obuhvata dve podfaze:

- projektovanje i izgradnja pratećih objekata i infrastrukture, i
- podfaza otvaranja i probnog rada površinskog kopa.

Ova podfaza podrazumeva izgradnju svih objekata i infrastrukture na kopu, kao i nabavku potrebne rudarske mehanizacije neophodne za početak proizvodnje. Ova faza okarakterisana je kao period najvećih investicija (slika 3.3) i upravljanjem projektom teži se ograničenju njenog trajanja na neophodni minimum. Takođe, kako se u ovoj fazi ne ostvaruje profit, a nivo opšte aktivnosti je značajan, svako prolongiranje tokom ove faze značajno utiče na povećanje troškova realizacije projekta.

Podfaza otvaranja i probnog rada površinskog kopa ima za cilj povezivanje svih pojedinačnih sistema na kopu u jedan zajednički proizvodni sistem. Ova podfaza treba zapravo da obezbedi sve neophodne uslove za početak proizvodnje. U tom smislu tokom ove faze, često se vrše manje korekcije proizvodnog sistema u cilju njegove optimizacije.

Faza implementacije najčešće traje oko dve godine, a u zavisnosti od uslova (prirodnih i organizacionih) može trajati i znatno duže.

**Faza proizvodnje.** Takođe se odvija kroz dve podfaze:

- period postizanja projektovanog kapaciteta kopa, i
- rad kopa sa projektovanim kapacitetom.

Podfaza postizanja projektovanog kapaciteta kopa se zbog svojih specifičnosti, po pravilu, posebno izdvaja i obrađuje u projektnoj dokumentaciji. Tokom ove podfaze počinje proizvodnja ali ona još uvek ne obezbeđuje projektovane količine i kvalitet. Razlozi za postojanje ove podfaze vezani su za samu prirodu ležišta odnosno

neophodnost otkopavanja investicione otkrivke, kao i za ograničenja implementirane tehnologije.

Ova podfaza okarakterisana je početkom ostvarenja profita, kao i oštrim trendom porasta nivoa proizvodnih aktivnosti i početnog ostvarivanja profita na projektu (slika 3.3).

Nakon dostizanja projektovanog kapaciteta počinje i period pune proizvodnje. Ova podfaza okarakterisana je postizanjem projektovanih kapaciteta i kvaliteta proizvodnje. Nivo proizvodnih aktivnosti i ostvarenja profita najveći su u ovoj podfazi projekta (slika 3.3).

Faza pune proizvodnje po pravilu zauzima najveći deo životnog veka projekta i dužina njenog trajanja može značajno da varira u zavisnosti od rezervi i projektovanog kapaciteta. U praksi su retki rudarski projekti sa vremenom trajanja ispod 10 godina, odnosno sa trajanjem preko 50 godina.

**Faza zatvaranja.** Okarakterisana je smanjenjem kapaciteta proizvodnje i rekultivacijom projektom tretirane lokacije. Rekultivacija nije motivisana ekonomskim kriterijumima, i u poslovnom smislu njeno postojanje nije neophodno. Nasuprot tome, inspirisana je ekološki i socijalno odgovornim ponašanjem, a utemeljena je u zakonskoj regulativi.

Opšti nivo aktivnosti, kao i finansijska aktivnost (vezana za kapitalne i operativne troškove) tokom ove faze okarakterisana je stalnim trendom opadanja troškova projekta (slika 3.3). S obzirom na prirodu ove faze, postoji težnja (inspirisana ekonomskim faktorima) da se njeno trajanje ograniči na što kraći period. Ova težnja je često kompromitovana specifičnim zahtevima usvojene metode rekultivacije, kao i prisutnom potrebom dugoročnog monitoring tretiranog prostora.

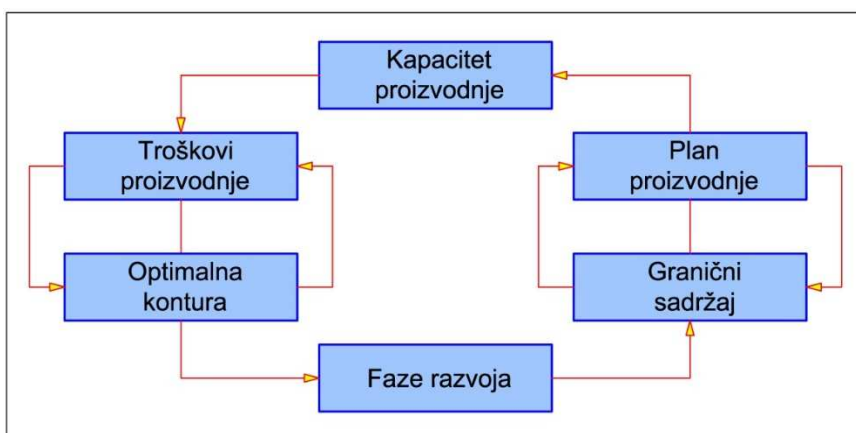
Ovom fazom se praktično završava životni ciklus rudarskog projekta, i ona u proseku traje od jedne do pet godina, mada u specifičnim slučajevima može trajati i duže.

U daljem tekstu, a u skladu sa temom disertacije, posebna pažnja biće posvećena fazi planiranja rudarskih projekta.



### 3.3. Planiranje površinskih kopova

Faza planiranja kopova je važan deo u razvoju rudarskih projekata, i od krucijalnog je značaja za efikasnu rudarsku proizvodnju. Osnovna uloga planiranja ogleda se u optimizaciji uslova poslovanja, kao bi se maksimalno ispunili zacrtani ciljevi rudarskog projekta. U opštem slučaju, planiranje se svodi na pojedinačnu optimizaciju i međusobno usklađenje ekonomskih, geoloških i tehnoloških faktora u veku rudarskog projekta. Najčešće korišćeni pristup podrazumeva suboptimizacije pojedinačnih procesa kako bi se globalno optimizovao sistem eksploatacije. Takođe, zbog međusobne zavisnosti osnovnih elemenata planiranja, (slika 3.4) optimizacije pojedinačnih elemenata često zahtevju veliki broj iteracija (Dagdalen, 1985).



Slika 3.4. Međusobna zavisnost osnovnih elemenata planiranja (Dagdalen, 1985).

Kako je na početku ovoga poglavlja već rečeno, ciljevi planiranja rudarskih projekata su uglavnom ekonomske prirode, mada često imaju i socijalnu ili političku komponentu.

Planiranjem rudarskih projekata bave se rudarski inženjeri i inženjeri drugih struka, zavisno od potreba projekta. Kako rudarski projekti po pravilu imaju kompleksnu prirodu, neophodno je da glavni inženjer planiranja komunicira sa inženjerima raznih drugih tehnoloških oblasti, i razvija projekat u skladu sa korporativnim ciljevima i regulativnim ograničenjima. Na ovaj način izbegava se mogućnost

kreiranja plana koji postiže lokalni cilj na račun (štetu) šire slike poslovanja ili odnosno na račun viših ciljeva (Whittle, 2011).

Po pravilu inženjeri koji se bave planiranjem nisu posebno obučeni za ovu vrstu posla, ali je neophodno da poseduju veliku količinu strukovnog iskustva, kao i značajno poznavanje specijalizovanih programskih alata neophodnih za vršenje preciznih i efikasnih analiza projektnih rešenja. Značaj iskustva za planiranje u rudarskim projektima posebno dolazi do izražaja ako se u obzir uzme priroda ulaznih parametara neophodnih za sprovođenje mnogobrojnih analiza. Naime, vrednosti mnogih parametara nisu poznate ili su neizvesne, odnosno kreću se u užim ili širim okvirima. U ovakvim slučajevima iskustvo ima ključnu ulogu u procesu planiranja (King B., 2011, Smith, 1997, McCarthy, 2002, Hall, 2006, Grobler, Elkington i Rendu, 2011). Zbog neizvesne prirode ulaznih parametara, kao i zbog velikog oslanjanja na empirijsko donošenje zaključaka, proces planiranja je po pravilu iterativan i dugotrajan.

### **3.3.1. Podela procesa planiranja**

Na osnovu nivoa detaljnosti, kao i na osnovu pouzdanosti ulaznih parametara neophodnih za planiranje, generalno se razlikuju četiri nivoa:

1. Strateško (dugoročno) planiranje,
2. Srednjeročno planiranje,
3. Kratkoročno planiranje i
4. Operativno planiranje.

Prikazana podela je najčešće korišćena ali se mora napomenuti da se često prva dva nivoa (strateško i dugoročno planiranje) razmatraju odvojeno. Takođe, mnogi autori sa naučnog aspekta razmatraju prva dva nivoa (strateško i dugoročno planiranje), dok se treći i četvrti nivo (kratkoročno i operativno planiranje) koji su po prirodi više vezani za stručno poznavanje operativnih parametara, često zanemaruju.

Bitno je napomenuti da se kroz sva četiri nivoa planiranja, analiziraju često isti problemi proizvodnje, ali se razlike javljaju u pouzdanosti i detaljnosti ulaznih parametara analize, pa sa tim u skladu i pouzdanost projektovanih rešenja.

**Strateško (dugoročno) planiranje.** Treba da definiše osnovne ciljeve projekta kao i da ponudi odgovore o načinu na koji je najbolje vršiti proizvodnju kako bi se obezbedilo postizanje korporativnih ciljeva. Strateškim planiranjem generalno se utvrđuje vrednost projekta tako što se definišu osnovni elementi rudarske proizvodnje:

- granični sadržaj (*cut-off*) koji definiše materijal kao rudu ili jalovinu,
- eksploataciona granica površinskog kopa, odnosno ukupne rezerve rude i jalovine,
- generalni razvoj rudarskih radova sa ciljem ispunjenja kvalitativnih i kvantitativnih uslova proizvodnje,
- metode i tehnologija eksploatacije i prerade,
- kapacitet proizvodnje, odnosno vek kopa.

Tokom strateškog planiranja, nivo pouzdanosti ulaznih parametara je najmanji što se direktno odražava na preciznost rešenja. Kroz kasnije faze planiranja, pristizanjem podataka sa terena, pouzdanost i tačnost se povećava. Iz tog razloga se tokom strateškog planiranja ne može insistirati na detaljnosti. Strateško planiranje vrši se tokom izrade Konceptualne i Prethodne studije izvodljivosti.

**Srednjeročno planiranje.** Ovaj nivo planiranja započinje izradom Studije izvodljivosti, i nastavlja se tokom čitavog života rudnika. Cilj srednjeročnog planiranja je razrada elemenata proizvodnje kako bi se obezbedilo maksimalno ostvarenje ciljeva definisanih strateškim planiranjem. Po pravilu ovo se svodi na maksimalno povećanje profita. Tokom srednjeročnog planiranja analiziraju se isti elementi proizvodnje, kao i u strateškom planiranju, ali je nivo pouzdanosti ulaznih parametara veći, a sa njim i nivo pouzdanosti rešenja. U tom smislu srednjeročnim planiranjem moguće je u određenoj meri menjati neke bitne odluke donete tokom strateškog planiranja (optimalna kontura, kapacitet proizvodnje, razvoj radova na

eksploataciji, itd.). Na taj način se, srednjeročnim planiranjem kroz detaljniju razradu alternativnih scenarija proizvodnje, unapređuju rešenja strateškog planiranja. Srednjeročno planiranje proizvodnje vrši se na godišnjem nivou (za period narednih 5 godina) dok se za duži period razmatranje vrši na petogodišnjem nivou.

**Kratkoročno planiranje.** Ovim nivoom planiranja se razvijaju i sprovode konkretne taktike i načini, neophodni za ostvarenje dugoročnog plana. Osnovni cilj kratkoročnog planiranja je da se obezbede projektovane količine i kvalitet u proizvodnji, neophodni za planirani rad postrojenja za preradu i poslovanje. Kratkoročno planiranje mora se vršiti u okvirima postavljenim u srednjeročnim planovima, i u tom smislu bitno je napomenuti da cilj nije kratkoročno povećanje proizvodnje ili profita za mesečni ili kvartalni period. Projektanti uključeni u kratkoročno planiranje moraju odoleti potrebi da izolovano donose strateške odluke koje mogu negativno uticati na ukupnu vrednost projekta. Primer greške ovoga tipa, koji se često sreće u praksi, je intenziviranje otkopavanja rude većeg sadržaja od zahtevanog, čime se direktno ali kratkoročno povećava profit, ali se u isto vreme i smanjuje potencijal za homogenizaciju bogate i siromašne rude u kasnijem periodu, što za posledicu ima smanjenje rezervi i veka kopa.

Kratkoročnim planiranjem u okviru razmatranog perioda detaljno se definišu sve proizvodne aktivnosti kao što su: konkretan deo ležišta u kome se vrši eksploatacija i odlaganje, oprema angažovana u eksploataciji planiranog dela ležišta, tok otkopanog materijala (na jalovište, u preradu, na deponiju) pri čemu se posebna pažnja pridaje mogućnosti mešanja materijala, planiraju se održavanje opreme, itd.

**Operativno planiranje.** Definiše proizvodnju na smenskom, dnevnom, nedeljnom i mesečnom nivou, a najčešće za period od 1 do 12 meseci. Pravilno operativno planiranje mora odgovarati kratkoročnom planu, a u isto vreme mora zadovoljiti mnoge praktične detalje koji su jedinstveni za dnevnu operativu.

### 3.4. Osnovni elementi rudarskih projekata

Zbog svoje kompleksne prirode rudarske projekte nije moguće planirati globalnom optimizacijom, tj. jedinstvenom optimizacijom koja bi obuhvatila i dala optimalna rešenja za sva pitanja rudarskog projekta. Razlozi za ovo vezani su za složenost problema koja proizilazi iz velikog broja parametara neophodnih za donošenje odluka u projektu. Pored toga, vrednosti mnogih parametara nisu odmah poznate, ili čak trajno (tokom celog života projekta) predstavljaju značajan izvor neizvesnosti.

Nedostatak matematičkih algoritama, kao i nedovoljno razvijena informatička podrška (brzina obrade informacija) dodatni su razlozi za nepostojanje globalne optimizacije. Mnogi autori (Askari-Nasab, Frimpong, i Szymanski, 2007, Everett, 2008, Osanloo, Gholamnejad i Karimi, 2008) zastupaju stav da čak i kada bi postojao razvijen matematički aparat, sa sadašnjim stepenom informatičke podrške, globalna optimizacija ne bi mogla da, u prihvatljivim vremenskim rokovima, ponudi rešenje.

Zbog navedenih ograničenja jasno je da u praksi nije moguće korišćenje globalne optimizacije, već se umesto nje vrše pojedinačne optimizacije svakog elementa rudarskih projekata. Ove optimizacije pojedinačnih elemenata nisu međusobno nezavisne, i u praksi se često vrši kooptimizacija dva ili više elementa (npr. optimizacija razvoja rudarskih radova može da utiče na optimalnu konturu kopa i obrnuto, Stevanović D, 2011) ali u svojoj osnovi ove optimizacije predstavljaju jedinstvene celine. Veoma je važno razumeti da pojedinačna optimizacija procesa u projektu, verovatno neće obezbediti globalno optimalno rešenje, već se dovoljnim smatra rešenje koje obezbeđuje ispunjenje ciljeva projekta. Naravno da ovakvo rešenje teži globalnom optimalnom rešenju i po prirodi stvari mora mu biti blisko kako bi se ciljevi projekta ispunili.

Takođe prilikom pojedinačnih optimizacija treba biti jako oprezan, jer pojedinačne optimizacije ne smeju ograničavati druge elemente projekta, čime se može doći u situaciju da lokalna optimizacija umanjuje vrednost globalnom rešenju tj. umanjuje potencijalnu vrednost čitavog projekta (Thorley, 2012).

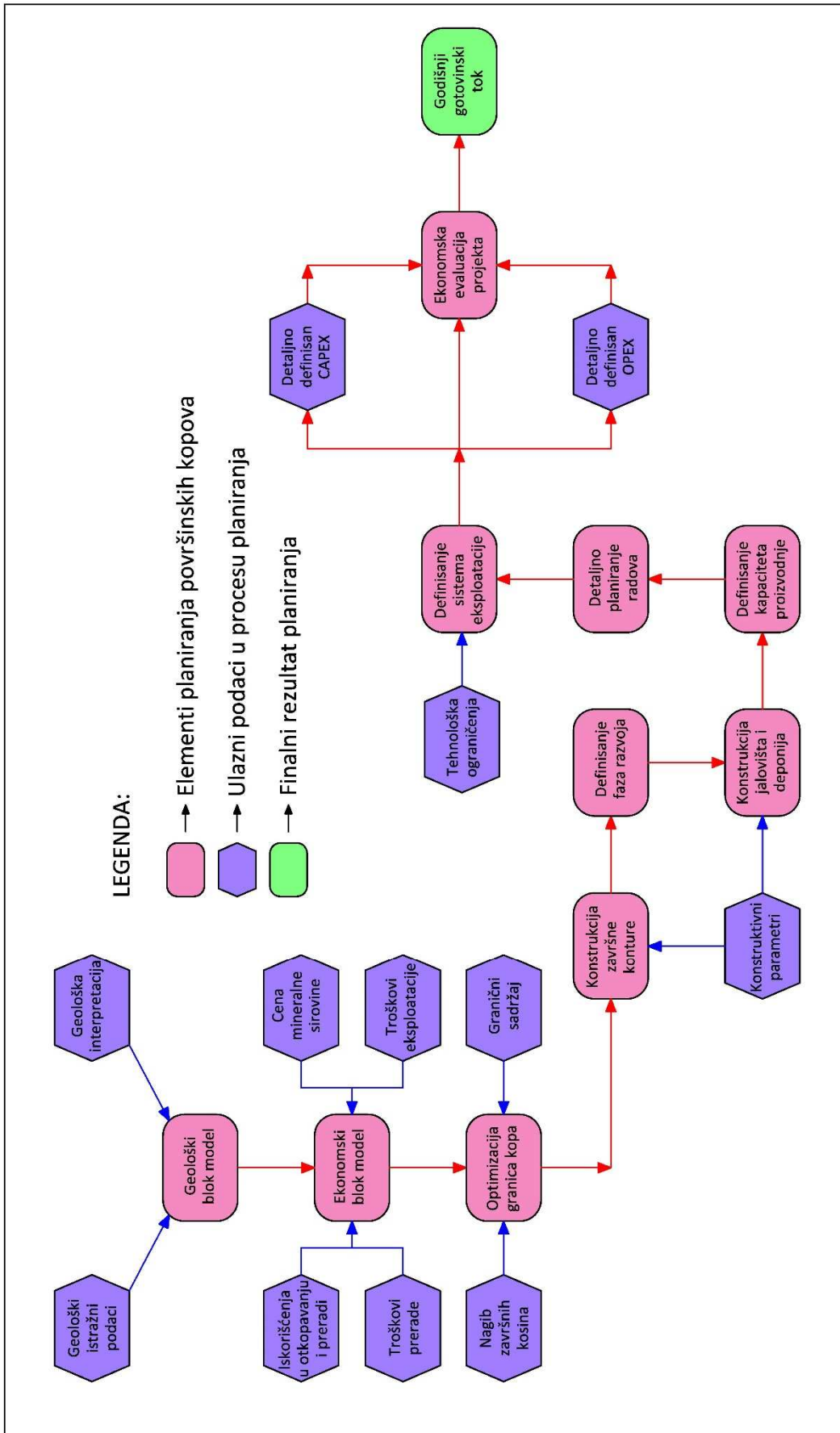
U nastavku teksta navedeni su i objašnjeni osnovni elementi svakog rudarskog projekta za površinsku eksploataciju, koji se pojedinačno optimizuju tokom faze planiranja. Osnovni elementi planiranja su:

1. razvoj geološkog blok modela,
2. razvoj ekonomskog blok modela,
3. optimizacija granica kopa,
4. konstrukcija završne konture kopa,
5. definisanje faza razvoja kopa (*eng. PushBackDesign*),
6. konstrukcija jalovišta i deponija,
7. definisanje kapaciteta proizvodnje,
8. definisanje sistema eksploatacije,
9. detaljno planiranje razvoja rudarskih radova, i
10. ekonomska evaluacija projekta.

Dati osnovni elementi rudarskog projekta nabrojani su po hijerarhijskom redu, odnosno prema redosledu kako ih je neophodno definisati. Važno je spomenuti da ne postoje identični rudarski projekti, već svaki poseduje određene specifičnosti. Iz tog razloga u okviru konkretnih projekata mogu se naći dodatni elementi planiranja, koji nisu obuhvaćeni navedenim nabrojanjem.

Dijagram kojim se definiše metodologija i osnovni elementi pri planiranju rudarskih projekata dat je na slici 3.5.

U nastavku teksta dat je opis konvencionalnog pristupa pri planiranju nabrojanih elementa rudarskog projekta, odnosno opis trenutno prihvaćenih industrijskih standarda u planiranju površinskih kopova. Opis je baziran na primenjenoj metodologiji za optimizaciju pojedinačnih elemenata projekta, dok korišćeni matematički aparat nije posebno obrađen. Detaljan opis osnovnih matematičkih modela za planiranje i optimizaciju površinskih kopova, dat je u poglavlju 4 ove disertacije.



Slika 3.5. Metodologija planiranja rudarskih projekata

### 3.4.1. Razvoj geološkog modela

Kako bi se kompleksan proces planiranja u rudarskom projektu sproveo, neophodno je imati dovoljno tačnu i preciznu predstavu o geološkim karakteristikama analiziranog ležišta. Iz tog razloga neophodno je razviti geološki model koji zapravo predstavlja u dovoljnoj meri verodostojnu simulaciju stvarnih geoloških karakteristika ležišta. Značaj geološkog modela za uspeh rudarskog projekta je krucijalan, i jasno je da se eventualne greške napravljene u modelu, prenose u sve dalje faze projekta.

Do sredine sedamdesetih godina prošlog veka, pod geološkim modelom, se podrazumevala velika količina geoloških dokumenata (karti, profila, tekstualnih dokumenata) kojima se na osnovu materijalnih podloga, definisalo ležište. Razvojem informatičke podrške stvorili su se uslovi za razvoj digitalnih geoloških modela. Prelaskom sa materijalnih na digitalne modele, geološka interpretacija je u značajnoj meri dobila na brzini mnogobrojnih analiza, a time i na kvalitetu projektovanja.

U osnovi digitalni geološki modeli mogu se podeliti na:

- geološke modele zasnovane na miniblokovima, i
- geološke modele zasnovane na gridovima.

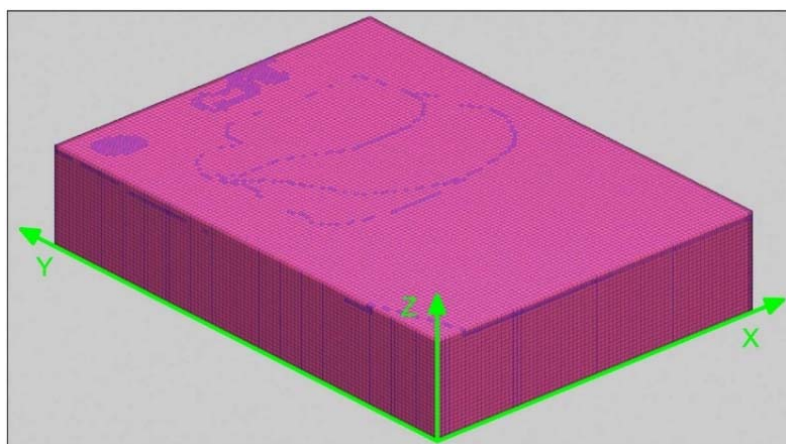
I pored istih osnovnih principa spomenute dve vrste geoloških modela imaju i značajne razlike, tabela 3.1.

Tabela 3.1. Osnovne razlike između blok modela i grid modela

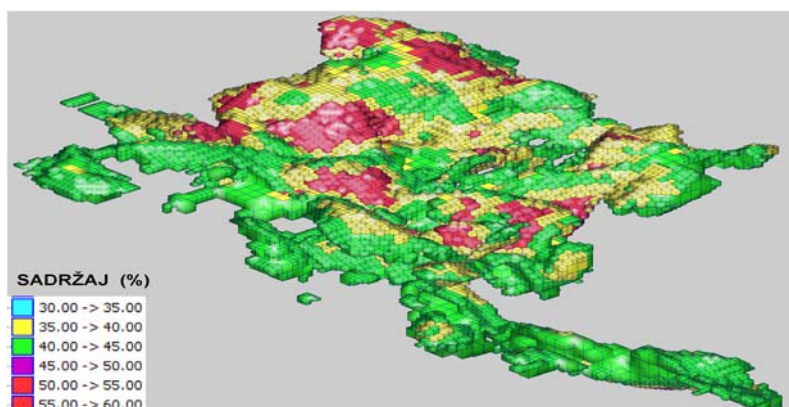
Razlike prema	Geološki modeli zasnovani na miniblokovima (Blok modeli)	Geološki modeli zasnovani na gridovima (Grid modeli)
Strukturi	3 dimenzije – 3D modeli	2 dimenzije – 2D modeli
Metodi modeliranja	Eksplisitno modeliranje	Implicitno modeliranje
Namena	Za metalična ležišta	Za slojevita ležišta



Geološki modeli zasnovani na miniblokovima (blok modeli) karakteristični su za ležišta sa veoma kompleksnim oblikom (metalična ležišta). Osnovni princip kod ovakvog modela je diskretizacija rudnog tela na veliki broj mini blokova. Blok je nosilac jedinstvenih informacija za zapreminu koju obuhvata u trodimenzionalnom (3D) prostoru. To znači da svaki blok poseduje svoju lokaciju, veličinu i kvalitativne karakteristike (atribute) u 3D prostoru. Blokovi unutar modela imaju osnovnu veličinu (standardne dimenzije) ali zbog bolje interpretacije u geološki kompleksnim zonama mogu biti i manji (sub-blokovi). Većina vodećih komercijalnih softvera, specijalizovanih za rudarstvo, zasnovani su za rad sa blok modelom (Surpac, Gems, Whittle). Na slici 3.6 prikazan je blok model generisan u programskom paketu Surpac.



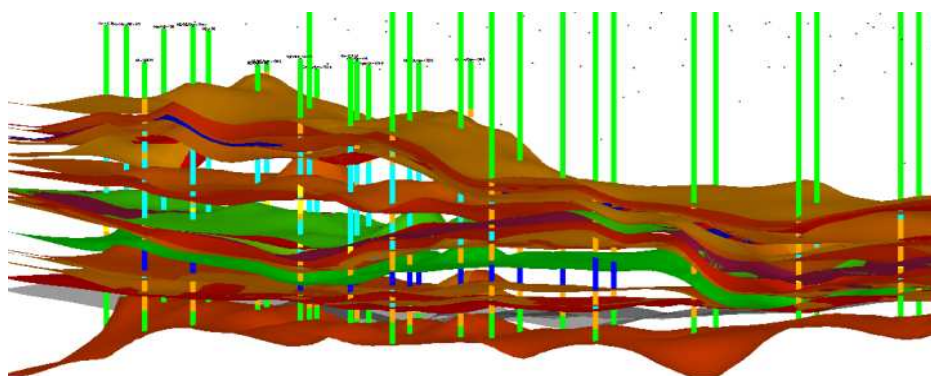
a) Blok model



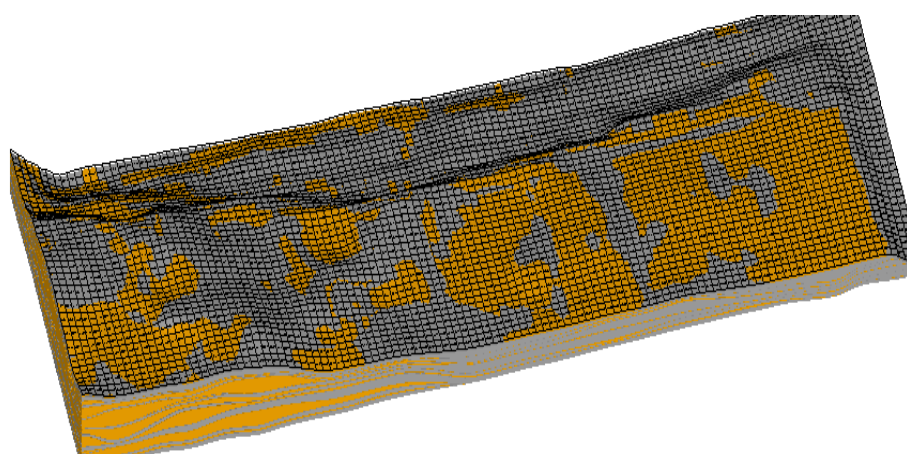
b) Izdvojeni rudni blokovi u blok modelu

Slika 3.6. Geološki blok model

Geološki modeli koji su zasnovani na gridovima (grid modeli) posebno su pogodni za interpretaciju ležišta kojima je pružanje (u XY ravni) znatno veće od debljine (u Z ravni) rudnog tela. Ova osobina ih čini idealnim za interpretaciju slojevitih ležišta kao što su ležišta ugljeva, boksita, fosfata itd. Dodatna diskretizacija po debljini, u slučaju slojevitih ležišta, vezana je za činjenicu da se rudne serije sastoje od većeg broja slojeva različite i promenljive debljine. Kod grid modela, slojevi su predstavljeni serijom međusobno zavisnih površi (gridova). Ove površi kreirane su od pravilne mreže (grida) pri čemu je svaka presečna tačka mreže, određena X i Y koordinatama, kao i elevacijom Z ili nekom kvalitativnom vrednoću (sadržaj sumpora, kalorična vrednost, zapreminska masa itd.). Kako površi kojima se modeliraju slojevi (ili neka kvalitativna osobina) nemaju debljinu, modeliranje se suštinski vrši u 2D prostoru (slika 3.7).



a) Strukturni gridovi ležišta uglja

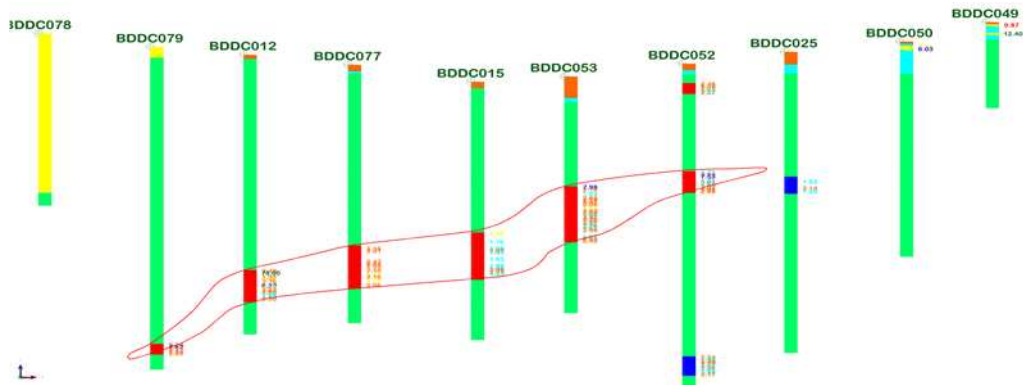


b) Grid model ležišta sa generisanim slojevima

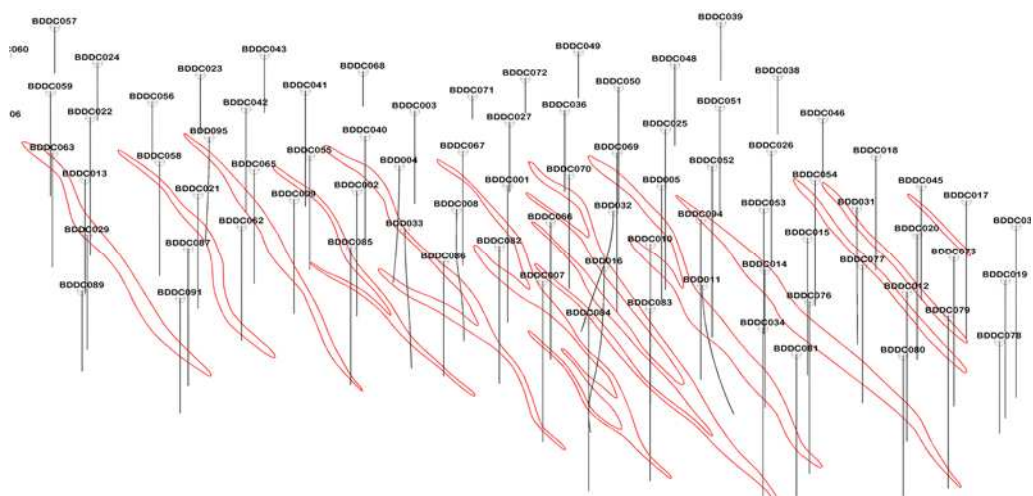
Slika 3.7. Geološki grid model

Jedna od bitnih razlika između blok i grid geoloških modela, zasnovana je na principu modeliranja. U slučaju ležišta kompleksne građe (metalična ležišta) koja se modeliraju blok modelom, interpretacija geometrije rudnog tela (ili nekog drugog domena) je zasnovana na manuelnoj digitalizaciji velikog broja profila. Nakon mnogobrojnih i iscrpnih analiza, geometrija rudnog tela se interpretira na profilima sa bušotinama. Na ovaj način se analiza kompleksne geometrije rudnog tela uprošćava, jer se interpretacija vrši na profilima (2D) a ne u prostoru (3D). U sledećem koraku spajanjem velikog broja profila, kreira se trodimenzionalno telo (solid). Kreiranje solida od digitalizovanih profila (*eng. wireframing*) predstavlja eksplicitan način modeliranja (slika 3.8). Osnovna mana eksplicitnog modeliranja leži u činjenici da je postupak digitalizacije profila, kao i kreiranje solida njihovim povezivanjem, dugotrajan i naporan proces. Takođe proces ostavlja značajan prostor za subjektivnu interpretaciju geometrije razmatranog domena.

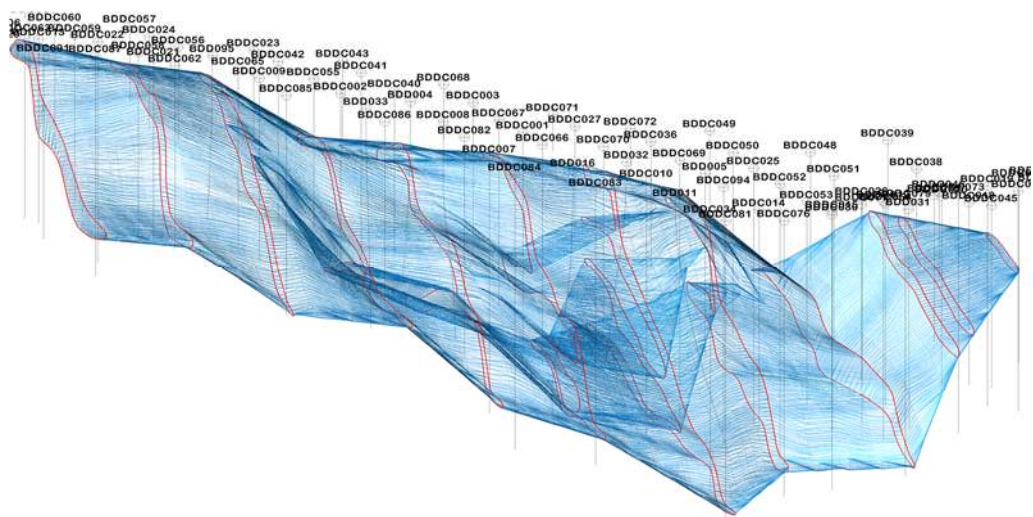
Alternativu eksplicitnom modeliranju predstavlja implicitno modeliranje primenjeno u geološkim modelima zasnovanim na gridu. U slučaju implicitnog modeliranja, geometrija rudonosnih slojeva se ne formira manuelnom digitalizacijom već se vrši automatski, korišćenjem neke metode interpolacije. Za primenu implicitnog modela neophodno je nabušene uzorke svrstati u slojeve označene imenima. Na ovaj način (imenovanjem slojeva) kreiraju se domeni odnosno uvodi kontrola po kojoj se osobine nekog sloja "A" definišu samo na osnovu podataka iz uzoraka dodeljenih sloju "A". Nakon definisanja pripadnosti svih uzoraka prema imenima slojeva (nakon definisanja domena) geometrija sloja između bušotina formira se automatski, upotrebom prikladne metode interpolacije. Prednost implicitnog modeliranja ogleda se u automatskom generisanju geometrije slojeva, zbog čega je modeliranje ovom metodom po pravilu brže i iziskuje manje napora. Mane se ogledaju pre svega u činjenici da ne postoji metoda interpolacije koja bi mogla da obezbedi verodostojnu reprezentaciju rudnih tela složene geometrije (metalična ležišta) zbog čega se implicitni metod u ovim slučajevima ne može koristiti. Takođe u slučaju modeliranja složenih i vrlo raslojenih ležišta, grupisanje uzoraka po slojevima može biti jako složen proces, koji je često kompromitovan velikim uticajem subjektivnosti.



a) Digitalizacija pojedinačnih profila



b) Mreža digitalizovanih profila

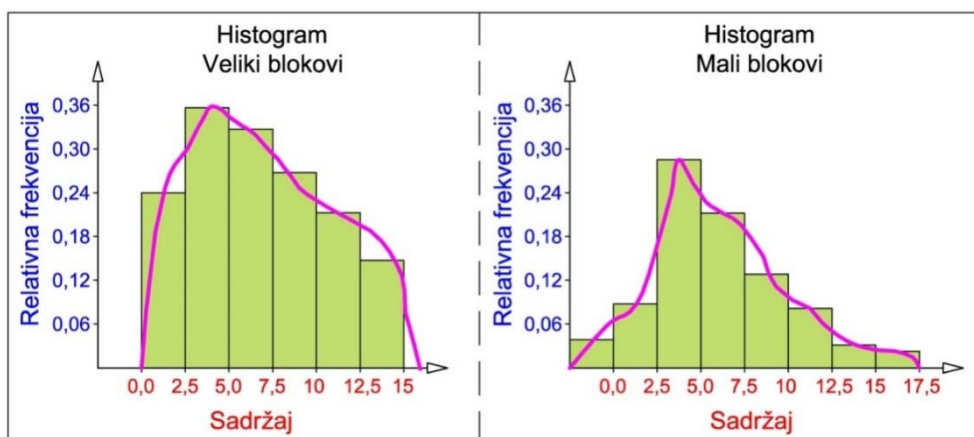


c) Formiran domen (solid)

Slika 3.8. Metodologija eksplicitnog modeliranja

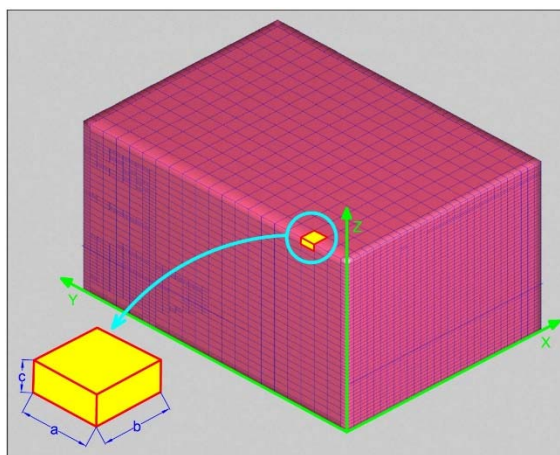
Savremena praksa modeliranja ležišta okarakterisana je stalnim napretkom alata inkorporiranih u komercijalne softvere, kojima se proces razvoja modela ubrzava i olakšava. U naučnom smislu napori su usmereni na razvoj metoda interpolacije kojima bi se obezbedile dovoljno pouzdane geološke kontrole i na taj način omogućilo modeliranje složenih ležišta implicitnom metodom (Cowan, 2003).

Pored značajnih razlika, blok i grid modeli imaju i veliki broj zajedničkih karakteristika. Veličina pojedinačnog bloka i dimenzije grida uslovljene su istim faktorima. Mera diskretizacije modela predstavlja problem koji generiše veliku polemiku u stručnoj i naučnoj javnosti. Problem se ne može zaobići, i uz definisanje lokacije i dimenzija modeliranog prostora, javlja se na samom početku procesa kreiranja modela. David (1971, 1977) je napomenuo da je najčešća greška koja se pravi pri određivanju veličine bloka (grida) prevelika diskretizacija. Ova greška je inspirisana težnjom korisnika da što preciznije predstave geološke karakteristike ležišta, zbog čega nepotrebno smanjuju veličinu bloka. Smanjenjem veličine blokova, drastično se povećava broj blokova u modelu, a time se dalje drastično povećava i vreme svake operacije sa modelom. Takođe, i raspodela kvalitativnih karakteristika u modelu može biti manje tačna, ako se veličina bloka značajno smanji. Coombes (2004) je analizirao uticaj veličine bloka na kvalitativne parametre u ležištu. Autor napominje da se može uspostaviti zakonitost prema kojoj je varijabilnost neke kvalitativne karakteristike obrnuto proporcijalna veličini bloka u modelu (Combes, 2004), slika 3.9.



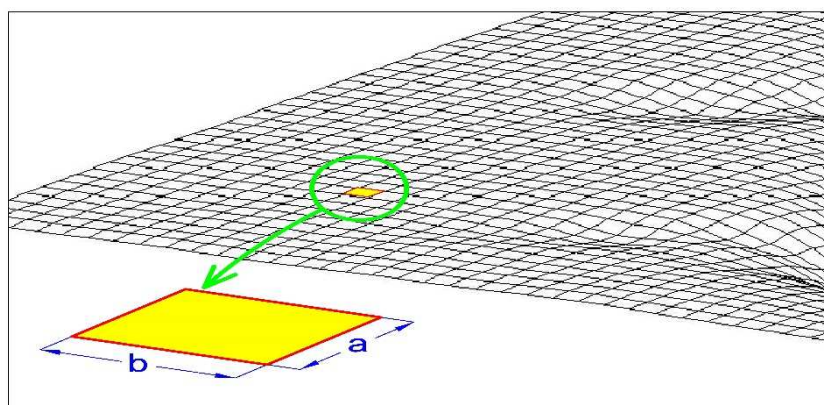
Slika 3.9. Histogrami raspodele sadržaja u zavisnosti od veličine bloka

David (1977) napominje da se kao opšte pravilo, pri određivanju veličine bloka, može koristiti empirijski zaključak po kome dužina i širina bloka ( $a$  i  $b$  sa slike 3.10) ne bi trebalo da bude manja od vrednost četvrtine rastojanja između istražnih radova. Kako se modeliranje blok modelom vrši u 3D prostoru, svaki blok ima i visinu ( $c$  na slici 3.10). Visina bloka se najčešće utvrđuje u zavisnosti od tehnoloških faktora, odnosno odgovara visini etaže (Hustrulid i Kuchta, 1998).



Slika 3.10. Dimenzije bloka u modelu

Barber (2011) navodi da slično empirijsko pravilo postoji i kada je veličina grida u pitanju. Prema Barberu dimenzije grida (slika 3.11,  $a$  i  $b$ ) bi trebale da budu od  $1/4$  do  $1/5$  rastojanja između istražnih radova (najčešće bušotina).



Slika 3.11. Dimenzije grida

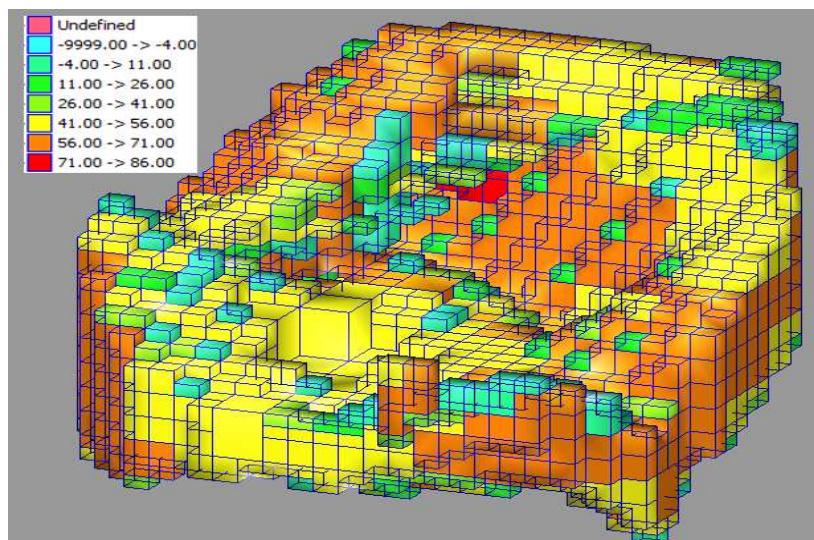
Poput definisanja mere diskretizacije i pri generisanju kvalitativnih parametara, ne postoje suštinske razlike kada su u pitanju blok i grid model. Generisanje se vrši na osnovu neke metode interpolacije, a u okviru neke geološke kontrole, odnosno definisanih domena. U slučaju metaličnih ležišta to je najčešće solid rudnog tela, odnosno definisan sloj u slučaju slojevitih ležišta. Odabir metode interpolacije mora biti izvršen nakon opsežnih geostatističkih analiza. Vrednosti generisane različitim metodama se mogu značajno razlikovati. Postoji značajan broj metoda interpolacije, ali se grubo može reći da su dve metode koje se najčešće koriste krigovanje i metoda Inverznog rastojanja.

### **3.4.2. Ekonomski blok model**

U današnjoj praksi, za sve značajne rudarske projekte, problem optimizacije granica kopa tretira se razvijenim metodama optimizacije koje su inkorporirane u specijalizovane softvere. Za ovakav pristup neophodno je postojanje ekonomskog blok modela.

Ekonomski blok model nastaje tako što se svakom bloku u geološkom blok modelu ležišta, dodeli novi atribut (karakteristika) koji definiše ekonomsku vrednost konkretnog bloka u slučaju njegove eksploatacije (slika 3.12). Proračun ekonomske vrednosti bloka (EVB) zahteva detaljno poznavanje, odnosno definisanje, značajnog broja parametara. Osnovni parametri za formiranje ekonomskog blok modela su:

- sadržaj korisne komponente u bloku,
- prodajna cena korisne komponente,
- troškovi eksploatacije i prerade,
- granični sadržaj u eksploataciji i preradi,
- iskorišćenja u eksploataciji i preradi.



a) 3D prikaz blokova grupisanih prema vrednosti (€/m<sup>3</sup>)

-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00
-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00
70.15	70.15	69.77	69.77	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00
70.15	70.15	69.77	69.77	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00
81.42	81.42	78.88	78.88	77.84	77.84	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00
81.11	81.11	78.88	78.88	57.13	57.13	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00
				15.71	15.71							
				-4.00	-4.00							
				17.69	17.69							
85.97		84.66		85.77	85.77	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00
				84.52	84.52							
79.86		81.19		84.52	84.52	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00
67.36	67.36	69.15	69.15	73.16	73.16	-4.00	-4.00	15.15	15.15	-4.00	-4.00	-4.00
		32.07	32.07									
67.36	67.36	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	78.41	78.41	75.62	75.62	67.90	67.90	67.90
31.18	31.18											
-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	29.20	29.20							
-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	12.10	12.10							
-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	70.97	70.97	76.75	76.75	73.43	73.43	73.43
-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00							
-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00			62.46	62.46	63.80	63.80	63.80
-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00			11.86	11.86	-4.00	-4.00	-4.00
-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00			-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00

b) Presek kroz ekonomski blok model sa vrednošću (€/m<sup>3</sup>) za svaki blok

Slika 3.12. Ekonomski blok model-blokovi grupisani prema ekonomskoj vrednosti bloka

**Sadržaj korisne komponente** u svakom bloku, predstavlja jedan od najvažnijih parametara i definisan je tokom izrade geološkog modela ležišta, odnosno tokom procene resursa. Sadržaj korisne komponente direktno utiče na EVB zbog čega je tačnost njegove procene krucijalna za uspešan ishod projekta. Osim sadržaja i tip mineralizacije rudonosnog bloka može biti veoma važan faktor. Čest je slučaj da se u ležištu nalaze blokovi sa veoma velikim sadržajem korisne komponente ali imaju



takav tip mineralizacije, ili sadrže štetne komponente, zbog čega njihova prerada nije isplativa ili u nekim slučajevima moguća. Ovakvi blokovi generišu samo trošak i u procesu optimizacije se moraju tretirati kao jalovinski blokovi.

**Prodajna cena korisne komponente** predstavlja jedan od najčešće analiziranih parametara u rudarskim projektima. Uglavnom je u funkciji globalnih tržišnih uslova, odnosno globalne ponude i tražnje. Ovaj parametar smatra se jednim od najvažnijih izvora neizvesnosti u projektu zbog čega često figuriše u mnogim analizama osetljivosti projekta. Odluka o ceni korisne mineralne sirovine, sa kojom se ulazi u optimizaciju granica kopa, po pravilu predstavlja jednu od najvažnijih odluka projekta. Greške u ovom slučaju direktno se prenose u procenu ukupne vrednosti projekta, što može imati fatalne posledice. Detaljniji opis prodajne cene korisne mineralne sirovine dat je u poglavlju 6.2.3.

**Troškovi eksploatacije i prerade** predstavljaju promenljive koje se moraju proceniti kako bi se formirala ekonomska vrednost za svaki pojedinačni blok u modelu. Tokom optimizacije granica površinskog kopa, kada većina elemenata buduće proizvodnje nije poznata, procena troškova u velikoj meri se zasniva na inženjerskoj proceni. U kasnijim fazama planiranja mnogi elementi (geometrija kopa, dužina transporta, primenjena tehnologija) postaju poznati, što stvara dodatne uslove za tačniju procenu troškova. Troškove je tada neophodno ponovo analizirati i uporediti vrednosti koje su korišćene u procesu optimizacije. Ako su razlike velike, potrebno je ponovo izvršiti optimizaciju granica kopa. Iz navedenog se vidi da odnos optimalne konture i operativnih troškova predstavlja primer kružnog problema u kome optimizacija granica kopa zavisi od troškova, a dovoljno tačno utvrđivanje troškova nije moguće bez definisane optimalne konture. Rešenje ovoga kružnog problema obezbeđuje se sprovođenjem više iteracionih ciklusa.

Procena operativnih troškova, najčešće se vrši na osnovu poznatih podataka sa sličnih, već postojećih kopova. Kopovi sa kojih se uzimaju podaci moraju biti dovoljno slični (geometrija kopa, sastav ležišta, primenjena tehnologija) kako bi troškovi bili uporedivi.

Takođe, proizvođači opreme definišu osnovne troškove rada za svoju opremu, ali ovi podaci se mogu shvatiti kao gruba procena, jer se odnose na generalne (najčešće posebno povoljne) uslove rada, i mogu biti značajno drugačiji u slučaju rada opreme u specifičnim uslovima kopa.

**Granični sadržaj u eksploataciji i preradi**, odnosno *cut-off*, predstavlja parametar koji direktno utiče na vrednost projekta. Postoji više tipova graničnog sadržaja ali je za proces kreiranja EVB, odnosno optimizacije kopa, najznačajnija vrednost koja prema sadržaju deli materijal u kopu na rudu ili jalovinu kao i vrednost koja propisuje najmanji granični sadržaj otkopane rude na ulazu u preradu.

Opšti oblik za vrednost graničnog sadržaja određen je relacijom:

$$x_c = \frac{T_o + T_p}{r \cdot (V - R)} \quad (3.1)$$

gde je:  $x_c$  – vrednost graničnog sadržaja (% ili grama korisne mineralne sirovine),

$T_o$ – troškovi otkopavanja (€/t),

$T_p$ – troškovi prerade (€/t),

$r$  – iskorišćenje u preradi (%),

$V$  – vrednost jedinice proizvoda (€/%,€/g),

$R$  – troškovi prodaje, transporta i ostali troškovi za jedinicu proizvoda (€/%,€/g).

Vrednost graničnog sadržaja u funkciji je obezbeđenja maksimalnog profita i stabilne proizvodnje. To znači da se prilikom odabira graničnog sadržaja pored maksimizacije profita posebna pažnja mora posvetiti i potrebi da se u svakoj fazi eksploatacije obezbedi potrebni minimalni sadržaj na ulazu u preradu. Da bi se tačno utvrdio granični sadržaj neophodno je znati kvalitet rezervi, zbog čega je često potrebno izvršiti više iteracija u procesu optimizacije granica sa različitim vrednostima graničnog sadržaja (kružni problem).

Značaj i vrste graničnog sadržaja posebno su dobro dokumentovana od strane autora Rendu (2014) i Lane K. (1979)

**Iskorišćenja u eksploataciji i preradi** pre svega zavise od usvojene tehnologije, geometrije kopa i organizacije rada. Poput operativnih troškova, i u ovom slučaju tokom procesa optimizacije, vrednost ovih parametara se ne zna i nemoguće je utvrditi ih sa sigurnošću već se mora operisati sa procenom. Procene iskorišćenja se najčešće formiraju na osnovu parametara rada sa sličnih kopova.

**Uglovi završnih kosina kopa** ne utiču na EVB, ali predstavljaju jedno od najvažnijih ograničenja prilikom optimizacije granica kopa. Nagib završnih kosina uslovljen je geomehaničkim karakteristikama stena kroz koje se pružaju granice kopa. Odnos optimalne konture i uglova nagiba je kružni problem, odnosno obe komponente su međusobno zavisne. Da bi se odredio ugao nagiba završne kosine potrebno je znati granice kopa (u kom stenskom materijalu su granice), a da bi se optimizovale granice kopa neophodno je definisati uglove nagiba kosina. Ovaj problem, kao i u prethodnim slučajevima, rešava se iteracionim postupkom.

### 3.4.3. Optimizacija granica kopa

Definisanjem parametara za formiranje EVB u modelu, problem optimizacije konture kopa je u stručnom smislu, praktično rešen. Pomoću specijalizovanog programskog paketa, nad ekonomskim blok modelom sprovodi se neki od algoritama za optimizaciju konture kopa (najčešće LG metod) čime se kao izlaz generiše optimalna kontura.

Površinski kop po pravilu predstavlja najvredniji objekat u rudarskom projektu. Iz tog razloga kao i zbog činjenice da se definisanjem granica površinskog kopa, u velikoj meri utiče na sve ostale elemente planiranja, ova aktivnost predstavlja jednu od najvažnijih i kritičnih odluka u razvoju projekta.

Zbog svog velikog značaja, ciljevi kojima se rukovodimo prilikom optimizacije granica površinskog kopa, po pravilu koincidiraju sa globalnim ciljevima rudarskog projekta. U najvećem broju slučajeva ciljevi su ekonomske prirode i svode se na ostvarenje najvećeg profita, mada kao i u slučaju celokupnog rudarskog projekta (poglavlje 3.1) mogu imati i socijalno-političku komponentu. Kako su ekonomski ciljevi dominantni, i kako je ostale ciljeve nemoguće (ili u krajnjem slučaju izuzetno teško) definisati, u

naučnom smislu optimizacija granica kopa svodi se na definisanje konture čijom će se eksploatacijom ostvariti najveći profit.

Problem optimizacije kopa zahteva kompleksnu analizu koja uključuje veliki broj značajnih parametara. Po pravilu tačna vrednost mnogih parametara je nepoznata ili je neizvesna. Iz ovih razloga optimizacija granica kopa je po pravilu dugotrajan i iterativan proces. U dosadašnjoj rudarskoj praksi razvijeno je više metoda za optimizaciju kontura kopa i sve one se mogu grubo podeliti na:

- ručne metode
- računarske metode
- kombinovane računarsko-ručne metode.

**Ručne metode** zasnivaju se najčešće na analizi završne konture, na velikom broju profila, čime se stiče predstava o prostornom izgledu optimalnih granica kopa. Optimizacije izvođene ručnim metodama po pravilu su naporene (iziskuju crtanje velikog broja profila i značajne proračune) i dugotrajne s obzirom da zahtevaju veliki broj iteracija. Velika mana ručnih metoda ogleda se u činjenici da ne garantuju pronalaženje optimalne konture, već su rešenja samo suboptimalna. Takođe, zbog velike količine manuelnog rada (crtanje i proračuni) mogućnost generisanja greški je značajna. Zbog značajnih nedostataka, kao i zbog brzog razvoja informatičke tehnologije, ručne metode se sve ređe koriste. Danas se koriste za slučaj manjih, geološki prostijih ležišta, gde je veliki broj elemenata rudarskog projekta poznat. Detaljan opis ručnih metoda dobro je dokumentovan od strane Hustrulid W. i Kuchta M. (1998).

**Računarske metode** zasnovane su na kompleksnim matematičkim algoritmima inkorporiranim u specijalizovane rudarske softvere. Postoji više matematičkih algoritama za određivanje optimalne konture površinskog kopa. U početku razvijeni algoritmi nisu garantovali pronalaženje optimalnih rešenja (kontura) a onda je polovinom prošlog veka razvijena Lerchs-Grossmann (LG) metoda (Lerchs and Grossmann, 1965) koja za zadati set parametara garantuje nalaženje optimalne konture. Danas se LG metoda najčešće koristi i smatra industrijskim standardom.

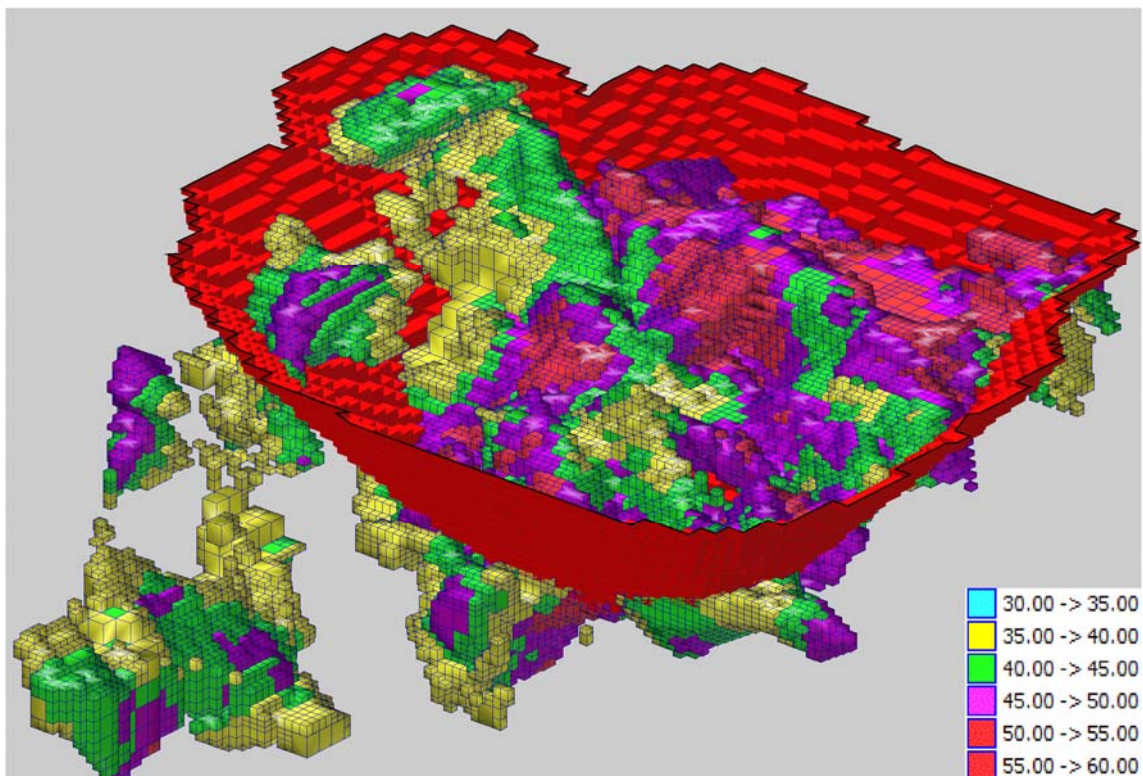
Detaljan opis osnovnih matematičkih metoda optimizacije dat je u poglavlju 4. Ono što je zajedničko svim ovim metodama je neophodnost postojanja ekonomskog blok modela ležišta. Da bi se ekonomski blok model formirao potrebno je poznavanje velikog broja ekonomsko-tehnoloških parametara. Iz ovoga razloga, u praktičnom smislu, problem optimizacije granica površinskog kopa, računarskim metodama, svodi se na pravilan odabir ulaznih parametara. Mane računarskih metoda pre svega se ogledaju u čestoj nemogućnosti da odgovore na posebne (nestandardne) zahteve optimizacije, koje su generisane specifičnošću svakog ležišta odnosno rudarskog projekta.

**Kombinovane metode** se najčešće koriste u praksi i međusobno kombinuju pozitivne, a prevazilaze negativne osobine ručnih i računarskih metoda. Ove metode zasnivaju se na računarskom određivanju optimalne konture kopa i kasnijem ručnom, delimičnom, korigovanju optimalne konture u cilju njenog prilagođavanja specifičnim zahtevima projekta.

Proizvod optimizacije kopa je kontura koja za dati set parametara obezbeđuje najveću vrednost projekta. Optimalna kontura nastaje izdvajanjem blokova iz ekonomskog modela koji obezbeđuju maksimalan profit, zbog čega ima karakterističnu blokovsku strukturu (slika 3.13).

#### ***3.4.3.1. Analiza kontura na osnovu faktora prihoda (eng. nestedpits)***

Prilikom sprovođenja optimizacije završne konture kopa, pored optimalne konstruiše se i niz dodatnih kontura. Ove dodatne konture konstruišu se identično kao i optimalna kontura, s tim što se jedan (retko više) parametara za definisanje ekonomskog modela menja, što za posledicu ima generisanje optimalnih kontura drugačijih od početne (nominalne). U suštini, na ovaj način zapravo se sprovodi analiza osetljivosti konture kopa na parametar koji se menja.



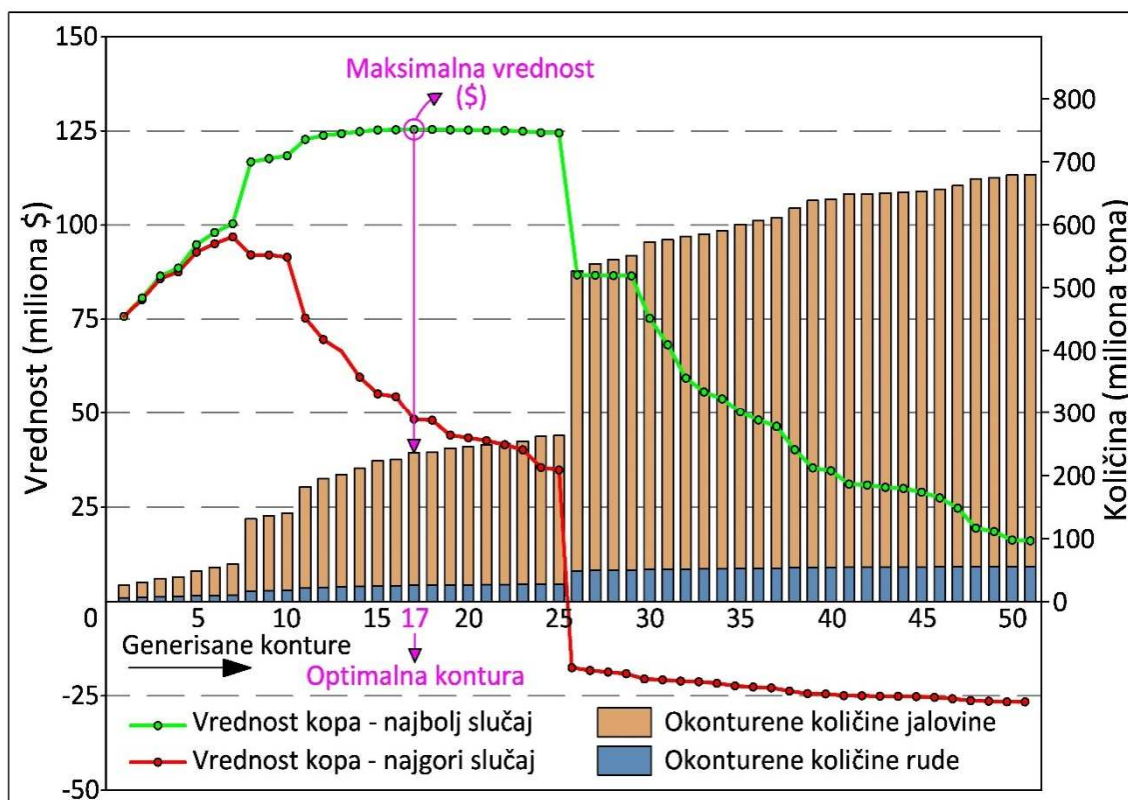
Slika 3.13. Optimalna kontura kopa

Prodajna cena korisne mineralne sirovine je parametar koji se najčešće menja, u procesu optimizacije. Ovaj parametar je posebno zanimljiv jer je optimizacija granica kopa po pravilu veoma osetljiva na promenu cene. Pored toga cena je parametar koji je jako teško proceniti (jedan od osnovnih izvora neizvesnosti u projektu) pa je i sa tog aspekta veoma zanimljivo sprovođenje analize osetljivosti za ovaj parametar.

Kako se unutar ležišta često vrši eksploatacija više od jedne korisne mineralne sirovine, sa različitim prodajnim cenama, prilikom generisanja kontura ne baratamo sa svakom pojedinačnom cenom, već se za te svrhe uvodi faktor prihoda ( $F_p$ ). Ovaj faktor je zapravo koeficijent koji se množi sa nominalnom (očekivanom tj. procenjenom) cenom svake korisne mineralne komponente u ležištu. Faktor prihoda može biti veći ili manji od 1, što za posledicu ima generisanje većih ili manjih optimalnih kontura od nominalne optimalne konture.

Menjanjem vrednosti faktora prihoda može se generisati praktično proizvoljan broj optimalnih kontura. U praksi se najčešće finom diskretizacijom faktora prihoda, za određeni korak promene, generiše više desetina optimalnih kontura.

Ovakva analiza proizvodi rešenja u analitičkom obliku (dijagram na slici 3.14) ali i grafička rešenja (generisane 3D konture slika 3.15). Izvođenje zaključaka odnosno donošenje odluka za dalji proces planiranja, znatno je olakšano ovakvim plastičnim prikazom rešenja.



Slika 3.14. Dijagram promene optimalnih kontura u zavisnosti od faktora prihoda

Grafik na slici 3.14 ima dve komponente:

- promenu količina jalovine i rude u generisanim konturama,
- promenu ekonomske vrednosti generisanih kontura.

Prva komponenta je vezana za ukupne količine jalovine i korisne komponente u svakoj generisanoj konturi (označeno plavim i smeđim stubićima na grafiku). Sa

grafika se jasno uočava pravilo da se povećanjem faktora prihoda povećavaju i zapremine optimalnih kontura, odnosno količine jalovine i rude.

Drugu komponenta predstavljena je crvenom i zelenom krivom na grafiku, i zapravo predstavlja ekonomske vrednosti generisanih kontura. Za razliku od količina, ovde se povećanjem faktora prihoda, ne generiše trend rasta. Razlog za ovo leži u činjenici da su ekonomske vrednosti generisanih kontura preračunate za nominalnu vrednost cene korisne mineralne sirovine ( $F_p=1$ ). Ovo je urađeno kako bi se stvorila mogućnost za međusobno upoređenje ekonomskih potencijala inkrementalno (za korak povećanja  $F_p$ ) generisanih kontura. Iz tog razloga najveću ekonomsku vrednost, će uvek imati kontura generisana za  $F_p=1$  (kontura broj 17 na grafiku, slika 3.14).

Ekonomske vrednosti generisanih kontura se najčešće prikazuju za dva slučaja eksploatacije najgori i najbolji slučaj.

Najgori slučaj (crvena kriva na grafiku, slika 3.14) definiše ekonomsku diskontovanu vrednost generisanih kontura, za razvoj radova, od najviše do najniže etaže, unutar jedne konture. Ovo znači da će se nakon eksploatacije prve (najviše) etaže, eksploatacija svake etaže vrši tek nakon završenih radova na prethodnoj (višoj etaži).Ovakvim razvojem radova, favorizuje se ranije otkopavanje jalovine (otkrivka je po pravilu na višim etažama) što je u direktnoj suprotnosti sa principima maksimizacije diskontovane vrednosti. Uticaj diskontnog faktora pri ovakvom slučaju razvoja radova dolazi do izražaja, zbog čega su vrednosti generisanih kontura minimalne (najgori slučaj).

Najbolji slučaj definiše ekonomsku diskontovanu (ređe nediskontovanu vrednost) za slučaj kada se napredovanje radova vrši od manjih ka većim generisanim konturama. Svaka kontura sem prve (generisane za najniži faktor prihoda) u sebi sadrži određen broj manjih kontura (generisanih za manji faktor prihoda). Diskontovana ekonomska vrednost određene konture, definisana je razvojem eksploatacije od prve (najmanje) ka narednoj (većoj) konturi dok se ne stigne do



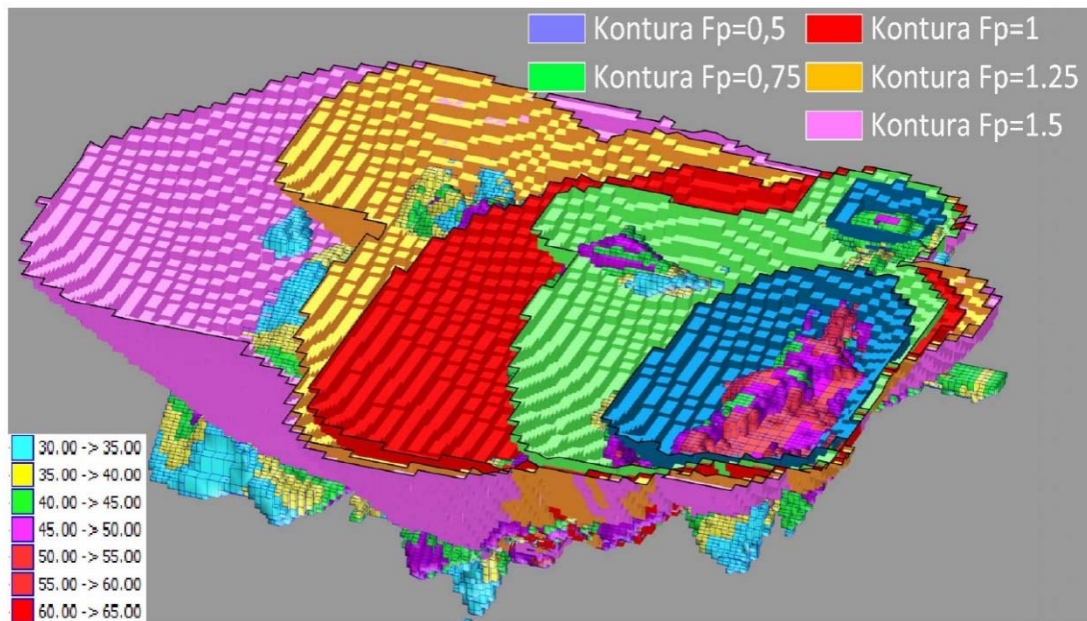
analizirane konture. Ponavljanjem ovoga procesa za sve generisane konture dobija se kriva označena zelenom bojom na grafiku (slika 3.14).

Teoretski, najbolji ekonomski efekti postigli bi se kada bi se razvoj radova na eksploataciji organizovao prema najboljem slučaju. Problem je što najbolji slučaj u razmatranje ne uzima sva organizaciono-tehnološka i prostorna ograničenja prisutna u eksploataciji, odnosno praktično nije izvodljiv. Iz tog razloga stvaran razvoj rudarskih radova treba tako organizovati da je što bliži najboljem slučaju, ali uz uvažavanje svih prisutnih tehničko-tehnoloških ograničenja u procesu eksploatacije.

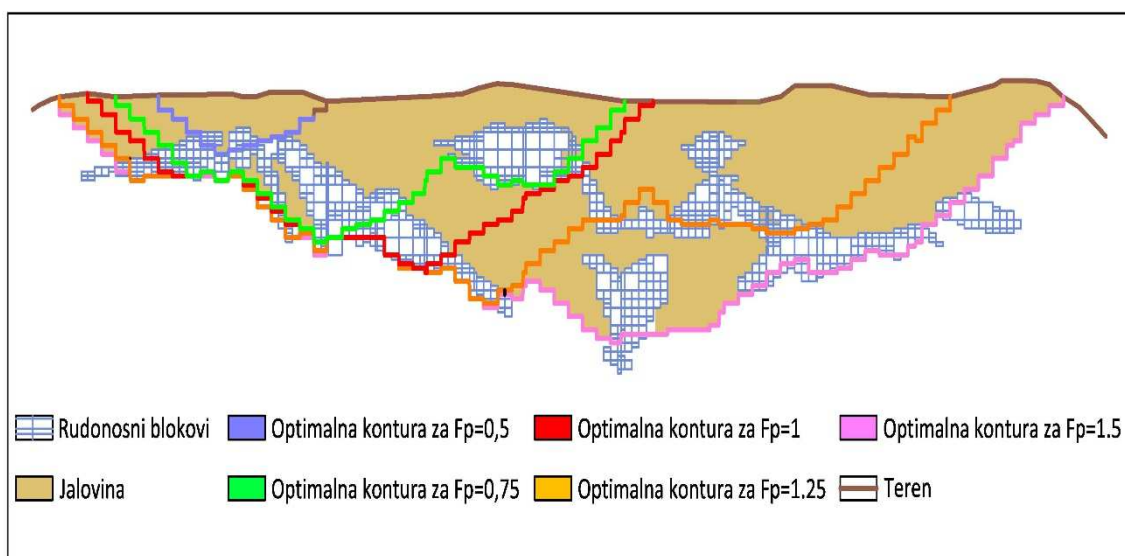
Na slici 3.15 dat je grafički primer, promene optimalnih kontura u zavisnosti od faktora prihoda. Profil sa generisanim konturama dat je na slici 3.16. Zbog jasnijeg prikaza na slici je prikazano samo pet kontura koje odgovaraju promeni faktora prihoda za 50% iznad i ispod nominalne vrednosti ( $F_p=1$ ), sa korakom promene od 25%. Kako se proces optimizacije zasniva na izdvajanju blokova iz ekonomskog modela, čija eksploatacija obezbeđuje maksimalan profit, na konturama je prepoznatljiva karakteristična blokovska struktura.

Sa slika 3.15 i 3.16, posebno se može izdvojiti najmanja kontura, generisana za  $F_p=0,5$  (plava kontura na slikama). Ova kontura sastoji se od dve međusobno nezavisne manje konture. Ovakav rezultat je moguć i uslovljen je vrednostima ekonomskog blok modela, odnosno pre svega osobinama ležišta.

Takođe, prikazane konture na slikama veoma dobro karakterišu osetljivost procesa optimizacije granica kopa, na promenu cene korisne sirovine tj. faktor prihoda. Uzastopnom promenom faktora prihoda za određeni korak, može se generisati više jako sličnih (teoretski čak istih) kontura. Dalje minimalno povećanje faktora prihoda, potencijalno može dovesti do drastičnog proširenja granica kopa. Sve ovo govori o osetljivosti ali i nepredvidljivosti procesa optimizacije.

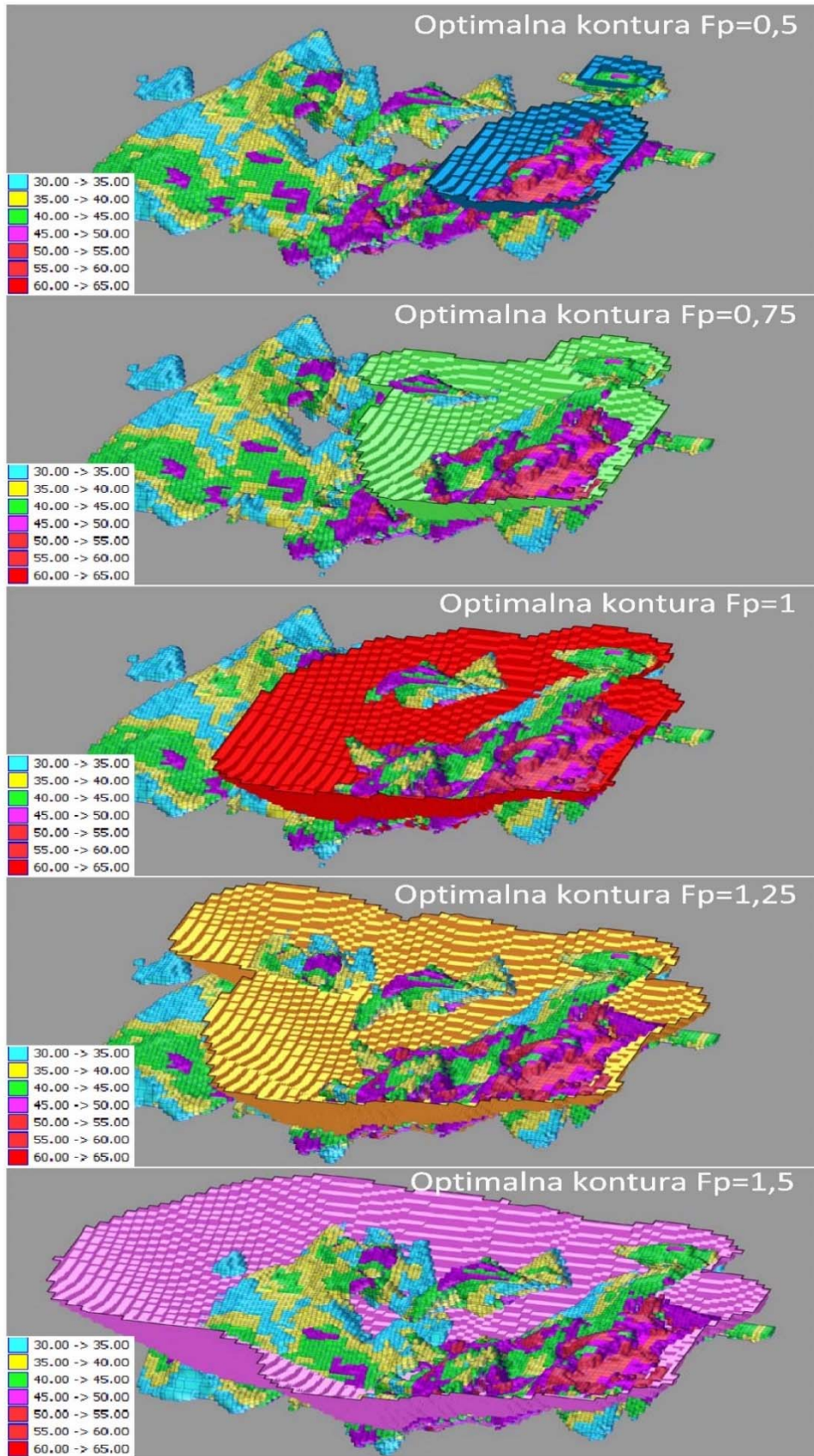


Slika 3.15. Generisane 3D konture u zavisnosti od faktora prihoda



Slika 3.16. Profilski prikaz povećanja konture promenom faktora prihoda

Radi potpunijeg i plastičnijeg prikaza uticaja promene faktora prihoda na generisanje optimalne konture površinskog kopa, na slici 3.17 dat je pojedinačan prikaz analiziranih kontura za karakteristične slučajeve faktora prihoda.



Slika 3.17. Pojedinačan prikaz promene kontura u zavisnosti od faktora prihoda

Značaj analize promene optimalne konture u zavisnosti od faktora prihoda, je višestruki i u velikoj meri može doprineti donošenju krucijalnih odluka po pitanju više elemenata u rudarskom projektu. Analiza pruža mogućnost, razmatranja više kontura u cilju odabira završne konture kopa, nad kojom će se sprovesti sve dalje aktivnosti planiranja. Prema teoriji optimalna kontura za nominalne ulazne parametre obezbediće najveći profit, međutim ona ne mora ispuniti i dodatne ciljeve projekta. U tom smislu za dalju analizu i planiranje može biti zanimljivija neka druga kontura koja, na primer, obezbeđuje neznatno manji profit, ali osetno veće rezerve mineralne sirovine. U procesu proizvodnje površinski kop nije nezavisni element već je njegovo funkcionisanje povezano sa zahtevima i ciljevima drugih elemenata kao što su postrojenja za preradu ili termoelektrane u slučaju eksploatacije uglja. Iz tog razloga nominalna optimalna kontura, koja obezbeđuje najveći profit, možda ne ispunjava ciljeve ostalih delova sistema (na primer stabilno snabdevanje ustaljenim kvalitetom sirovine u određenom periodu) i u tom smislu ne predstavlja optimalno rešenje za globalne interese projekta.

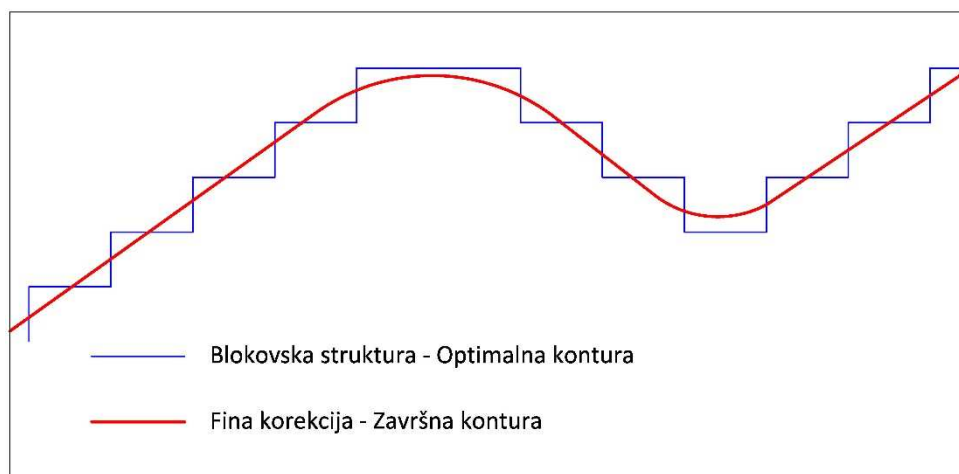
Generisanje optimalnih kontura za promenu faktora prihoda može imati i veliki značaj za planiranje faza razvoja površinskog kopa. Određene generisane optimalne konture, koriste se za definisanje faza razvoja rudarskih radova (*eng. PushBackDesign*). Cilj je da se na osnovu vrednosti blokova (grupisanih u više generisanih kontura) definiše gruba diskretizacija eksploatacionih rezervi (u okviru usvojene optimalne konture) na faze razvoja. Na ovaj način teži se maksimiziranju profita eksploatacije (težimo najboljem slučaju) a takođe se kreira i prvi korak u pravcu detaljnijeg planiranja razvoja rudarskih radova.

Konture generisane za najmanju cenu eksploatacije (najmanji faktor prihoda) obuhvatiće blokove koji su najvredniji za eksploataciju. Identifikacija najvrednijih blokova daje upute na kom mestu je najcelishodnije izvršiti otvaranje površinskog kopa.

#### 3.4.4. Konstrukcija završne konture

Optimalna kontura predstavlja artifakt blok modela, i iz tog razloga poseduje karakterističnu blokovsku strukturu. U ovakvom obliku kontura ne reprodukuje realan izgled površinskog kopa i potrebno je izvršiti njenu "finu" korekciju. Korekcija se vrši uvođenjem osnovnih geometrijskih elemenata kopa (visina etaža, nagibi etaža, završne kosine, širine i nagibi rampi i transportnih puteva, radni platoi za drobilice ili druga postrojenja). Finalni geometrijski elementi kopa određuju se u zavisnosti od geomehaničkih i tehnoloških faktora.

Korekcija optimalne konture praktično se izvodi iscrtavanjem krivih linija (etaža) na osnovu naznaka datih u optimalnoj konturi, odnosno preko formirane blokovske strukture (slika 3.18). Korekcija se vrši uz strogo poštovanje geomehaničkih i tehnoloških faktora, a u isto vreme se teži što manjem odstupanju od elemenata optimalne konture. Na ovaj način stvaraju se uslovi za transformaciju optimalne konture u završnu konturu.



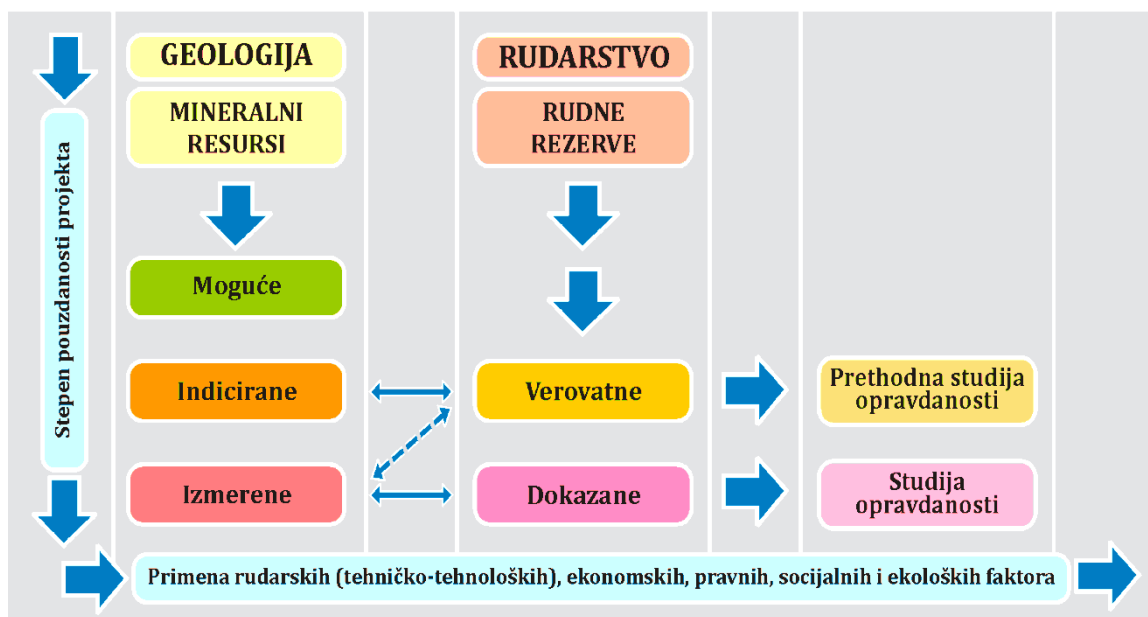
Slika 3.18. Fina korekcija i prevođenje optimalne u završnu konturu kopa

Sa finom korekcijom konture može se krenuti od najviše ili najniže etaže, i oba pristupa imaju svoje prednosti i mane. Korekcijom od najniže etaže obezbeđuje se zahvatanje svih rezervi, ali se i često u manjoj meri gubi kontrola nad rezervama jalovine, zbog čega se količine jalovine povećavaju u odnosu na optimalnu konturu. Takođe, kako je čest slučaj da glavni izvozni put izlazi na određenom mestu iz kopa,

ovu izlaznu tačku teže je obezbediti okonturenjem od najniže etaže. Sa druge strane korekcija konture od vrha ka dnu, obezbeđuje kontrolu količina jalovine i izlaznu tačku iz kopa, ali često dovodi do smanjenja rezervi rude. Treba napomenuti da se fina korekcija optimalne konture ne može vršiti automatski, već predstavlja naporan manuelan zadatak, koji je neophodno da izvodi iskusan projektant.

Transformacija optimalne u završnu konturu moguća je tek nakon konstruisanja transportnih puteva, rampi i radnih platoa. Prema procenama konstrukcija rudničke infrastrukture utiče na rezerve (smanjuje količine rezerve rude i/ili povećava rezerve jalovine) najčešće od 3% do 8%. U nekim slučajevima, na kopovima izuzetno složene geometrije, gubici rezervi su iznosili i do 10% (Soderman, 2010). Iz ovih razloga infrastrukturu u koku treba konstruisati u skladu sa tehnološkim potrebama, pri čemu geomehanički faktori na koku ne smeju biti ugroženi, ali uz stalnu težnju da gubici budu što manji.

Korekcijom optimalne konture (konstrukcija etaža) i konstrukcijom infrastrukture u koku, optimalna kontura se transformiše u završnu konturu, čime se konačno stiču osnovni uslovi za prevođenje resursa u rezerve. Metodologija prevođenja resursa u rezerve prikazana je na slici 3.19.



Slika 3.19. Metodologija prevođenja resursa u rezerve

### 3.4.5. Definisanje faza razvoja površinskog kopa

Definisanje faza razvoja rudarskih radova na površinskom kopu (*eng. PushBackDesign*) predstavlja jednu od najvažnijih aktivnosti planiranja. Projektovanje faza razvoja je prvi korak u dugoročnom planiranju proizvodnje na površinskom kopu u kojima se planira proizvodnja. Ove faze služe kao smernice za detaljnije planove proizvodnje.

Za ove potrebe se obično koristi algoritam binarnog celobrojnog programiranja koji definiše faze razvoja kopa na osnovu ukupne količine jalovine i rude u svakoj fazi. Model određuje da li se blok  $i$  sadrži u fazi  $j$ . Pošto blok ne može biti svrstan u dve faze istovremeno, model se rešava za  $j$ -tu fazu, posle čega se iz blok modela uklanjaju blokovi koji pripadaju ovoj fazi razvoja, nakon čega se model rešava ponovo za  $j+1$ -vu fazu. Matematička formulacija glasi:

$$\max \sum_{i \in N} p_i x_{ij} \quad (3.2)$$

pri uslovu:

$$x_{ij} - x_{ik}, \quad 0 \forall (i, k) \in E \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in N} t_i x_{ij} \leq mc_j \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in N} o_i x_{ij} \leq pc_j \quad (3.5)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (3.6)$$

gde je:  $p_i$  – ekonomska vrednost bloka  $i$

$t_i$  – ukupna tonaža bloka  $i$

$o_i$  – tonaža rude u bloku  $i$

$mc_j$  – maksimalna tonaža materijala u fazi  $j$

$pc_j$  – maksimalna tonaža rude u fazi  $j$

$x_{ij}$  – binarna celobrojna promenljiva koja signalizira da li blok  $i$  pripada fazi  $j$

$N$  – skup svih čvorova u grafu prethođenja, koji predstavlja sve blokove u blok modelu

$E$  – skup svih grana u grafu prethođenja

Funkcija cilja matematičkog modela je ukupan profit od blokova uključenih u razmatranu fazu, jednačina (3.2). Profit treba maksimizovati uključivanjem blokova najviše vrednosti. Jednačina (3.3) izražava uslov prethođenja, tj., da blok može biti uključen u fazu, samo ako su njegovi prethodnici uključeni u istu fazu. Jednačine (3.4) i (3.5) opisuju ograničenja vezana za maksimalnu tonažu jalovine i rude u datoj fazi. Uslov (3.6) označava da promenljive  $x_{ij}$  mogu uzeti samo vrednosti 0 ili 1.

Više informacija o strukturnim svojstvima binarnih celobrojnih programa za projektovanje faza razvoja kopa se može naći u radu (Mieth, 2012).

Ovako optimizovanim razvojem rudarskih radova može se znatno uticati na celokupnu vrednost projekta, a u isto vreme se formira mehanizam kojim se obezbeđuje poštovanje svih ograničenja po pitanju količina, kvaliteta i kapaciteta. Krajnji cilj ove optimizacije je generisanje dugoročnih i operativnih planova, kojima se u skladu sa ekonomskim ciljevima i fizičkim ograničenjima, detaljno (na nivou svakog bloka) definiše redosled otkopavanja.

Pošto je planiranje razvoja radova kompleksan proces koji uključuje veliki broj parametara, od kojih su neki u momentu planiranja nepoznati, kao prvi korak nameće se podela rezervi kopa na grube celine (slike od 3.20 do 3.23). Ove celine predstavljaju različite faze razvoja eksploatacije, i poznate su u literaturi engleskog govornog područja kao PushBacks.

Ne postoji matematički algoritam kojim će se precizno odrediti broj potrebnih faza razvoja i tačno izvršiti podela rezervi prema tim fazama. Imajući ovo u vidu, Mathieson (1982) je posebno apostrofirao da inženjersko iskustvo igra veliku ulogu u podeli kopa na faze eksploatacije, i da je ova aktivnost, često iterativnog karaktera. Mathieson je takođe prezentovao osnovne korake, neophodne za uspešnu diskretizaciju eksploatacionih rezervi na faze razvoja. U prvom koraku autor naglašava da je neophodno posebno dobro upoznati osnovne geološke karakteristike eksploatacionih rezervi (strukturu, oblik, raspored kvaliteta, količinu otkrivke u određenim delovima). Na osnovu ovih podataka, iskusni rudarski



inženjer može da formira grubu sliku i ideju o podeli na faze razvoja. Pri ovome planer se mora rukovoditi nizom ograničenja:

- koeficijent otkrivke mora biti u prihvatljivim granicama za sve faze, i ne sme imati velike oscilacije unutar faza,
- raspored kvaliteta po fazama treba da bude u prihvatljivim okvirima, kako bi se eksploatacijom u svakom trenutku mogli ispuniti zadati kvalitativni uslovi,
- svaka faza razvoja mora da obezbedi minimalnu širinu neophodnu za uspešan rad mehanizacije.

U drugom koraku detaljno se konstruišu odabrane faze razvoja, uz projektovanje izvoznih puteva sa rampama do svake aktivne etaže.

U trećem koraku se na etažne karte sa eksploatacionim blokovima (rudnim i jalovinskim) nanose konstruisane faze razvoja. Na ovaj način se stiču uslovi za proveru i korekciju konstruisanih faza. Takođe se stiču i uslovi za kasnije lakše formiranje detaljnih planova eksploatacije.

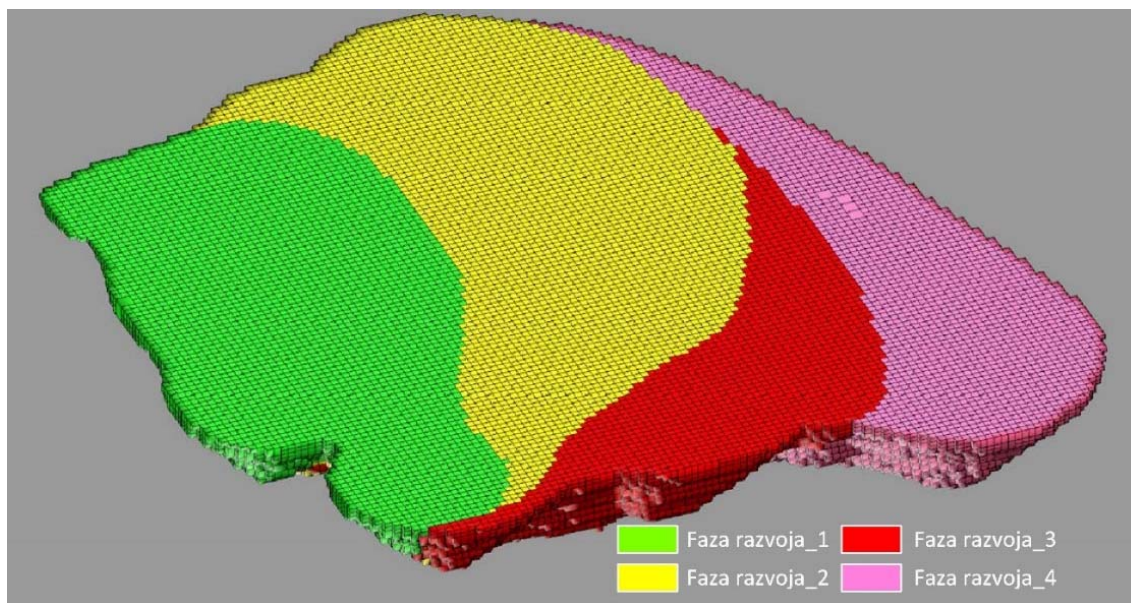
Slično kao i u slučaju optimizacije granica kopa, i podela rezervi na faze eksploatacije se može vršiti računarskim putem, kroz neki od specijalizovanih rudarskih softvera. Whittle (1990) je pokazao kako generisane optimalne konture (za različite faktore prihoda) mogu imati veliki značaj za planiranje faza razvoja površinskog kopa. Promenom faktora prihoda zapravo se vrši i rangiranje blokova u modelu prema vrednosti za eksploataciju. Kontura generisana za najmanju cenu (faktor prihoda najmanji) obuhvatiće blokove koji su najvredniji za eksploataciju. Sledeća kontura, generisana za nešto veću cenu korisne komponentu (nešto veći faktor prihoda) obuhvatiće dodatne blokove sa nešto manjim vrednošću od vrednosti blokova u prvoj minimalnoj konturi. Analizom velikog broja uzastopnih, generisanih kontura, vrši se fina diskretizacija rezervi (blokova unutar usvojene završne konture) prema vrednosti za eksploataciju. Kako se najveći ekonomski efekti ostvaruju otkopavanjem najvrednijih delova ležišta na početku eksploatacije, formirano rangiranje može da pruži upute u kom pravcu treba razvijati eksploataciju kako bi

se maksimizirao profit. U tom smislu se određene generisane optimalne konture, mogu proglasiti za definisane faza razvoja rudarskih radova.

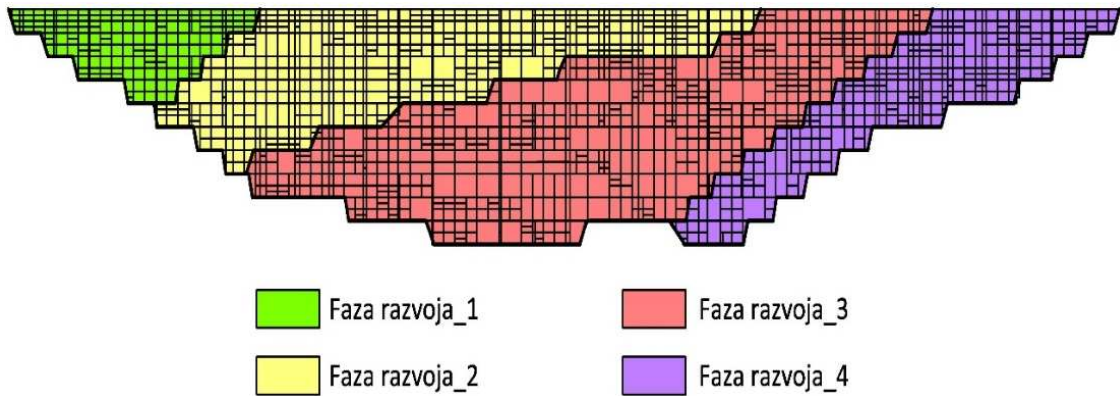
Razmatranja koje je ponudio Whittle (1990) inkorporirana su u istoimeni programski paket, i danas predstavljaju industrijski standard pri definisanju faza razvoja površinskog kopa.

Važno je napomenuti da je generisanje faza razvoja praktično integralni deo planiranja kopova sa diskontinualnim sistemima eksploatacije. Za razliku od njih za kopove sa kontinualnim sistemima definisanje faza razvoja nema isti značaj. Ovo proizilazi iz činjenice da su manevarske sposobnosti kontinualne mehanizacije veoma sužene, zbog čega je razvoj fronta rudarskih radova najčešće veoma pravilan (paralelno ili radijalno napredovanje).

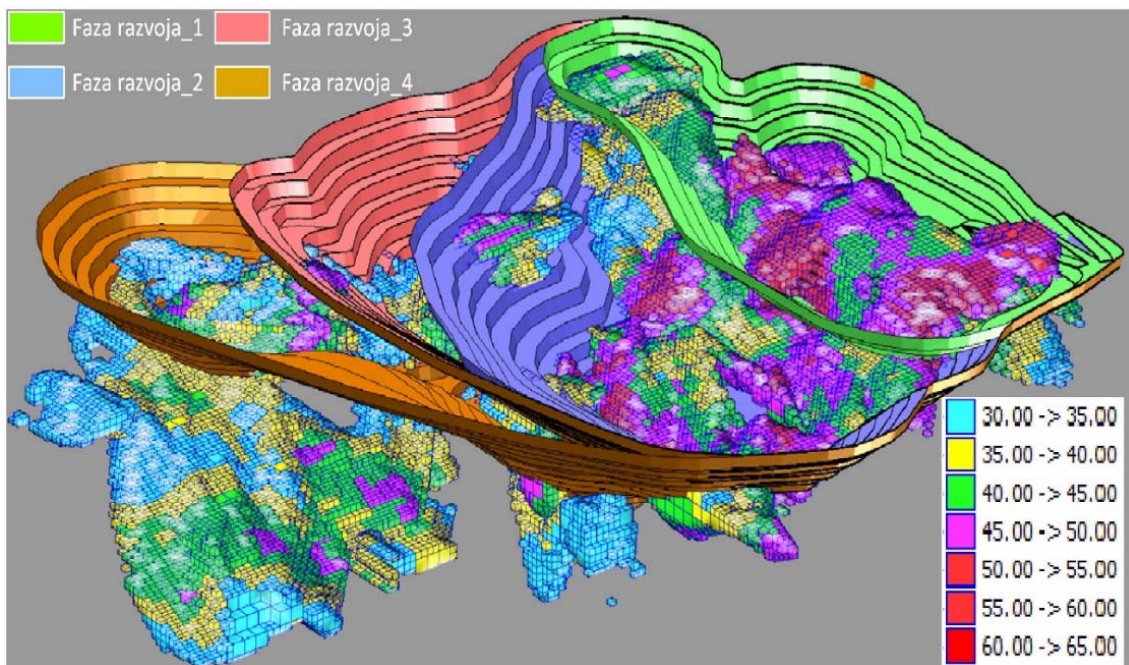
Radi potpunijeg prikaza na eksperimentalnom ležištu je konstruisana završna kontura u okviru koje su korišćenjem Whittle softvera, generisane faze razvoja kopa. Optimalna rešenja prokazana su na slikama od 3.20 do 3.23.



Slika 3.20. Podela eksploatacionih blokova na faze razvoja

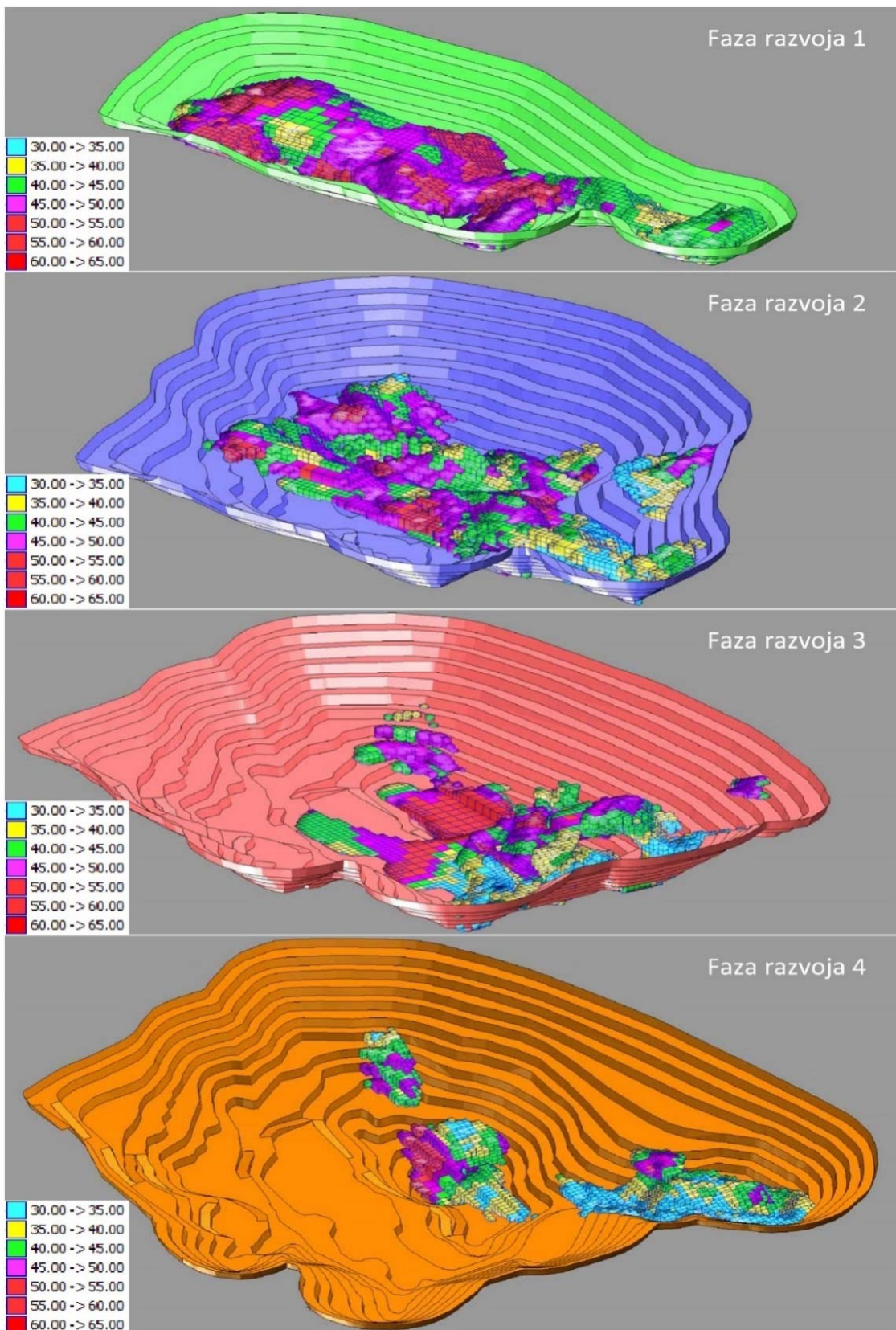


Slika 3.21. Prikaz faza razvoja na profilu



Slika 3.22. Konture faza razvoja sa rudonosnim blokovima

Radi plastičnijeg prikaza, usvojene faze razvoja prikazane su i pojedinačno (slika 3.23) sa rudonosnim blokovima, koji se otkopavaju u okviru svake definisane faze razvoja.



Slika 3.23. Pojedinačni prikaz faza razvoja sa pripadajućim rudnim blokovima

### 3.4.6. Projektovanje odlagališta i deponija

Nakon definisanja rezervi i kapaciteta proizvodnje stižu se osnovni uslovi za planiranje odlagališta i deponija. Tokom dugoročnog planiranja, procesi odlaganja jalovine i deponovanja materijala, podređeni su drugim procesima i nalaze se najčešće u drugom planu. Ipak ne treba izgubiti iz vida da posle površinskog kopa, u ekonomskom i prostornom smislu, odlagališta i deponije čine najvažnije rudarske objekte. Često ovi objekti zauzimaju veću površinu od samog kopa, dok u ekonomskom smislu ne generišu profit ali u velikoj meri učestvuju u ukupnim troškovima projekta. Takođe, problem obezbeđenja prostora za odlaganje jalovinskog i drugog materijala može biti krucijalan za izvodljivost čitavog projekta.

Problem planiranja odlagališta i deponija može se okvirno svesti na definisanje sledećih elementa:

- rezervisanje prostora koji obezbeđuje prijem planiranih masa,
- određivanje konstruktivnih karakteristika odlagališta u zavisnosti od geomehaničkih i administrativnih ograničenja,
- određivanje tehnologije rada i odabir opreme na odlagalištu koja obezbeđuje siguran rad i projektovane kapacitete, i
- ekološke aspekte materijala koji se odlaže i potencijalan uticaj na životnu sredinu.

Obezbeđenje prostora za prijem materijala najčešće je najvažniji i najveći problem pri definisanju odlagališta i deponija. Ovo posebno dolazi do izražaja kod rudarskih projekata koji se izvode u uslovima kompleksne topografije, u blizini velikih vodotokova ili na prostoru sa razvijenom infrastrukturom. Takođe u slučaju rudarskih projekata lociranih u zonama koje su posebno osetljive na ekološke i kulturološke faktore, treba posvetiti posebnu pažnju pri odabiru lokacije i tehnologije rada na jalovištima i deponijama.

Takođe, sa aspekta kontrole troškova, pri planiranju odlagališta i deponija treba težiti odabiru lokacije što bliže površinskom kopa, kako bi troškovi transporta bili manji.

### 3.4.7. Definisanje kapaciteta proizvodnje

Nakon definisanja završne konture kopa i procene eksploatacionih rezervi, stiču se uslovi za analizu i određivanje optimalnog kapaciteta proizvodnje kopa. Veliki broj faktora utiče na odabir kapaciteta proizvodnje i iz tog razloga usvajanje ovoga parametra zahteva opsežnu analizu (Smith 1997, McCarthy 2002).

U većini slučajeva osnovni cilj optimizacije kapaciteta proizvodnje je maksimiziranje NPV performansi projekta, ali osim ekonomskih brojni drugi faktori mogu predstavljati ograničenja (Allen i Gibson, 2006).

Najčešći ograničavajući faktori su:

- nemogućnost plasmana proizvoda,
- kapaciteti postojećih postrojenja i opreme, ako se ista žele iskoristiti,
- prostorna ograničenja unutar kopa, i
- nemogućnost ujednačavanja koeficijenta otkrivke.

Usvajanje kapaciteta proizvodnje predstavlja jednu od prvih odluka u procesu planiranja, zbog čega su mnogi faktori (koji su međusobno zavisni sa kapacitetom) nepoznati. Iz tog razloga običaj je da se u analizi kapaciteta krene od neke empirijske vrednosti, koja se dalje u određenim koracima povećava ili smanjuje kako bi se dobila varijantna rešenja, neophodna za komparativnu analizu NPV-a.

Posebno praktično pravilo za proračun kapaciteta proizvodnje postavio je Taylor (1986, 1991). On je na osnovu statističkog upoređivanja eksploatacionih rezervi sa kapacitetom proizvodnje, na velikom broju postojećih ili zatvorenih površinskih kopova formulisao jednačinu za proračun veka kopa, odnosno kapaciteta proizvodnje:

$$V_k = 0,2 \cdot (R_e)^{0,25} \quad (3.7)$$

odnosno:

$$K_p = 5 \cdot (R_e)^{0,75} \quad (3.8)$$

gde je:  $V_k$ – vek kopa u godinama,

$R_e$ – očekivane eksploatacione rezerve rude (u tonama),

$K_p$ – kapacitet proizvodnje u milionima tonama.

I pored toga što je Taylorovo pravilo osporavano od strane mnogih autora (Singer, Menzie, & Long, 1998, McSpadden&Schaap, 1984, Long, 2009) pokazalo se da je u praksi široko primenjeno. Dodatni faktori koji mogu uticati na kapacitet, kao i relativno mali uzorak (broj kopova) na kojem je Taylor zasnovao svoje zaključke sugerišu da se izneseno pravilo mora prihvatiti sa rezervom, i da eventualno može poslužiti kao početna vrednost u analizi kapaciteta.

#### **3.4.8. Detaljno planiranje proizvodnje**

Nakon definisanja optimalnih granica kopa, kapaciteta proizvodnje, kao i faza razvoja kopa stižu se uslovi za detaljno planiranje rudarskih radova. Ovaj element planiranja ima veliki uticaj na kvantitativne i kvalitativne karakteristike eksploatacije, pa samim tim i na ekonomske performanse celokupnog sistema proizvodnje.

Osnovni cilj detaljnog planiranja razvoja rudarskih radova zasniva se na određivanju redosleda eksploatacije i analizi putanje svakog eksploatisanog bloka iz modela (slika 3.24 pod a). Takođe detaljno planiranje definiše konkretnu opremu koja će biti angažovana u radu sa svakim pojedinačnim blokom (slika 3.24 pod b). Ove ciljeve potrebno je ostvariti u uslovima često značajnih ograničenja kao što su:

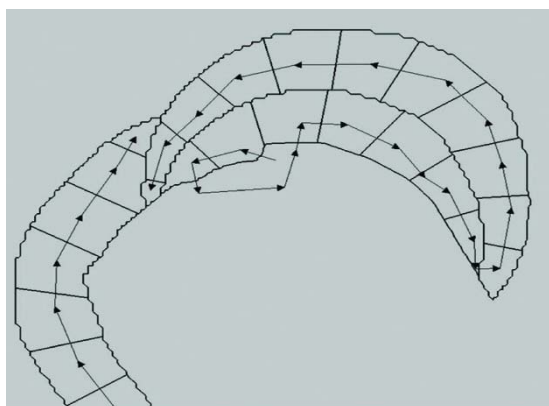
- uravnotežena proizvodnja po pitanju količina i kvaliteta,
- uravnotežen koeficijent otkrivke,
- kapacitativna ograničenja angažovane opreme, i
- prostorna i infrastrukturna ograničenja u kopu.

Definisanje detaljnog razvoja rudarskih radova je po pravilu kompleksan, vremenski zahtevan iterativan proces. Vreme potrebno za definisanje ovoga elementa planiranja, u značajnoj meri prevazilazi vreme potrebno za optimizaciju kontura kopa. Takođe, planiranje razvoja radova poseduje i potencijal da vrati proces optimizacije granica kopa (a sa njim i ostale elemente planiranja) na početak. Često

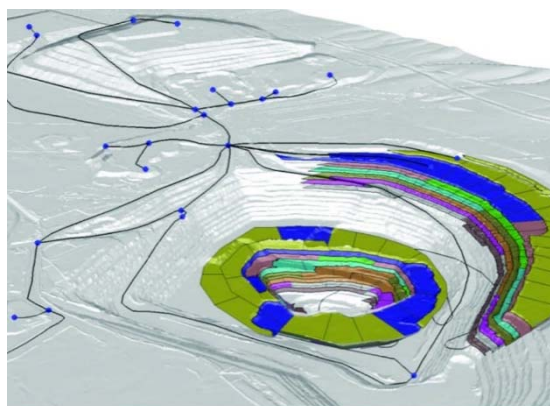
se optimalna sekvenca otkopavanja blokova ne postiže u optimalnoj već u nekoj njoj najčešće bliskoj (suboptimalnoj) konturi.

Zbog kompleksnosti problema razvijeni su mnogi matematički algoritmi za definisanje optimalne sekvence (redosleda) otkopavanja blokova u modelu (detaljnije u poglavlju 4). Za upravljanje složenim algoritmima neophodna je informatička podrška u vidu komercijalnih softvera (Whittle, MineShed, MineSight). I pored značajnih naučnih napora i nesumnjivog napretka na polju informatičke podrške, postojeći programski paketi nisu sposobni da u potpunosti definišu problem detaljnog planiranja razvoja rudarskih radova. Ovo je posledica kompleksnosti problema, zbog čega se komercijalni softveri baziraju na jedinstvenom cilju a to je pronalaženje takve sekvence koja će obezbediti maksimalan profit. Uvođenjem ostalih ciljeva vreme obrade drastično raste.

Najveći napredak na ovom planu postigao je programski paket Whittle sa svojim Milawa algoritmom (Geovia, 2014). Ponuđena rešenja su bolja od konkurencije (predstavljaju industrijski standard) ali nedovoljno dobra da u potpunosti reše problem.



Definisanje redosleda otkopavanja rudarskih blokova



Podela otkopnih blokova prema angažovanoj mehanizaciji. Svaka boja odgovara posebnoj otkopnoj mašini

Slika 3.24. Definisanje redosleda otkopavanja i angažovane opreme (Vivas, 2014)

U svakom slučaju, rešenja ponuđena od strane specijalizovanih softvera ne garantuju pronalaženje optimalnog rešenja, već se samo mogu koristiti kao početne varijante u



daljoj analizi. Uloga inženjera planiranja na ovom polju je još uvek u potpunosti nezamenjiva.

Analizom razvoja rudarskih radova generišu se analitička i grafička rešenja, neophodna za precizno definisanje problema.

#### **3.4.9. Definisanja sistema proizvodnje**

Nakon definisanja eksploatacionih rezervi, utvrđivanja kapaciteta proizvodnje kao i detaljnog planiranja faza razvoja, stiču se uslovi za odabir mehanizacije odnosno za definisanje sistema eksploatacije. Ovaj korak je jako bitan pošto pored toga što tehnološki definiše proizvodnju, pruža i uslove za preciznu ekonomsku evaluaciju projekta.

Prilikom odabira mehanizacije, najčešće se koriste deduktivne metode, odnosno kreće se od definisanja sistema eksploatacije (kontinualni, diskontinualni, kombinovani) pa se preko utvrđivanja tipa opreme (užetni ili hidraulički bager, vedričar ili rotorni bager) dolazi do zaključka o konkretnoj proizvodnoj jedinici.

U osnovi odabir sistema i konkretne mehanizacije, vrši se na osnovu faktora proizvodnje vezanih za konkretnu radnu lokaciju. Uslovi proizvodnje u svakom rudarskom projektu su različiti, zbog čega se problem definisanja proizvodnih sistema, svodi na rangiranje faktora koji odabirom moraju biti obuhvaćeni. Na kraju se usvaja oprema koja zadovoljava sve ili najveći broj faktora.

Preporuka autora (Aykul, 2007) je da se pri odabiru opreme prvo krene od faktora koji karakterišu radnu sredinu:

- čvrstoća stena,
- nosivost tla,
- potreba za selektivnim otkopavanjem, itd.

Druga grupa faktora vezana je za eksploatacione i ekonomske karakteristike koje mora da poseduje usvojena mehanizacija:

- kapacitet opreme,
- kapitalni troškovi nabavke opreme,
- operativni troškovi rada, itd.

Treća grupa faktora vezana je za tehničke i organizacione uslove koje usvojena oprema mora da poseduje:

- konstruktivne karakteristike usklađene sa geometrijom kopa (visine etaža, širine puteva i platoa),
- određen stepen manevarske sposobnosti,
- lakoća korišćenja i održavanja,
- mogućnost nabavke rezervnih delova, itd.

Generalno pravilo pri odabiru opreme je da se kreće sa usvajanjem otkopne mehanizacije. Transportna oprema, kao i pomoćna mehanizacija prilagođavaju se (tehnološki, konstruktivno i kapacitativno) usvojenoj otkopnoj mehanizaciji. Kako transport na rudarskim objektima može generisati i do 50% operativnih troškova (Humphrea, Wagner, 2011) smanjenje troškova mora biti jedan od osnovnih kriterijuma pri odabiru transportne opreme. Karakteristike usvojene opreme moraju biti međusobno usklađene kako bi ista funkcionisala kao efikasan sistem, sposoban da ispuni sve zahteve proizvodnje.

Definisanje sistema i odabir opreme predstavlja jedan od najčešće analiziranih problema od strane velikog broja autora. Proizvod tog razmatranja su mnogobrojne metode i modeli razvijeni za rešavanje ovoga problema (Sharma, 1999, Sevim 1991, Cebesoy, 1997, Denby , 1990, Sturgul 1994).

#### **3.4.10. Ekonomska evaluacija projekta**

Ekonomska evaluacija predstavlja poslednji korak u fazi planiranja rudarskih projekata. Rezultati ekonomske evaluacije treba da ponude pouzdane odgovore po pitanju ekonomskih potencijala analiziranog projekta.

S obzirom na profitno orjentisanu prirodu rudarstva (odnosno poslovanja uopšte) ekonomske performanse projekata predstavljaju najvažniji parametar od koga zavisi celokupna budućnost projekta. Nivo pouzdanosti ekonomske evaluacije mora biti veliki, zbog čega je neophodno definisati sve ostale elemente u procesu planiranja. Na ovaj način nivo neizvesnosti i broj nepoznatih faktora svodi na neophodan minimum. Naravno, tačna, precizna vrednost određenih elemenata znaće se tek u budućnosti, odnosno tokom proizvodnje, ali se tokom planiranja njihove vrednosti moraju, u skladu sa raspoloživim podacima i stručnim znanjem i metodama, dovoljno precizno definisati kako bi ekonomska evaluacija pružila što verodostojniju sliku ekonomskog potencijala projekta. Imajući u vidu sve izvore neizvesnosti, koji figurišu kao najvažniji parametri ekonomske analize, potpuno pouzdana slika ekonomskog potencijala projekta nije moguća. U tom smislu rizik od neispunjavanja projektovanih performansi je u određenoj meri uvek prisutan. Sa ekonomskog aspekta, osnovna funkcija stručne komponente u procesu planiranja, usmerena je upravo u pravcu smanjenja rizika na mogući minimum.

Metodologija ekonomske evaluacije rudarskih projekata ne razlikuje se značajno od evaluacije projekata iz drugih sfera poslovanja. Osnovni pokazatelji ekonomskih performansi su na ovaj način prepoznatljiviji, a projekti iz rudarskih i drugih sfera poslovanja, međusobno uporedivi. Ova činjenica sa aspekta potencijalnog investitora predstavlja veoma važnu karakteristiku evaluacije.

U opštem slučaju, bez obzira na primenjenu metodologiju, pouzdanost ekonomske evaluacije zavisi pre svega od pouzdanosti ulaznih parametara. Ekonomska evaluacija zahteva veliki broj definisanih elemenata proizvodnje. Tek nakon definisanih kapaciteta, gubitaka u proizvodnji i cene proizvoda, kao i detaljno definisanih sistema i postrojenja u procesu proizvodnje, stiču se osnovni uslovi za precizno utvrđivanje prihoda i troškova, koji su osnovni elementi ekonomske evaluacije.

U rudarskim projektima mogu se generalno razlikovati kapitalni i operativni troškovi. Utvrđivanje ovih troškova zasnovano je na prethodnim fazama planiranja u projektu.

**Kapitalni troškovi** (troškovi vlasništva) predstavljaju procenjene troškove neophodne kako bi se finansirao poslovni projekat. Ovi troškovi zavise od načina finansiranja projekta (sopstvena sredstva, komercijalni ili državni krediti, kombinacija sopstvenih sredstava i kredita). Kapitalni troškovi definišu i minimalni povraćaj sredstava koje investitor očekuje, u tom smislu su jedan od bitnih parametara u kojim se procenjuje da li se isplati investiranje u projekat. U rudarskim projektima procena kapitalnih troškova se najčešće svodi na pribavljanja cena posedovanja (često cena iznajmljivanja tj. lizinga) opreme i ostalih dobara neophodnih za projekat.

**Operativni troškovi** predstavljaju troškove koji se generišu u svakodnevnim aktivnostima proizvodnje. Ovi troškovi imaju fiksnu komponentu (nije vezana za kapacitet proizvodnje) i promenljivu komponentu (direktno vezana za kapacitet proizvodnje). Operativni troškovi formiraju se na osnovu statistike sa sličnih objekata, na osnovu podataka proizvođača opreme ili na osnovu razvijenih matematičkih algoritama za proračun istih. Ovaj zadnji vid zahteva veliko iskustvo, budući da se svi matematički algoritmi zasnivaju na velikom broju empirijski formiranih koeficijenata. Preporuka je da se pri utvrđivanju troškova koristi više raspoloživih izvora i načina.

**Analiza diskontovanog toka novca (DCF analiza)** predstavlja univerzalno korišćen metod za evaluaciju ekonomskih performansi u projektu. Najčešći vid ekonomske analize svodi se na projekciju kretanja novčanog toka tokom života projekta. Shodno tome, ekonomska evaluacija mora omogućiti način za izjednačavanje ovih vrednosti novca u nekoj određenoj vremenskoj tački (obično u sadašnjosti).

Za transformaciju buduće vrednosti u ekvivalent sadašnje vrednosti koristi se diskontna stopa inkorporirana u jednačini:

$$NSV = \sum_{t=1}^n \frac{R_{(t)}}{(1+d)^t} - C \quad (3.9)$$

gde je: NSV – neto sadašnja vrednost,

$R_{(t)}$  – vrednost novčanog toka za period  $t$ ,

$d$  – diskontna stopa,

$t$  – broj vremenskih perioda (najčešće godina)

$C$  – inicijalni kapitalni troškovi.

Vrednost diskontne stope se sastoji od više komponenti od kojih je su najvažnije sledeće:

- Mogućnost sigurne zarade u slučaju ulaganja kapitala u druge vidove poslovanja, koji se smatraju oslobođeni rizika (npr. oročenje novca u banci, kupovina državnih obveznica itd.),
- Deo stope predstavlja zapravo i meru rizika karakterističnog za sam projekat (geološki, tehnički, ekonomski ili politički rizici vezani za konkretan rudarski projekat),
- U stopu se uključuje i kamatna stopa na kreditna sredstva, uzeta od nekog investicione institucije (banke, fondovi, država i sl.).

Važan i često korišćen pokazatelj ekonomskih performansi projekata predstavlja i interna stopa povrata (IRR). IRR predstavlja stopu za koju je neto sadašnja vrednost u projektu izjednačena sa nulom.

$$0 = \sum_{t=1}^n \frac{R_{(t)}}{(1+d)^t} - C \quad (3.10)$$

IRR suštinski predstavlja vrednost stope za koju investitor može povratiti svoja uložena sredstva.

U cilju sagledavanja rizika poslovanja u ekonomskoj evaluaciji se često koriste i mnogobrojne analize osetljivosti. U rudarskim projektima analize osetljivosti se najčešće rade za osnovne izvore neizvesnosti u projektu kao što su procenjena vrednost (cena) korisne komponente (proizvoda) ili promena operativnih troškova poslovanja (najčešće energenata).

U današnjoj praksi DCF analiza predstavlja standard u oceni ekonomskih performansi projekta. Kao takva često je inkorporirana u algoritme, za optimizaciju i planiranje proizvodnje, komercijalnih programskih paketa (Whittle). Kao osnovne mane DCF analize navode se:

- gruba procena rizika, iskazana preko jedne vrednosti, bez prave slike o izvorima neizvesnosti i
- ne uzimanje u obzir reakcija menadžmenta na promene u budućnosti, i samim tim (po mnogima) realno umanjuje vrednosti projekta.

Ekonomska evaluacija rudarskih projekata pobuđuje stalnu pažnju u naučnoj i stručnoj javnosti. Veliki napor se ulaže u traženju alternativnih metoda za DCF analizu, kojima bi se adekvatnije obuhvatile specifične karakteristike rudarskih projekata. U tom pravcu posebno se ističu naučni radovi zasnovani na metodi Real Option Approach (ROA), kao i metode zasnovane na Monte Carlo simulaciji.

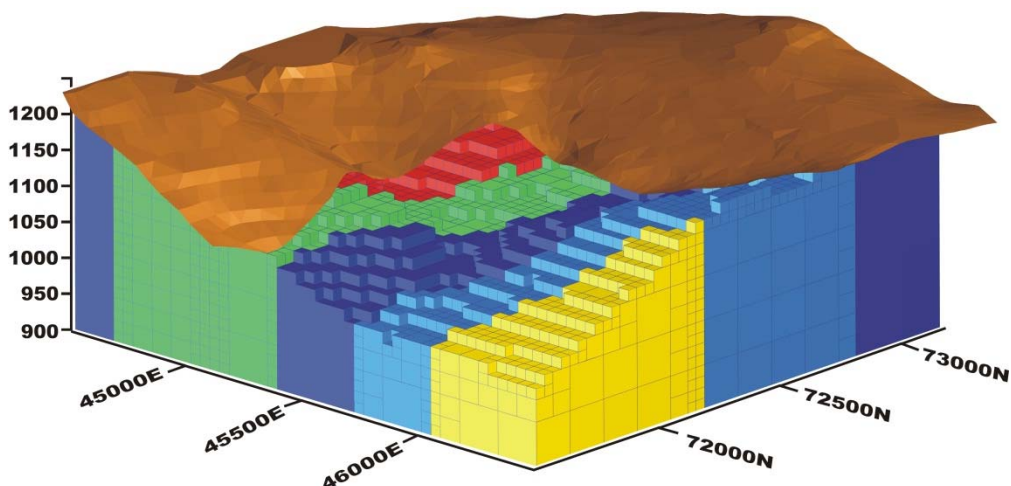
## 4. MATEMATIČKI MODELI ZA OPTIMIZACIJU I PLANIRANJE POVRŠINSKIH KOPOVA

### 4.1. Uvod

U poslednjih 30 godina, svedoci smo široko vidljive revolucije u primeni numeričkih metoda u rudarstvu. Upotreba geostatistike, trodimenzionalnog modeliranja, Lerchs-Grosmanovog algoritma i mnogih drugih računarskih procedura, omogućila je rutinsko pravljenje planova otkopavanja na sve komplikovanijim i sve siromašnijim ležištima i sa obimom radne snage koji bi bili nezamislivi pre ranih osamdesetih godina prošlog veka. Skorašnje studije u oblasti optimizacije površinskih kopova su se fokusirale na pronalaženje novih algoritama koji su:

- manje složeni za razumevanje i programiranje,
- zahtevaju kraća vremena izračunavanja kako bi bili primenjivi na veća ležišta,
- uključuju u proračune realne rudarske parametre poput promenljivih nagiba radnih kosina, vremenske vrednosti novca, kvaliteta i količine planiranog materijala, neizvesnosti vezanih za problem, itd. (Dowd i Onur, 1993).

Skoro svi računarski metodi planiranja površinskih kopova su zasnovani na blok modelima. Blok model deli ukupno rudno telo i okolne jalovinske stene u susedne trodimenzionalne blokove, kao što je prikazano na slici 4.1. Model može imati milione blokova zavisno od veličine ležišta i veličine blokova. Prosečni kvalitet rude u svakom bloku se ocenjuje korišćenjem geostatističkog pristupa ili uslovnim simulacionim metodama (Sevim i Lei, 1998).



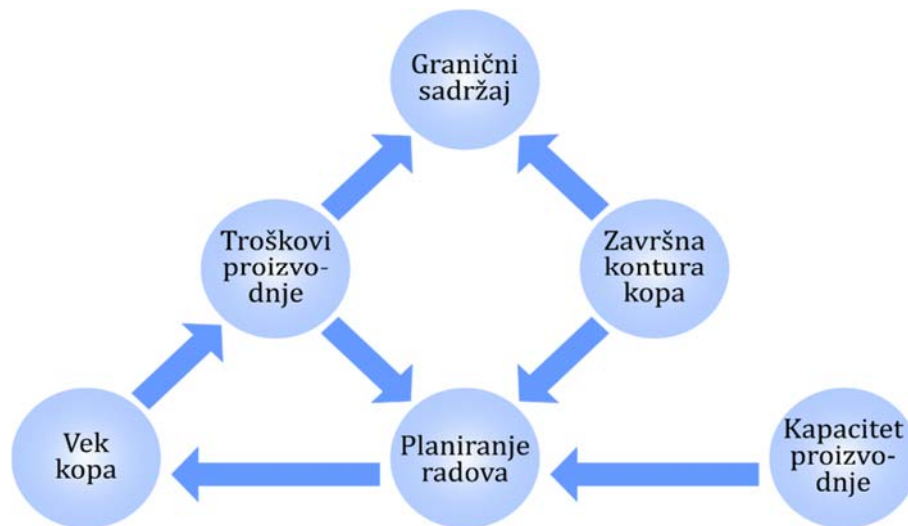
Slika 4.1. Blok model ležišta

## 4.2. Složenost problema optimizacije površinskog kopa

Promenljive relevantne za optimizaciju i planiranje proizvodnje na površinskom koku intereaguju na cikličan način. Bez poznavanja jedne promenljive, vrednost naredne promenljive u ciklusu nije moguće odrediti (slika 4.2). Vreme potrebno za otkopavanje svih kopova u sekvenci predstavlja životni vek kopa, dok oblik poslednjeg kopa u sekvenci određuje krajnju granicu kopa. Kako bi se izvršila podela između rude i jalovine, potrebno je odrediti granični sadržaj za preradu koji je funkcija finalne cene proizvedenih dobara, kao i cena otkopavanja i prerade. Godišnja brzina otkopavanja, i posledično, dužina trajanja projekta su nepoznatena početku planiranja. Na slici 4.2, može se uočiti da je prvo potrebno ustanoviti troškove i prihode i na osnovu toga, granični sadržaj rude, kako bi se dalje prostorno definisalo rudno telo i izračunala ekonomska vrednost blokova. Potom se, definiše završna granica kopa koja se potom koristi kako bi se napravio plan proizvodnje koji uključuje godišnju proizvodnju i plan otkopavanja. Dalje se odabrani plan godišnje proizvodnje i plana otkopavanja koriste kako bi se revidirali troškovi i prihodi. Očigledno, vrednost bilo koje od promenljivih u ovom ciklusu se ne može izračunati ukoliko nisu poznate vrednosti promenljivih koje joj u ciklusu prethode. Ukoliko bi se unapred pretpostavile neke fiksirane vrednosti za jednu ili više promenljivih u ciklusu, to bi dovelo do inferiornih rezultata planiranja. Zapravo, ovo je problem optimizacije po više promenljivih koji zahteva istovremeno rešenje po svim



promenljivim. Na žalost, takvo rešenje nije lako postići i nakon tri decenije neprekinutih napora, dugoročno planiranje proizvodnje za površinske kopove u celini i dalje predstavlja otvoreno pitanje (Sevim i Lei, 1998).



Slika 4.2. Kružni tok optimizacije proizvodnje na površinskom kopu (Sevim i Lei, 1998)

Kako bi se prevazišla složenost ovog problema, obično se nalaze parcijalna rešenja za jedan ili dva parametra i to tako što se prvo fiksiraju vrednosti ostalih parametara. Tipično se na početku procenjuju prihodi i troškovi i izračunava se odgovarajući granični sadržaj za preradu, a potom i ekonomska vrednost pridružena svakom bloku u modelu. Proces se dalje sprovodi tako da se odredi kop najveće vrednosti (optimalna granica kopa) korišćenjem optimizacionih algoritama zasnovanih na najčešće nateoriji grafova. Kada je krajnja granica kopa određena, unutar nje, definišu se faze razvoja. Potom se koristi iterativan pristup, zasnovan na pokušajima i greškama, kako bi se ustanovio konačan plan sa najvećom mogućom ekonomskom vrednošću, koji poštuje zadate operativne uslove. Jedan od najpopularnijih metoda se zasniva na generisanju nizova školjki kopova (*eng. nested pits*) sa unapred definisanom krajnjom granicom kopa pomoću parametrizacije tehnike. Ovakvi nizovi se analiziraju u potrazi za sekvencom otkopavanja koja bi zadovoljila zadate operativne uslove i ciljeve (Sevim i Lei, 1998).

Međutim, postoji više fundamentalnih problema vezanih za ovaj metod. Na primer, trošak otkopavanja je funkcija proizvodnog kapaciteta. Trošak otkopavanja određenog bloka je različit ukoliko se planira otkopavanje različitih količina rude. To znači da će se za različite kapacitete posatrani blok otkopavati u potencijalno različitom periodu. Stoga, godišnji kapacitet proizvodnje, parametar koji po pravilu nije optimizovan, mora biti pretpostavljen, da bi se izračunala ekonomska vrednost blokova u modelu. Drugi problem je definisanje krajnje granice kopa, odnosno završne konture. Završna kontura površinskog kopa, mora biti prirodan rezultat optimizacije faza otkopavanja. Međutim, u ovom pristupu, faze otkopavanja su prinuđene da se uklope u unapred definisani krajnji kop. Zapravo, krajnja granica kopa i raspored otkopavanja ne bi trebalo da budu računati pojedinačno ukoliko se želi postići ispravan rezultat optimizacije (Sevim i Lei, 1998).

Na slici 4.3.a prikazan je jednostavan numerički primer problema (razvijen od starne Sattarvand, 2014). Dat je dvodimenzionalni blok model sa 50 kolona i 10 vrsta. Pretpostavlja se da su blokovi kvadratni i da je nagib kosina  $45^\circ$ . Blokovi su na slučajan način klasifikovani kao ruda ili jalovina, a ekonomska vrednost rude je takođe generisana na slučajan način. Za vrednost blokova jalovine (troškovi otkopavanja) uzeta je negativna vrednost od -6\$.

Krajnja granica kopa u ovom modelu je određena grafovskim algoritmom Lerchs-Grossmanna. Kao što je prikazano na slici 4.3.b, u kontura kopa obuhvata 151 blok rude i 66 blokova jalovine, a ukupna vrednost blokova unutar kopa (označenih brojem 1, slika 4.3.b) je 321\$.

Polazni dugoročni plan kopa za dati model napravljen je korišćenjem heurističkog metoda Wang & Sevim (1995), kao što je prikazano na slici 4.3.c. Željena veličina faze razvoja u ovom slučaju bila je 40 blokova. Može se primetiti da su napravljene faze razvoja skoro jednake po veličini, sa prosečnom vrednošću rude koji opada od 5.93 do 4.07. Pretpostavljajući kamatnu stopu od 10% i životni vek rudnika od 20 godina, vrednost generisanog plana opada sa 321\$ (u slučaju bez umanjenja vrednosti usled kamate) na 140.49 \$ uzimajući u obzir vremensku vrednost novca (u slučaju sa umanjenjem vrednosti usled diskontne stope), kao što je prikazano u tabeli 4.1.



Drugi primer (prikazan je na slici 4.4) urađen je simultanom optimizacijom granica i plana otkopavanja. Ovaj primer jasno otkriva da nezavisno određivanje krajnje granice kopa i faza razvoja ne vodi uvek ka optimalnom rasporedu otkopavanja. Prikazani raspored otkopavanja (podela na faze) pruža višu neto vrednost, uprkos tome što ima manju vrednost bez diskontovanja, kao što je prikazano u tabeli 4.2.

0	0	4	3	3	2	2	2	2	3	2	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	0			
0	0	0	4	3	3	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	2	1	3	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1	3	1	3	3	0	0				
0	0	0	0	4	3	3	4	4	4	4	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	4	3	3	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	3	0	0			
0	0	0	0	0	4	3	3	4	4	4	4	3	2	2	2	2	2	2	2	3	4	4	4	5	4	4	2	3	2	2	2	2	2	2	5	0	0	0	0	0	0	0	0			
0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	2	3	2	2	3	4	4	4	5	5	4	4	3	3	5	2	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5	5	4	4	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	5	3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	5	0	0	5	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Slika 4.4. Optimalno rešenje za dati numerički primer

Tabela 4.2. Karakteristike optimalnog rešenja numeričkog primera

Broj faze razvoja	Broj blokova rude	Broj blokova jalovine	Ukupno blokova	Prosečna vrednost rude (\$)	Vrednost faze razvoja (bez diskontovanja) (\$)	Vreme kraja faze razvoja (god.) *	Vrednost faze razvoja (sa diskontovanjem) (\$)**
1	32	6	38	5,44	138,08	3,86	95,56
2	39	19	58	5,13	86,07	8,55	35,06
3	33	18	51	4,30	33,90	12,53	10,30
4	39	23	62	3,92	14,88	17,23	2,90
5	23	15	38	1,04	-66,08	20	1,04
Ukupno	166	81	247	19,83	206,85	20	147,86

\* Otkopavanje u toku 20 godina u 5 jednakih perioda

\*\* Godišnja kamatna stopa: 10%

U poslednjih nekoliko decenija, tradicionalno je korišćeno nekoliko pristupa kako bi se prevazišao ovaj problem. U najstarijem pristupu, proces dizajna krajnjih granica kopa i faza razvoja, baziran je na iteracijskom generisanju više varijanti optimalnih granica i faza razvoja, čime se dobija niz diskontovanih vrednosti za isti blok. Za svaki formirani niz rađena je nova optimizacija. Nemogućnost da garantuje optimalnost rešenja osnovna je mana ovakvog pristupa. Najkorišćeniji metod, posebno u komercijalnim paketima, predložen je od strane Whittle tokom osamdesetih godina prošlog veka. On

koristi dve ekstremne ocene, koje se nazivaju najboljim slučajem i najgorim slučajem scenarija otkopavanja, kako bi odredio konačnu granicu otkopavanja. Poput predhodne metodologije ni metoda parametrizacija ne može garantovati optimalnost rešenja. Jasno je da idealan algoritam mora imati mogućnost simultane optimizacije krajnje granice kopa i faza razvoja kopa.

U nastavku teksta sledi opis algoritama za optimizaciju završne konture kopa, određivanje faza razvoja kopa i optimalnog dugoročnog plana otkopavanja.

### 4.3. Teorija grafova

Metodi zasnovani na neusmerenim i usmerenim grafovima se koriste za modelovanje problema u mnogim oblastima poput elektrotehnike, građevinarstva, komunikacionih mreža, industrijskog menadžmenta, operacionih istraživanja i računarstva. Grafovi se sastoje od skupa čvorova i skupa grana koje služe da izraze relacije među čvorovima. Za primenu teorije grafova na rešavanje problema optimalnog kopa, potrebni su sledeći koncepti i terminologija:

**Graf**  $G=(X,E)$  se sastoji od skupa elemenata  $X$ , koji se nazivaju čvorovima i skupa grana  $E$ , koje povezuju po dva čvora. **Usmereni graf** je graf kod kojeg grane imaju usmerenje. Usmerene grane se nazivaju lukovima. Usmereni graf će se označavati  $G=(X,A)$  gde  $X$  predstavlja skup čvorova, a  $A$  skup lukova. Primera radi, usmereni graf na slici 4.5 se može opisati narednim skupovima:

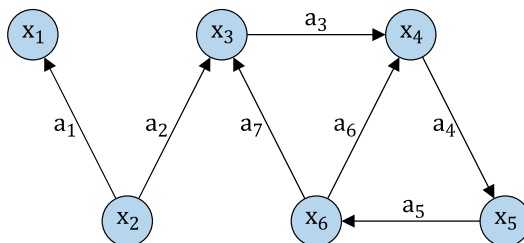
Čvorovi:  $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$

Lukovi:  $\{(x_2,x_1), (x_2,x_3), (x_3,x_4), (x_4,x_5), (x_5,x_6), (x_6,x_4), (x_6,x_3)\}$

U usmerenom grafu, svaki luk povezuje dva čvora. Za luk  $(x,y)$ , čvor  $x$  se naziva **polaznim čvorom**, a čvor  $y$  **krajnjim čvorom**. Čvor  $y$  je **sledbenik** čvora  $x$  ukoliko postoji luk  $(x,y)$ . Skup svih sledbenika čvora  $x$  se označava  $\Gamma x$ . Na primer, na slici 4.5, čvorovi  $x_1$  i  $x_3$  su sledbenici čvora  $x_2$  i važi  $\Gamma x_2=\{x_1,x_3\}$ .

Niz lukova se naziva **putanjom** ukoliko je krajnji čvor svakog luka u nizu polazni čvor sledećeg luka u nizu. Lukovi  $a_2, a_3, a_4$  i  $a_5$  na slici 4.5 čine putanju. **Kolo** je zatvorena

putanja. Drugim rečima, kolo je putanja čiji se polazni čvor poklapa sa krajnjim. Na primer, lukovi  $a_4$ ,  $a_5$  i  $a_6$  na slici 4.5 čine kolo. Lukovi  $a_3$ ,  $a_6$  i  $a_7$  ne čine kolo.



Slika 4.5. Primer usmerenog grafa

**Lanac** je niz grana u kojem svaka grana ima zajednički čvor sa sledećom granom i u kojem nijedan čvor ne učestvuje u više od dve grane.

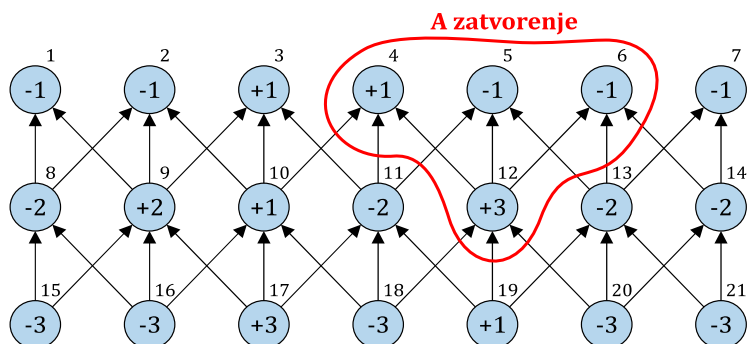
**Ciklus** je lanac u kojem prva i poslednja grana imaju zajednički čvor. Na slici 4.5, grane  $a_3$ ,  $a_6$  i  $a_7$ , čine ciklus.

Ako je dat usmereni graf  $G(X,A)$  i skup  $Y$  koji je podskup od  $X$ , onda je  $G(Y)$  **usmereni podgraf** grafa  $G(X,A)$ . On se sastoji od skupa čvorova  $Y$  i lukova iz  $A$  koji povezuju čvorove  $Y$ .

**Zatvorenje** usmerenog grafa  $G(X,A)$  je podgraf  $G(Y)$  takav da ako važi  $x \in Y$  onda važi i  $\Gamma x \subseteq Y$ . Sa tačke gledišta dizajna kopa, zatvorenje je podgraf usmerenog grafa, koji predstavlja jedan mogući kop. Na primer, u usmerenom grafu prikazanom na slici 4.6, koji predstavlja jednostavan dvodimenzionalni model, čvorovi 4, 5, 6 i 12 čine zatvorenje.

U ovom grafu, svakom čvoru je dodeljena vrednost bloka koji predstavlja. Ta vrednost se naziva **masom**. Vrednost zatvorenja je suma masa svih čvorova koji čine zatvorenje. Svakom čvoru je takođe pridružen identifikator, odnosno indeks u nizu, koji označava njegovu lokaciju u okviru blokovskog modela. Čvorovi su povezani lukovima koji definišu mogućnost pristupa, odnosno ograničenja mogućnosti iskopavanja. U jednostavnom primeru prikazanom na slici 4.6, pretpostavlja se da su blokovi kvadratni i da su nagibi kopa  $45^\circ$  u svim pravcima. Na primer, da bi se iskopavao čvor 12, potrebno je prethodno ukloniti čvorove 4, 5 i 6, a ova četiri čvora

čine jedan mogući kop (odnosno zatvorenje). Ovo zatvorenje ima ukupnu vrednost +2, koja se dobija sabiranjem vrednosti čvorova koji ga čine.

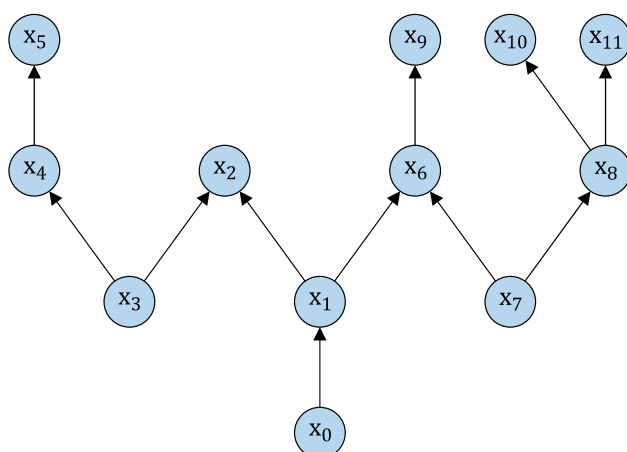


Slika 4.6. Usmereni graf predstavljen u dve dimenzije

Zatvorenje  $G(Y)$  grafa  $G(X,A)$ , koje ima maksimalnu vrednost se naziva **maksimalno zatvorenje** grafa  $G(X,A)$  i predstavlja optimalni kop.

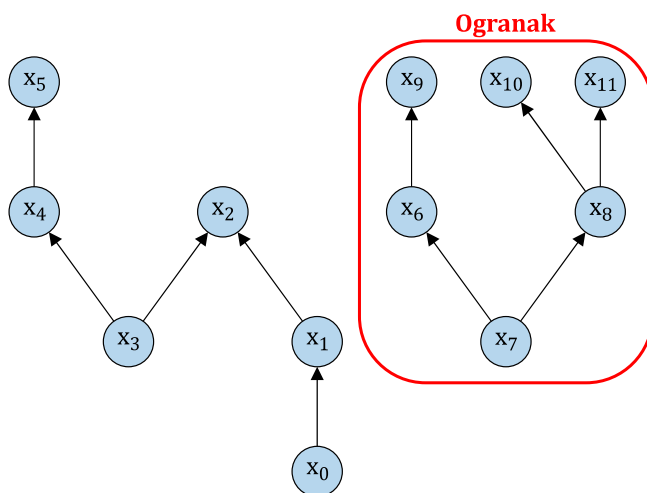
**Stablo** je povezani usmereni graf koji ne sadrži cikluse. Predstavlja se parom  $T=(X,A)$ . Na primer, na slici 4.5,  $X=\{x_1,x_2,x_3\}$ ,  $A=\{a_1,a_2\}$  je stablo.

**Stablo sa korenom** je stablo sa jednim istaknutim čvorom koji se naziva korenom. Bilo koji čvor može služiti kao koren, zavisno od svrhe. Slika 4.7 prikazuje primer stabla sa korenom  $x_0$ .



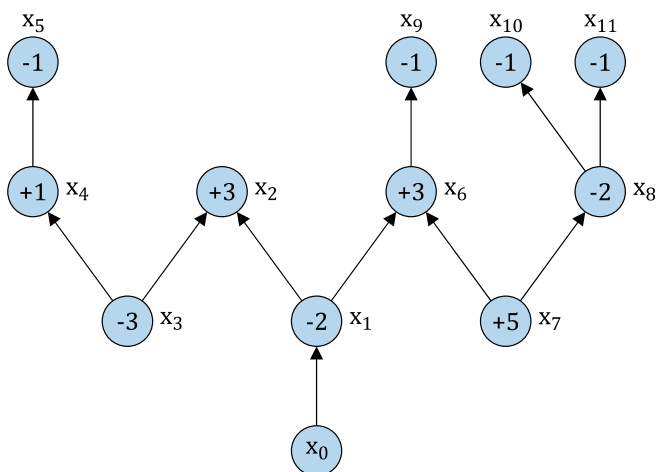
Slika 4.7. Primer stabla sa korenom

Ukoliko se stablo sa korenom podeli na dva dela uklanjanjem jednog luka –  $a_i$ , deo stabla koji ne sadrži koren se naziva **ogranak** i označava se  $T_i=(X_i,A_i)$ . Koren ogranka je njegov čvor koji učestvuje u luku  $a_i$ . Na primer, ukoliko se iz stabla sa korenom prikazanog na slici 4.7 ukloni luk  $(x_1,x_6)$ , dobija se ogranak prikazan na slici 4.8. Koren ovog ogranka je čvor  $x_6$ .



Slika 4.8. Stablo sa korenom i ogranak koji se dobija uklanjanjem luka  $(x_1,x_6)$

Svaki luk  $a_i$  stabla  $T$  definiše ogranak, označen  $T_i=(X_i,A_i)$ . Ukoliko se čvorovima dodele numeričke vrednosti, masa  $M_i$  ogranka  $T_i$  se dobija sabiranjem masa svih čvorova ogranka  $T_i$ . Luk  $a_i$ , podržava stablo  $T_i$  i masu  $M_i$ . Na primer, masa ogranka, dobijenog uklanjanjem luka  $(x_1,x_6)$  na slici 4.9, je  $+3+5-2-1-1-1=+3$ .

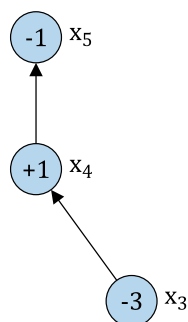


Slika 4.9. Stablo sa korenom u kojem su čvorovima pridružene numeričke vrednosti



U stablu sa korenom, bilo koji luk se može okarakterisati svojom orijentacijom u odnosu na koren. Ukoliko luk  $a_i$  pokazuje ka ogranku koji nastaje njegovim uklanjanjem, naziva se **p-granom** (plus grana) - drugim rečima, p-grana je luk čiji je krajnji čvor deo ogranka  $T_i$ .  $T_i$  se u tom slučaju naziva **p-ogranakom**. Na primer, uočimo luk  $(x_1, x_6)$  na slici 4.7. Ukoliko se ovaj luk ukloni, dobija se ogranak prikazan na slici 4.8. Krajnji čvor ovog luka je deo ogranka. Stoga, luk je **p-grana**, a ogranak koji nastaje njegovim uklanjanjem je **p-ogranak**.

Ukoliko luk  $a_i$  pokazuje u smeru suprotnom od ogranka koji nastaje njegovim uklanjanjem, tada se  $a_i$  naziva **m-granom** (minus-granom) a dobijeni ogranak se naziva **m-ogranakom**. Na primer, uočimo luk  $(x_3, x_2)$  na slici 4.9. Ukoliko se ovaj luk ukloni, dobija se ogranak prikazan na slici 4.10. Krajnji čvor luka  $(x_3, x_2)$  nije deo ogranka. Stoga, ovaj luk predstavlja m-granu, a odgovarajući ogranak predstavlja m-ogranak.



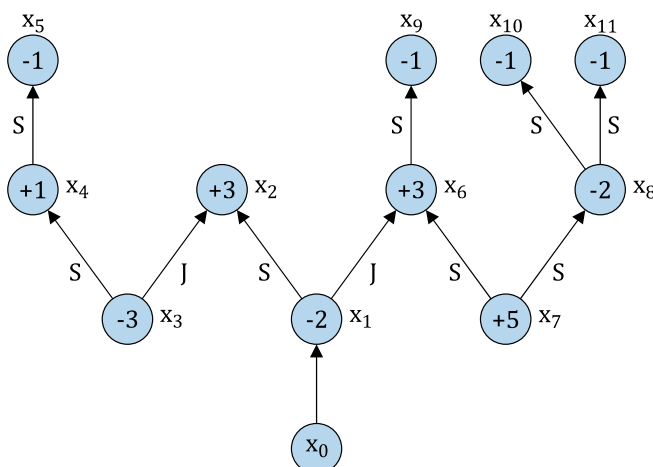
Slika 4.10. Ogranak dobijen eliminacijom luka  $(x_3, x_2)$  na slici 4.9

Bilo koji luk ili ogranak se takođe može okarakterisati kao jak ili slab. P-grana ili p-ogranak je jak ukoliko podržava strogo pozitivnu masu. M-grana ili m-ogranak je jak ukoliko podržava masu koja je negativna ili jednaka nuli. Lukovi ili ogranci koji nisu jaki se nazivaju slabim. Ovo je sumirano u tabeli 4.3.

Čvor  $x_i$  se smatra jakim ukoliko postoji bar jedan jak luk u lancu kroz stablo  $T$  koji ga spaja sa korenom. Čvorovi koji se ne smatraju jakim, smatraju se slabim. Na primer, na slici 4.11,  $x_6$  je jak čvor, a  $x_2$  je slab čvor.

Tabela 4.3. Uputstvo za kvalifikovanje lukova i ogranaka

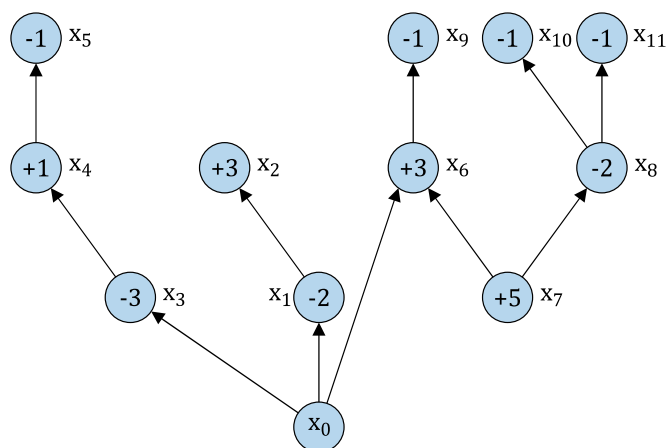
Slučaj	Smer	Podrška	Kvalifikacija
1	Plus	Pozitivna	Jak
2	Plus	Negativna ili nulta	Slab
3	Minus	Pozitivna	Slab
4	Minus	Negativna ili nulta	Jak



Slika 4.11. Lukovi okarakterisani kao jaki ili slabi

Stablo je **normalizovano** ukoliko sve jake grane sadrže koren. Svako stablo  $T$  može biti normalizovano tako što će biti izmenjeno tako da sve jake grane imaju koren kao jedan od čvorova. Ovo se može postići tako što će se svaki jak luk  $(x_i, x_j)$  koji nije povezan sa korenom, zameniti novim lukom od korena do čvora  $x_i$  ukoliko je  $(x_i, x_j)$  p-grana ili do čvora  $x_j$  u suprotnom.

Na primer, stablo prikazano na slici 4.11 nije normalizovano jer jaki lukovi  $(x_1, x_6)$  i  $(x_3, x_2)$  nemaju koren kao jedan od svojih čvorova. Kako bi se stablo normalizovalo, ova dva luka moraju biti zamenjena. Luk  $(x_1, x_6)$  koji predstavlja jaku p-granu se zamenjuje novim lukom  $(x_0, x_6)$ , a luk  $(x_3, x_2)$  koji predstavlja jaku m-granu se zamenjuje lukom  $(x_0, x_3)$ , čime se dobija normalizovano stablo prikazano na slici 4.12.



Slika 4.12. Rezultat normalizacije stabla sa slike 4.11

U terminima teorije grafova, problem određivanja optimalnog kopa predstavlja problem nalaženja optimalnog zatvorenja  $G(Y)$ , usmerenog grafa  $G=(X,A)$  koji predstavlja blok model rudnog tela u kojem je čvoru  $x_i$  pridružena masa  $m_i$  jednaka vrednosti odgovarajućeg bloka. Drugim rečima, problem se sastoji u nalaženju skupa čvorova  $Y$  koji pripadaju skupu  $X$ , takvih da ukoliko važi  $x_i \in Y$ , onda važi i  $\Gamma x_i \in Y$  i važi da je  $\sum_{x_i \in Y} m_i$  maksimalno. Optimalni kop (maksimalno zatvorenje grafa) čine svi čvorovi u ograncima normalizovanog stabla koji su povezani sa korenom jakim granom, pod uslovom da ovo normalizovano stablo ispunjava sva ograničenja nagiba. Matematički dokaz ovog zaključka dali su Lerchs i Grossmann (1965).

#### 4.4. Lerchs-Grossmann algoritam

Ovaj algoritam (Lerchs, Grossmann, 1965) kao ulaz uzima blok model rudnog tela sa pridruženim ekonomskim vrednostima blokova i određuje koje blokove treba iskopavati kako bi se dobio maksimalan neto profit. Algoritam uključuje konstrukciju normalizovanog stabla za svaki sledeći nivo kopa. Polazi se od konstrukcije normalizovanog stabla  $T_0$  u usmerenom grafu  $G$ , koje predstavlja blokovski model ležišta. Ovo stablo se potom iterativno transformiše, čime se dobija niz stabala  $T_1, T_2, \dots, T_n$ , dok god transformisanje ne postane nemoguće. U iteraciji  $i+1$  se normalizovano stablo  $T_i$  transformiše u normalizovano stablo  $T_{i+1}$ . Za svako stablo  $T_i=(X,A_i)$ , njegov skup jakih čvorova označavamo  $Y_i$ . Maksimalno zatvorenje  $Y$  se dobija okupljanjem čvorova ogranaka koji su sa korenom povezani jakim

lukovima. Algoritam su formulisali Lerchs i Grossmann, (1965), a opis Lipkewichi Borgman(1969) se može sumirati na sledeći način:

**Korak 1:** Razmotrimo nivo kopa  $i$ . Dodati lukove od korena do svih čvorova na nivou  $i$ .

**Korak 2:** Utvrditi koji su lukovi jaki, a koji slabi.

**Korak 3:** Proveriti da li postoji negativna masa nad jakim čvorom (zbir vrednosti svih čvorova u ogranku čiji je taj jak čvor koren). Ukoliko ne postoji, nastaviti od koraka 5. Ukoliko se slabi čvor  $j$  nalazi u ogranku čiji je koren jaki čvor  $k$ , dodati luk  $(k,j)$  u stablo  $T_i$ . Zameniti luk koji povezuje stablo  $T_i$  sa korenom  $x_0$  lukom,  $(x_0,j)$ .

**Korak 4:** Ukoliko stablo  $T_i$  sadrži jake lukove koji nisu povezani sa korenom, normalizovati stablo. Nastaviti od koraka 3.

**Korak 5:** Ukloniti sve jake čvorove (oni čine deo maksimalnog zatvorenja). Povećati  $i$ . Nastaviti od koraka 1.

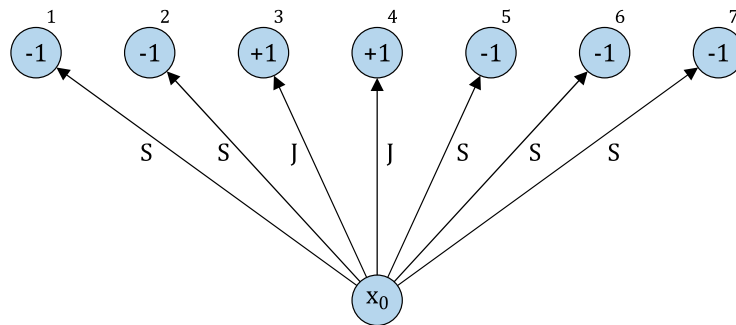
#### 4.4.1. Dvodimenzionalni primer

Algoritam je najlakše objasniti na jednostavnom dvodimenzionalnom primeru prikazanom na slici 4.13. Uz svaki blok, data su dva broja: gornji je broj bloka, a drugi vrednost bloka. Zarad jednostavnosti, pretpostavlja se da su nagibi  $45^\circ$  i da su blokovi kvadratnog oblika. Odgovarajući usmereni graf je prikazan na slici 4.6 i u njemu svaki blok ima tri sledbenika (tri luka koji pokazuju od bloka). Pre nego što se započne iskopavanje bloka, moraju se iskopati blokovi sledbenici.

1	-1	2	-1	3	+1	4	+1	5	-1	6	-1	7	-1
8	-2	9	+2	10	+1	11	-2	12	+3	13	-2	14	-2
15	-3	16	-3	17	+3	18	-3	19	+1	20	-3	21	-3

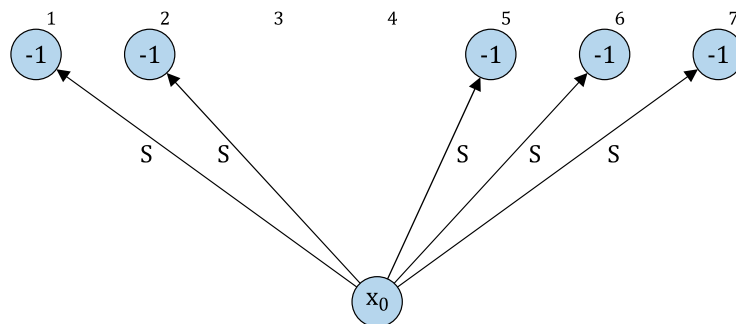
Slika 4.13. Vrednosti blokova

Procedura počinje od prvog nivoa. Polazno stablo se konstruiše dodavanjem lukova od novog, lažnog (ne predstavlja ni jedan blok), čvora  $x_0$  do svih čvorova koji predstavljaju blokove na ovom nivou (korak 1). Ovi lukovi se razvrstavaju u slabe i jake, kao što je prikazano na slici 4.14 (korak 2).



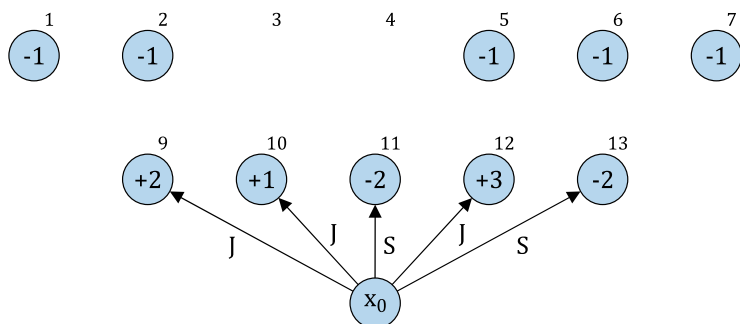
Slika 4.14. Podaci za prvi nivo

U stablu nema slabog čvora u ogranku koji odgovara jakom luku ili čvoru pošto postoji samo jedan nivo (korak 3). Stablo se ažurira brisanjem jakih čvorova 3 i 4 kao na slici 4.15. Potom se dodaju blokovi drugog nivoa (korak 5).



Slika 4.15. Razvoj algoritma za prvi nivo

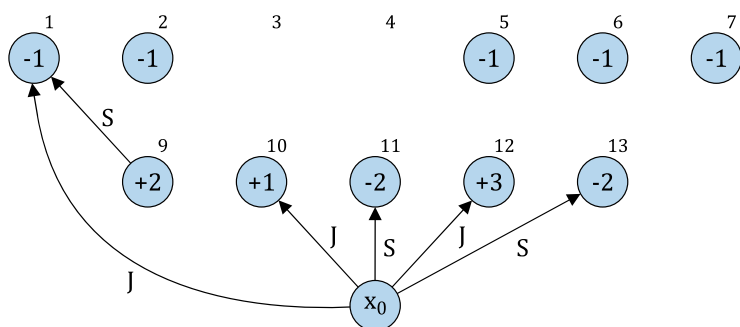
Ponovo, lukovi se dodaju od korena do svih čvorova na drugom nivou (korak 1). Ponovo se klasifikuju kao jaki ili slabi, kao što je prikazano na slici 4.16 (korak 2). Postoje tri jaka čvora i dva slaba čvora na ovom nivou.



Slika 4.16. Podaci za drugi nivo

Sada razmotrimo korak 3 kako bismo proverili da li postoje negativne mase nad jakim čvorovima. Slabi čvor 1 je nad jakim čvorom 9, tako da se dodaje luk od čvora 9 do čvora 1. Luk od korena do čvora 9 se zamenjuje lukom od korena do čvora 1. Rezultat je prikazan na slici 4.17.

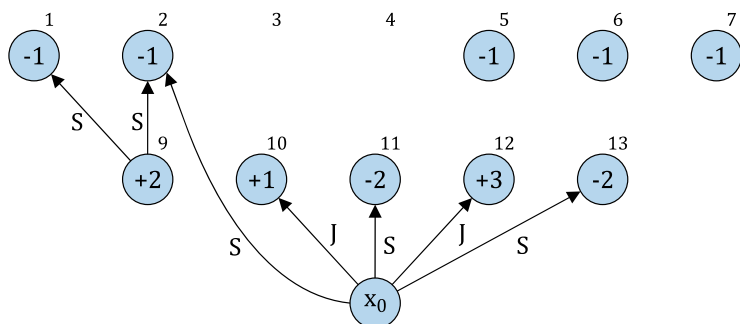
Luk od korena do čvora 1 je p-grana i podržava ukupnu masu +1. Stoga je ovaj luk jak luk.



Slika 4.17. Razvoj algoritma za drugi nivo

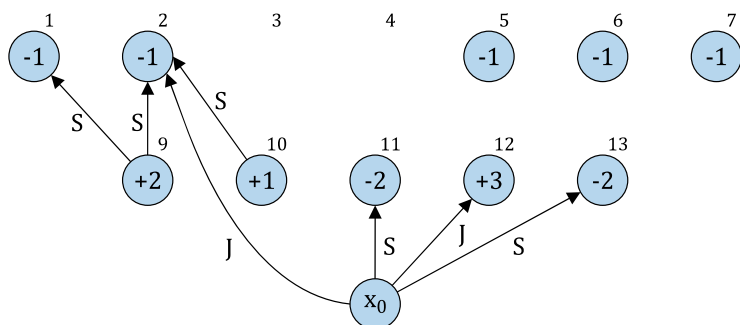
Slabi čvor 2 je u ogranku čiji je koren čvor 9, pa se stoga povezuje sa čvorom 9 dodavanjem luka od čvora 9 do čvora 2. Stablo je povezano sa korenom lukom od korena do čvora 1. Ovaj luk se zamenjuje lukom od čvora 1 do čvora 2, kao što je prikazano na slici 4.18.

Luk od korena do čvora 2 je p-grana. On podupire masu  $-1+2-1=0$  i stoga se smatra slabim lukom (slika 4.18).



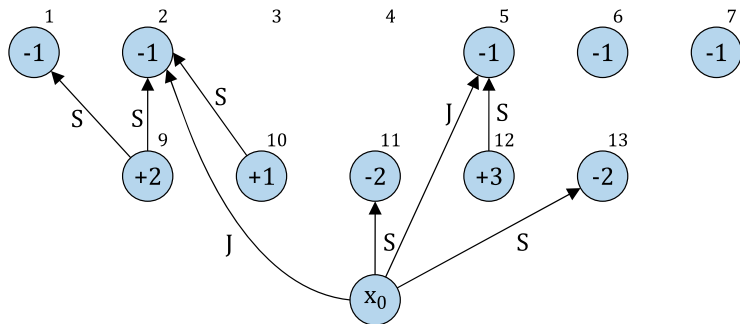
Slika 4.18. Razvoj algoritma za drugi nivo

Slabi čvor 2 je u ogranku čiji je koren čvor 10. Zato se u stablo dodaje luk od čvora 10 do čvora 2, a luk od korena do čvora 10 se zamenjuje lukom od korena do čvora 2, kao što je prikazano na slici 4.19. Ovaj luk podržava masu  $-1+2-1+1=1$ , pa se stoga smatra jakim lukom.



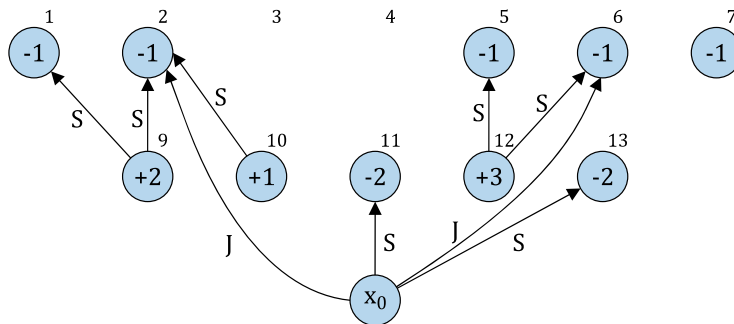
Slika 4.19. Razvoj algoritma za drugi nivo

Slabi čvor 5 se nalazi u ogranku čiji je koren jaki čvor 12. Stoga se dodaje luk od čvora 12 do čvora 5, a luk od korena do čvora 12 se zamenjuje lukom od korena do čvora 5, kao na slici 4.20. Ovaj luk (od korena do čvora 5) je p-grana i podupire ukupnu masu  $-1+3=+2$ , pa je stoga jak.



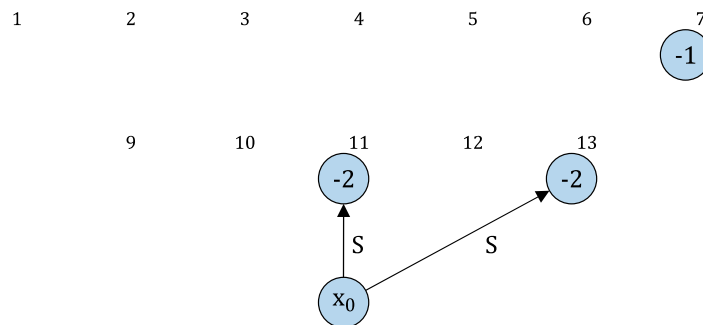
Slika 4.20. Razvoj algoritma za drugi nivo

Slično prethodno slučaju, slabi čvor 6 se nalazi u ogranku čiji je koren jaki čvor 12. Stoga se dodaje luk od čvora 12 do čvora 6, a luk od korena do čvora 5 se zamenjuje lukom od korena do čvora 6, kao na slici 4.21. Ovaj luk (od korena do čvora 6) podupire ukupnu masu od  $-1+3-1=+1$ , pa je stoga jaki luk.



Slika 4.21. Razvoj algoritma za drugi nivo

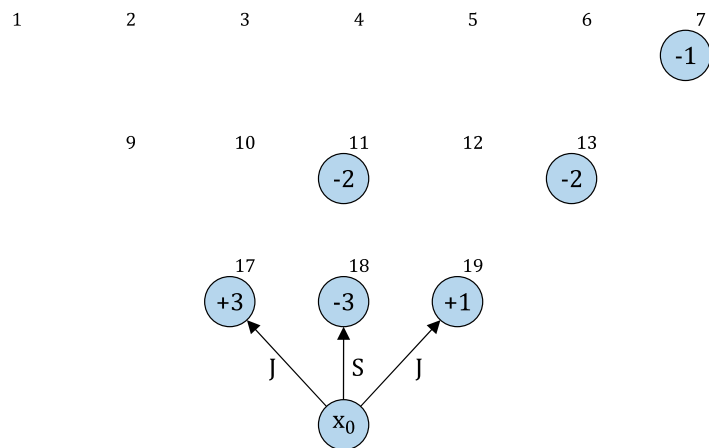
Nema negativnih masa nad jakim lukovima ili čvorovima, tako da je korak 3 algoritma kompletiran. Stablo je normalizovano pošto svi jaki lukovi imaju koren kao jedan od svojih čvorova (korak 4). Postoje dva jaka luka koja uključuju koren. Dva jaka čvora koji odgovaraju ovim lukovima se uklanjaju iz stabla i uključuju u krajnji optimalni kop, kao što je prikazano na slici 4.22 (korak 5).



Slika 4.22. Razvoj algoritma za drugi nivo

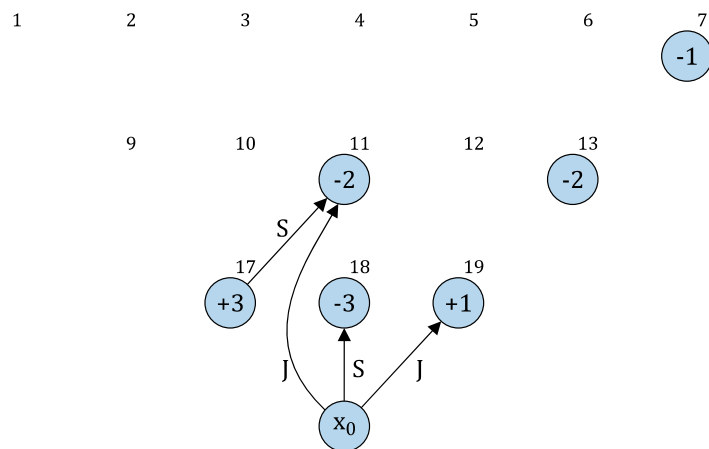
Na kraju, dodaju se blokovi trećeg nivoa i povezuju se sa korenom, čime se dobija graf prikazan na slici 4.23 (korak 1). Lukovi od korena do čvorova trećeg nivoa se klasifikuju kao na slici 4.23 (korak 2). Postoje dva jaka i jedan slab čvor na trećem nivou.





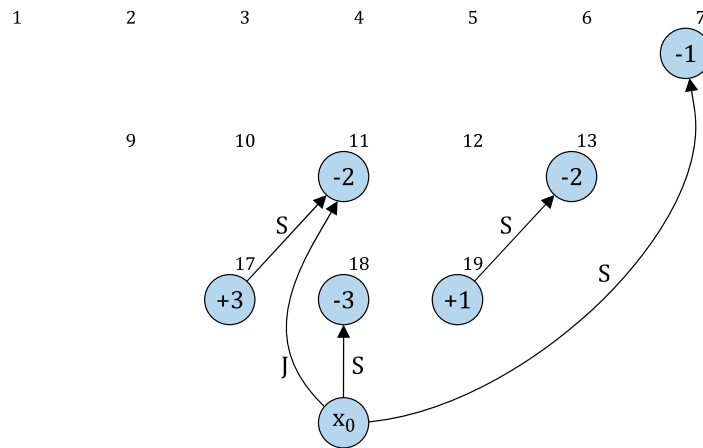
Slika 4.23. Podaci za treći nivo

Slabi čvor 11 je u ogranku čiji je koren jaki čvor 17. Stoga se dodaje luk od čvora 17 do čvora 11, a luk od korena do čvora 17 se zamenjuje lukom od korena do čvora 11, kao na slici 4.24. Luk od korena do čvora 11 je p-grana i podupire ukupnu masu od  $-2+3=+1$ , pa se stoga smatra jakim.



Slika 4.24. Razvoj algoritma za treći nivo

Slabi čvor 13 je u ogranku čiji je korena jaki čvor 19. Dodaje se luk od čvora 19 do čvora 13, a luk od korena do čvora 19 se zamenjuje lukom od korena do čvora 13, čime se dobija graf prikazan na slici 4.25. Luk od korena do čvora 13 je p-grana i podupire ukupnu masu od  $-2+1=-1$ , što ga čini slabim.



Slika 4.25. Razvoj algoritma za treći nivo

Više nema negativnih masa nad jakim čvorovima i stablo je normalizovano, pa su stoga koraci 3 i 4 kompletirani.

Postoji samo jedan jaki luk u stablu – luk od čvora 11 do čvora 17. Ovi čvorovi se uklanjaju iz stabla i uključuju se u krajnji optimalni kop. Algoritam se zaustavlja i dobija se optimalni kop sa vrednošću +5 (slika 4.26).

-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1
-2	+2	+1	-2	+3	-2	-2
-3	-3	+3	-3	+1	-3	-3

Slika 4.26. Granica optimalnog kopa

#### 4.4.2. Poboljšanja Lerchs-Grossmann algoritma

Već duži period algoritam Lerchs-Grossmann, se smatra industriskim standardom i kao takav inkorporiran je mnoge komercijalne rudarske pakete. Kao takav, stalno je izložen naučnoj pažnji i kritici. Sem u činjenici da je algoritam deterministički i da ne uključuje neizvesnost u proces optimizacije granica kopa, najčešće kritike su vezane za brzinu generisanja rešenja.

U tom smislu posebno je zapažen doprinos Zhao i Kim (1992). Oni su uveli izvesna uprošćavanja i modifikacije, čime su pronalaženje optimalne konture ubrzali do tri puta.

Takođe značajne modifikacije LG metode uveo je Whittle (1999). Na osnovu ovih modifikacija Whittle tvrdi da su performanse LG algoritma poboljšane do deset puta.

#### **4.5. Whittle optimizacioni algoritam**

U savremenom rudarstvu opšte prihvaćeni standard za optimizaciju i dugoročno planiranje površinskih kopova je Whittle algoritam. Imajući u vidu značaj koji Whittle komercijalni program ima u savremenoj rudarskoj praksi dat je poseban osvrt na optimizacioni pristup inkorporiran u ovaj programski paket.

Whittle postupak se zasniva na brznoj implementaciji uzastopnih primena algoritma Lerchsa-Grossmanna. Za dati set ulaznih parametara, ovaj algoritam garantuje matematički optimalnu krajnju granicu kopa, ali samo ukoliko se optimizacija vrši u odnosu na nediskontovani prihod.

Treba imati u vidu da je jedini kriterijum koji se koristi u Whittle metoda maksimizacija neto sadašnje vrednosti prihoda usled prodaje korisne mineralne sirovine ili koncentrata dobijenog sa kopa. Stoga, ukoliko kompanija ima prihode i od aktivnosti koje za time slede ili ukoliko teži maksimalnoj iskorišćenosti mineralnih sirovina ili koristi neku drugu meru optimalnosti (a ne neto vrednost prihoda), korisnik mora prilagoditi algoritam u skladu sa time.

U ovom poglavlju dat je kratak opis koraka optimizacionog algoritma za optimizaciju granica kopa, koji je inkorporiran u Whittle program.

##### **4.5.1. Osnovni koraci Whittle optimizacionog algoritma**

Zbog široke upotrebe programskog paketa u koji je inkorporiran, Whittle optimizacioni algoritam je široko korišćen u savremenoj rudarskoj praksi. Iz tog razloga osnovni delovi algoritma su delom objašnjeni u glavi 3 ove disertacije, koja daje osvrt na osnovnu problematiku i aktuelne metode zastupljene u savremenoj rudarskoj praksi.

Prema metodologiji Whittle optimizacioni algoritam grubo se može podeliti u tri koraka:

- Generisanje školjki kopova,
- Najbolji i najgori scenario otkopavanja,
- Izbor krajnje granice kopa na grafiku promene optimalne konture u zavisnosti od faktora prihoda.

#### 4.5.2. Generisanje školjki kopova

Kako je već napomenuto Whittle postupak zasniva se na brznoj implementaciji uzastopnih primena algoritma Lerchsa-Grossmanna. Imajući u vidu značaj LG metode za Whittle optimizacioni algoritam, Whittle je ustanovio da otpočinjanje pri dnu modela vodi bržem izvršavanju nego otpočinjanje pri vrhu. Dodatno, ustanovio je da je struktura stabla manje zapetljana i lakša za razrešavanje ukoliko se proveravaju grane koje vode ka bloku umesto grana koje vode od bloka. I na kraju, kada grane ka bloku ukažu na više od jednog konflikta, ispostavlja se da je dobro pažljivo izabrati konflikt koji se prvi razrešava. Na osnovu ovih modifikacija Whittle (1999) tvrdi da su performanse LG algoritma poboljšane do deset puta.

Whittle postupak počinje izvođenjem 50 do 100 optimizacija algoritmom Lerchsa-Grossmann, iterativno za više cena korisne mineralne sirovine. U ovom pristupu, dobija se niz kopova različitih veličina, pri čemu svaki od kopova ima najveću nediskontovanu novčanu vrednost za razmatranu cenu korisne mineralne sirovine. Whittle je ustanovio da je postupak znatno brži ako se prvo optimizuje kop za najvišu cenu (generisanje konture najvećeg kopa) pa zatim za najmanju cenu (generisanje konture najmanjeg kopa). Blokovi van najveće i unutar najmanje konture se odbacuju u procesu sledeće optimizacije. Ponavljanjem ovoga postupka (optimizacijom za sledeću najveću i najmanju cenu) svaka naredna optimizacija uključuje manji broj blokova nego prethodna, čime se postupak značajno ubrzava. Takođe je ustanovio da je brže ne počinjati svaku optimizaciju iznova, nego zadržati postojeću strukturu stabla kao polaznu tačku za sledeću iteraciju pri čemu se samo prilagođavaju vrednosti blokova (Whittle, 1999).

#### ***4.5.2.1. Najbolji i najgori scenario otkopavanja***

Kako bi se zaobišao kružni problem (nemogućnost optimizacije granica kopa bez znanja diskontovane ekonomske vrednosti blokova, koju je dalje nemoguće utvrditi bez poznavanja redosleda otkopavanja, kao i određivanje redosleda otkopavanja bez optimalne konture) u Whittle algoritam je uveden postupak formiranja najboljeg i najgoreg slučaja otkopavanja. Pomoću ovakvog pristupa delimično se izbegava kružni problem i sa grubim definisanjem redosleda otkopavanja (najbolji i najgori slučaj otkopavanja) moguće je utvrditi preliminarni redosled otkopavanja, odnosno diskontovanu vrednost formiranih optimalnih kontura.

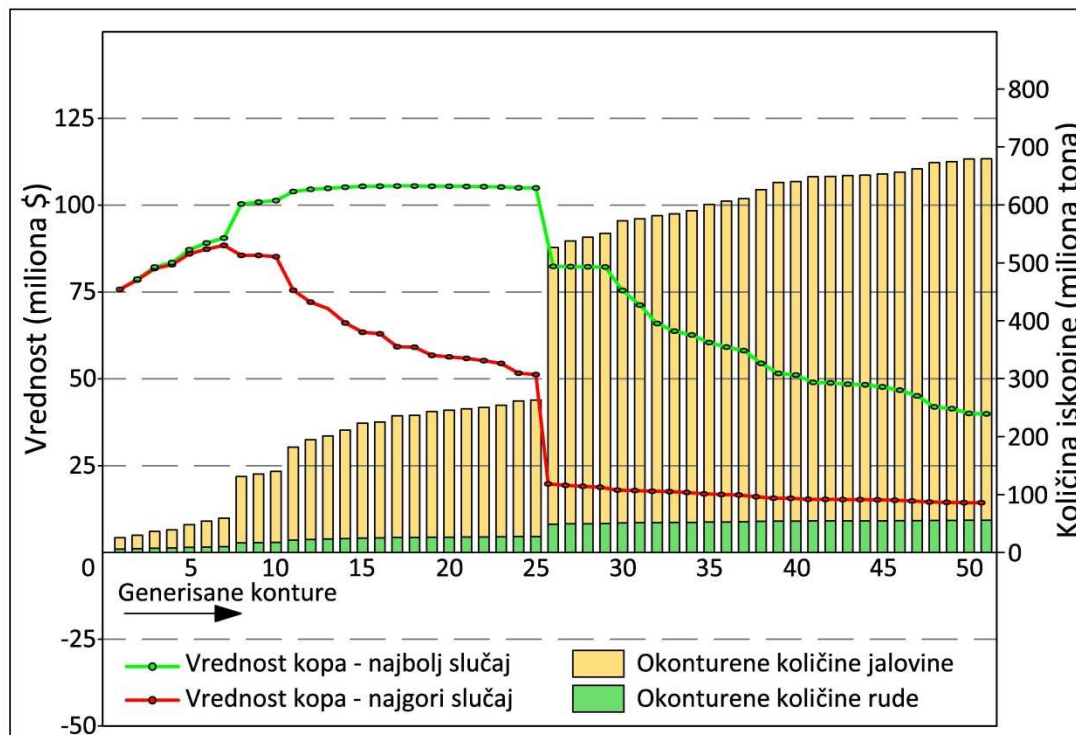
Najbolji slučaj plana predviđa otkopavanje sa više etaža i puno manjih otkopnih blokova što za posledicu ima maksimalnu neto sadašnju vrednost. Ovaj metod pretpostavlja da se jalovina iznad rudnih blokova otkopava istovremeno kad i rudni blokovi. Ovo je retko slučaj u realnosti, pa ovaj scenario daje optimistične procene neto vrednosti (Wharton 2000).

Najgori slučaj plana pretpostavlja da se sve etaže otkopavaju u nizu odozgo na dole i u celosti. Ovim pristupom se favorizuje otkopavanje jalovine u ranim stadijumima eksploatacije čime se drastično smanjuje diskontovana vrednost optimalnih kontura. Wharton (2000) ističe da se ovako pesimističan scenario, takođe retko javlja u praksi.

U osnovi uvođenjem najboljeg i najgoreg slučaja otkopavanja Whittle optimizacioni algoritam, praktično daje okvir za maksimalnu i minimalnu diskontnu vrednost koja se može ostvariti otkopavanjem potencijalne optimalne konture.

#### ***4.5.2.2. Izbor krajnje granice kopa na grafiku promene optimalne konture***

Slika 4.27 prikazuje tipičan dijagram promene optimalnih kontura u zavisnosti od faktora prihoda neto vrednosti. On predstavlja neto sadašnju vrednost za svaku optimalnu konturu. Najbolja i najgora kriva neto vrednosti daju gornju i donju granicu vrednosti koja može biti postignuta u praksi (Wharton 2000).



Slika 4.27. Dijagram promene optimalnih kontura u zavisnosti od faktora prihoda

Izbor jedne od školjki kopova kao krajnje granice kopa je na inženjerima koji se bave planiranjem i menadžmentu, a izbor se vrši u skladu sa ciljevima kompanije. Neiskusnim izborom se može smatrati prihvatanje najbolje konture na krivoj najboljeg slučaja. Iskusniji inženjeri obično biraju najbolji kop na osnovu proseka neto vrednosti dobijenog na osnovu krive najboljeg i najgoreg slučaja. Neki korisnici modifikuju ovu tehniku i biraju kopove koji po vrednosti padaju na 60 do 70 procenata razlike između krivih najboljeg i najgoreg slučaja (Whittle 1999, Wharton 2000).

#### 4.6. Modeli dugoročnog planiranja proizvodnje na površinskim kopovima

Problem planiranja proizvodnje na površinskom kopu se može definisati kao pronalaženje redosleda prema kojem treba otkopavati blokove materijala određenog tipa kako bi se maksimizovao ukupni diskontovani profit kopa u funkciji zadatih fizičkih i ekonomskih ograničenja. Veličina i složenost problema dovode do

toga da trenutno postojeći alati i metode ili pružaju suboptimalna rešenja ili nisu pogodni za primene na ležišta odgovarajuće veličine.

Uvođenje matematičkih modela u rudarske projekte, vezano je za drugu polovinu prošlog veka.

Poput velikog uticaja na problem optimizacije granica kopa, Lerchs i Grossmann (1965) su razvili i metodu parametrizacije, koja tretira problem planiranja proizvodnje.

Metoda linearnog programiranja (LP) poslužila je Johnsonu (1969) kao matematička osnova za rešavanje problema planiranja razvoja radova na kopu. I pored značajnih pomaka koje je razvijeni model doneo, imao je i određene mane koje se pre svega odnose na nemogućnost generisanja optimalnog rešenja.

Dagdelen i Johnson (1986) i Caccetta i dr. (1998) su upotreбили Lagranžovu parametrizaciju kako bi oslabili ograničenja vezana za otkopavanje i mlevenje. Zahvaljujući tome, problem je mogao biti rešen ponovljenim primenama bilo kog algoritma za određivanje krajnje granice kopa, poput algoritma Lerchs-Grossmanna (1965) zasnovanog na teoriji grafova.

Caccetta i Hill (2003) predstavljaju mešovitu celobrojnu LP formulaciju planiranja, koja pravi razliku između blokova rude i blokova jalovine, i uključuje ograničenja. Kasnije su Ramazan i dr. (2005) opisali primenu algoritma fundamentalnog stabla za grupisanje blokova i smanjenje broja promenljivih u problemu planiranja bez smanjenja rezolucije modela ili gubljenja optimalnosti rezultata. Fundamentalno stablo se definiše kao bilo koja kombinacija blokova koja omogućava profitabilno otkopavanje blokova uz poštovanje ograničenja nagiba. Algoritam fundamentalnog stabla, smanjio je broj promenljivih i omogućio znatno širu upotrebu metode mešovitog celobrojnog programiranja.

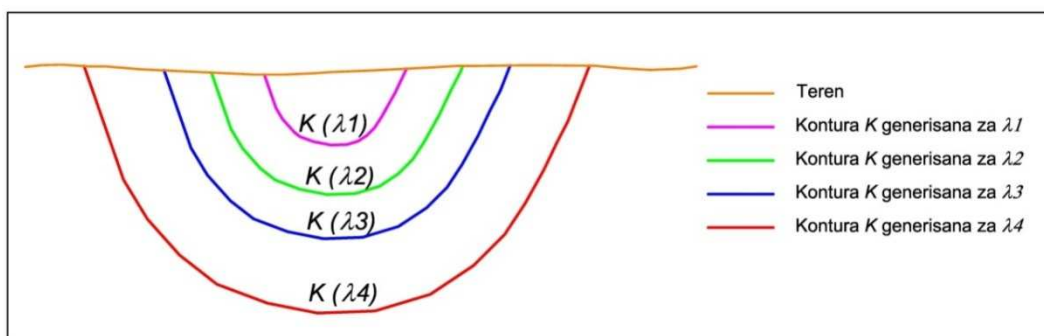
Dowd i Onur (1992) i Onur i Dowd (1993) su formulisali algoritam dinamičkog programiranja za ovaj problem.

U ovom poglavlju je iz perspektive matematičkog programiranja, dat pregled najvažnijih metoda razvijenih u cilju rešavanja problema planiranja dugoročne proizvodnje na površinskom kopu.

#### 4.7. Lerch- Grossmann parametrizacija

Lerch- Grossmann (1965) uveli su koncept parametrizovane analize, sa ciljem generisanja redosleda otkopavnja rudnika. Koncept koristi nediskontovan model i uvodi dodatni, veštački trošak,  $\lambda \geq 0$ , kao parametar za promenu ekonomske vrednosti svakog bloka  $i$  sa  $p_i$  na  $(p_i - \lambda)$ . Povećanjem vrednosti  $\lambda$ , generiše se niz odgovarajućih ugnježenih kontura kopova. Neka  $K(\lambda)$  označava konturu kopa generisanu za dato  $\lambda$ .

Kao što je prikazano u primeru na slici 4.28, sve manji i manji kopovi se formiraju kako se  $\lambda$  povećava, tj.  $K(\lambda_4) \supseteq K(\lambda_3) \supseteq K(\lambda_2) \supseteq K(\lambda_1)$  kada je  $\lambda_4 < \lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_1$ . Ovi kopovi mogu se iskoristiti da bi se proizveo plan proizvodnje unutar kopa. Međutim, budući da vreme nije eksplicitan ulazni faktor, proizvedeni kopovi mogu biti nepredvidljivi kada je u pitanju vreme potrebno za otkopavanje svakog kopa u redosledu.



Slika 4.28. Školjke konture kopa za različite parametre

Koncept parametrizacije, ima značajne mane, među kojima se svakako ističe nemogućnost generisanja rešenja sa diskontovanom vrednošću kao i nemogućnost obuhvatanja širokog spektra ograničenja prisutnih u eksploataciji i preradi. I pored ovih ograničenja koncept je našao široku upotrebu u praksi. Osnovni razlog za ovo, vezan je za jednostavnost modela i činjenicu da je duboko inkorporiran u Whittle program.



## 4.8. Metoda linearnog programiranja

Johnson (1969) je formulisao algoritam za planiranje proizvodnje zasnovan na metodi linearnog programiranja. Matematički model se može definisati nizom prikazanih jednačina.

### Funkcija cilja

$$\text{Maximize } \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N C_i^{tm} \times TB_i \times x_i^{tm} \quad (4.1)$$

gde je:  $T$  – maksimalan broj perioda eksploatacije,  $t = 1, 2, 3, \dots, T$ ,

$N$  – totalan broj blokova koji se uzima u analizu,  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ,

$M$  – tip materijala zavisno od prerade,  $m = 1, 2, 3, \dots, M$

$i$  – index pojedinačnog bloka,

$C_i^{tm}$  - NPV za masu bloka  $i$  tokom perioda  $t$  ako pripada procesnom tipu  $m$

$TB_i$  - totalna masa materijala u bloku  $i$

$x_i^{tm}$  - deo bloka  $i$  koji se eksploatiše u periodu  $t$  kao procesni tip  $m$

### Ograničenja kapaciteta eksploatacije

$$MC_{\min} \leq \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M TB_i \times x_i^{tm} \leq MC_{\max} \quad (4.2)$$

za:  $t = 1, 2, 3, \dots, T$

gde je:  $MC_{\min}^{tm}$  - minimalan kapacitet za bilo koji period,

$MC_{\max}^{tm}$  - maksimalan kapacitet za bilo koji period.

### Ograničenja sadržaja korisne komponente (kvaliteta)

$$G_{\min}^{tm} \leq \sum_{i=1}^N g_i \times TB_i \times x_i^{tm} / \sum_{i=1}^N TB_i \times x_i^{tm} \leq G_{\max}^{tm} \quad (4.3)$$

za:  $t = 1, 2, 3, \dots, T$ ;  $m = 1, 2, 3, \dots, M$

gde je:  $G_{\min}^{tm}$  - minimalan prosečan sadržaj korisne komponente materijala tipa  $m$  poslat u preradu u periodu  $t$ ,

$G_{\max}^{tm}$  - maksimalan prosečan sadržaj korisne komponente materijala tipa  $m$  poslat u preradu u periodu  $t$ ,

$g_i$  - prosečan sadržaj bloka  $i$ .

### Ograničenja kapaciteta prerade

$$PC_{\min}^{tm} \leq \sum_{i=1}^N TB_i \times x_i^{tm} \leq PC_{\max}^{tm} \quad (4.4)$$

za:  $t = 1, 2, 3, \dots, T$ ;  $m = 1, 2, 3, \dots, M$

gde je:  $PC_{\min}^{tm}$  - minimalan kapacitet prerade materijala tipa  $m$  u svim periodima,

$PC_{\max}^{tm}$  - maksimalan kapacitet prerade materijala tipa  $m$  u svim periodima.

## 4.9. Celobrojno linearno programiranje

Celobrojno linearno programiranje se može iskoristiti za modelovanje problema planiranja proizvodnje površinskog kopa (Caccetta i dr. 1998), i može se definisati na sledeći način.

### Funkcija cilja

Funkcija cilja, koju je potrebno maksimizovati, može se definisati kao neto sadašnji prihod od otkopavanja i prerade rudnih blokova. Potrebno je maksimizovati:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T C_n^{tm} \times x_n^{tm} \quad (4.5)$$

gde je:  $x_n^{tm}$  - binarna promenljiva odlučivanja u modelu, takva da važi  $x_n^{tm} = 1$  ukoliko se blok  $n$  otkopava sa pridruženim tipom  $m$  u vremenskom periodu  $t$ , a  $x_n^{tm} = 0$  u suprotnom.

$C_n^{tm}$  - koeficijenti funkcije cilja, koji predstavljaju prihod (ili trošak) od otkopavanja bloka  $n$  sa pridruženim tipom  $m$  u vremenskom periodu  $t$ .  
 $n$  - indeks bloka u rudnom telu,  $n = 1, 2, \dots, N$ .  
 $m$  - indeks različitih mogućih tipova koji se mogu pridružiti bloku prilikom otkopavanja (na primer,  $m = 1$  ukoliko je blok jalovinski,  $m = 2$  ukoliko blok sadrži rudu pogodnu za preradu, a  $m = 3$  ukoliko blok sadrži rudu za luženje itd.),  $m = 1, 2, \dots, M$ .  
 $t$  - indeks perioda u kojim se planira otkopavanje,  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Model se sastoji od  $M \times N \times T$  binarnih promenljivih, a rešenje ciljne funkcije podleže sledećim ograničenjima.

### Ograničenja kapaciteta otkopavanja

Ukupna masa otkopanog materijala mora biti između unapred određene gornje i donje granice:

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_n \times x_n^{tm} \leq MC_{max}^t \\ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_n \times x_n^{tm} \geq MC_{min}^t \end{cases} \quad (4.6)$$

za svako  $t$ , pri čemu je:

$W_n$  - ukupna masa bloka  $n$

$MC_{max}^t, MC_{min}^t$  - maksimalni i minimalni dozvoljeni kapacitet otkopavanja u periodu  $t$ .

Model ima  $2 \times T$  ograničenja kapaciteta otkopavanja.

### Ograničenja kapaciteta prerade

Količina svakog od različitih tipova materijala takođe mora biti u određenim unapred definisanim granicama:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^N W_n \times x_n^{tm} \leq PC_{max}^{tm} \\ \sum_{n=1}^N W_n \times x_n^{tm} \geq PC_{min}^{tm} \end{array} \right. \quad (4.7)$$

za svako  $t$  i  $m$ , pri čemu je:  $PC_{max}^{tm}$ ,  $PC_{min}^{tm}$  - maksimalni i minimalni dozvoljeni kapacitet prerade materijala tipa  $m$  u periodu  $t$ .

Broj ograničenja kapaciteta prerade je  $2 \times M \times T$ .

### Ograničenja prosečnog kvaliteta proizvoda

Prosečni kvalitet svakog proizvedenog elementa mora biti u okviru unapred određenih granica:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^N (g_n^k - G_{max}^{ktm}) \times W_n \times x_n^{tm} \leq 0 \\ \sum_{n=1}^N (g_n^k - G_{min}^{ktm}) \times W_n \times x_n^{tm} \geq 0 \end{array} \right. \quad (4.8)$$

za svako  $m, k, t$  pri čemu je:

$k$  - indeks elemenata od vrednosti (poput bakra, srebra i zlata),  $k = 1, 2, \dots, K$

$g_n^k$  - vrednost elementa  $k$  u bloku  $n$

$G_{max}^{ktm}, G_{min}^{ktm}$  - maksimalna i minimalna granica prosečne vrednosti definisana

za element  $k$  ako je tip  $m$  u periodu  $t$ .

Na osnovu ove formule broj ograničenja nad prosečnom vrednošću u modelu je  $2 \times M \times T \times K$ . Uobičajeno nije potreban nikakav uslov za jalovinu, pa se stoga može smatrati da je maksimalan broj ograničenja  $2 \times (M-1) \times T \times K$ .

## Ograničenja rezervi

Ograničenja rudnih rezervi su matematički neophodna kako bi se osiguralo da se svaki blok otkopava samo jednom

$$\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T x_n^{tm} \leq 1 \quad (4.9)$$

za svako  $n$ . Broj potrebnih ograničenja je u ovom slučaju jednak broju blokova,  $N$ .

Ključni smisao ove formule je da kad je

$$\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T x_n^{tm} = 0 \quad (4.10)$$

Blok  $n$  uopšte neće biti otkopavan. Drugim rečima, problem pronalaženja krajnje granice kopa je takođe obuhvaćen ovom formulacijom.

## Ograničenja redosleda otkopavanja

Ograničenja redosleda obezbeđuju da blok može biti otkopan isključivo ako su svi blokovi iznad njega otkopani u prethodnim vremenskim periodima.

$$\left( \sum_{m=1}^M x_n^{tm} \right) - \left( \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^t x_l^{rm} \right) \leq 0 \quad (4.11)$$

za svako  $t, n$  i  $l$ , pri čemu je:

$l$  - indeks blokova koji se nalaze iznad razmatranog i moraju biti prethodno otkopani,  $l = 1, 2, \dots, L$ .

Model treba da ima  $T \times N \times L$  ograničenja ovog tipa. Ova ograničenja se mogu zapisati u sažetom obliku sa manjim brojem ograničenja:

$$L \times \left( \sum_{m=1}^M x_n^{tm} \right) - \sum_{l=1}^L \left( \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^t x_l^{rm} \right) \leq 0 \quad (4.12)$$

za svako  $t$  i  $n$ . Ramazan i dr. (2004) su pokazali je rešavanje problema brže u prvom slučaju.

#### 4.10. MIP algoritam za dugoročno planiranje površinskih kopova

Caccetta i Hill (2003) predstavljaju mešovitu celobrojnu LP formulaciju planiranja, koja pravi razliku između blokova rude i blokova jalovine, i uključuje ograničenja propusne moći postrojenja za preradu (unošenja materijala u postrojenje i kapaciteta postrojenja) i zapreminu otkopanog materijala. Formulacija je data kao

$$\max z = \sum_{t=2}^T \sum_{i \in V} (p_i^{t-1} - p_i^t) x_i^{t-1} + \sum_{i \in V} p_i^T x_i^T \quad (4.13)$$

pod uslovom da

$$\sum_{i \in V_0} b_i x_i^1 - m^1 = 0 \quad (4.14)$$

$$\sum_{i \in V_0} b_i (x_i^t - x_i^{t-1}) - m^1 = 0, \quad t = 2, \dots, T \quad (4.15)$$

$$\sum_{i \in V_w} b_i x_i^1 \leq u_w^1 \quad (4.16)$$

$$\sum_{i \in V_w} b_i (x_i^t - x_i^{t-1}) \leq u_w^t, \quad t = 2, \dots, T \quad (4.17)$$

$$x_i^{t-1} \leq x_i^t, \quad t = 2, \dots, T, \quad i \in V \quad (4.18)$$

$$x_i^t \leq x_j^t, \quad i \in V, (i, j) \in A, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.19)$$

$$l_o^t \leq m^t \leq u_o^t, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.20)$$

$$x_i^t \in \{0,1\}, \quad i \in V, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.21)$$

gde  $T$  ponovo označava broj vremenskih perioda tokom kojih se planira kop,  $V$  skup blokova (ruda ili jalovina),  $V_0$  skup blokova rude,  $V_w$  skup blokova jalovine,  $A$  skup lukova prethođenja,  $p_i^t$  profit (trenutna neto vrednost) koji sledi iz otkopavanja bloka  $i$  u vremenskom periodu  $t$ ,  $b_i$  tonažu bloka  $i$ ,  $m^t$  tonažu rude prerađene u vremenskom periodu  $t$ ,  $l^t$  donju granicu količine rude koja se preradi u vremenskom periodu  $t$ ,  $u^t_0$  gornju granicu količine rude koja se preradi u vremenskom periodu  $t$ ,  $u^t_w$  gornju granicu količine jalovine koja se otkopa u vremenskom periodu  $t$ , i  $x_i^t$  binarnu promenljivu, koja je jednaka 1 ukoliko se blok  $i$  otkopava u periodima od 1 do  $t$ , i 0 u suprotnom.

Ograničenja (4.14), (4.15) i (4.20) osiguravaju da se kapaciteti prerade održe. Ograničenja (4.16) i (4.17) osiguravaju da tonaža otkopane jalovine ne prelazi propisane gornje granice. Ograničenje (4.18) osigurava da se blok otkopava samo u jednom vremenskom periodu. Ograničenje (4.19) opisuje ograničenja nagiba zida. Očigledno da ova formulacija u velikoj meri liči na model koji će sledeći biti prikazan.

Sada definišemo pomoćne promenljive  $y_i^t$  kao

$$y_i^t = \begin{cases} 1, & \text{ukoliko se blok } i \text{ otkopava u periodu } t \\ 0, & \text{u suprotnom} \end{cases} \quad (4.22)$$

U tom slučaju  $y_i^t = x_i^t - x_i^{t-1}$  i cilj postaje maksimum  $\sum_t \sum_i p_i^t y_i^t$ . Ograničenje (4.18) znači da  $0 = x_i^0 \leq x_i^1 \leq x_i^2 \leq \dots \leq x_i^T$ , što je isto što i  $\sum_t y_i^t \leq 1$ . Ovo znači da se svaki blok otkopava najviše jednom. Činjenica da je  $y_i^t$  jednako 0 ili 1, podrazumeva da je  $y_i^t \geq 0$  i stoga  $x_i^t \geq x_i^{t-1}$ , što je ograničenje (4.18). Takođe, imamo da  $\sum_{\tau=1}^t y_i^\tau = x_i^t$ ,  $t = 1, \dots, T$ , tako da ograničenje (4.19) prelazi u da  $\sum_{\tau=1}^t y_i^\tau \leq \sum_{\tau=1}^t y_j^\tau$ . Ovo podrazumeva da  $y_i^\tau \leq \sum_{\tau=1}^t y_j^\tau$ ,  $t=1, \dots, T$ ,  $(i,j) \in A$ . Dakle, formulacija (4.13) može biti reformulisana kao:

$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{i \in V} p_i^t y_i^t \quad (4.23)$$

pod uslovom da

$$\sum_{i \in V_0} b_i y_i^t - m^t = 0, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.24)$$

$$\sum_{i \in V_0} b_i y_i^t \leq u_w^t, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.25)$$

#### 4.11. Matematička formulacija algoritma fundamentalnog stabla

Ramazan (2001 i 2005) prepoznao je mešovito celobrojno programiranje (MIP) kao matematičku metodu koja potencijalno može ponuditi veoma dobra rešenja po pitanju optimizacije planiranja razvoja radova i proizvodnje. Kako je dalje primetio postojeće implementacije MIP formulacije, i pored svojih prednosti ne mogu se efikasno koristiti, jer nemaju mogućnost da obuhvate veliki broj uticajnih faktora i generišu rešenja u prihvatljivim vremenskim okvirima. Želeći da neutrališe ovaj osnovni nedostatak MIP metodologije, Ramazan je 2001. godine razvio algoritam fundamentalnog stabla, čime se veliki broj promenljivih značajno redukuje. Algoritam koristi pristup klasterovanja, kao alata kojim se klasifikuje veliki broj podataka i organizuje u manji broj klasa sa sličnim objektima. Na ovaj način, klasifikuju se i grupišu blokovi u modelu poštovanjem sledećeg seta osnovnih ograničenja:

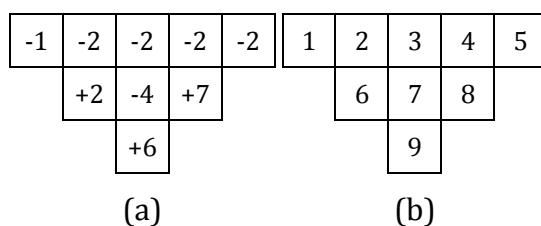
1. grupisani blokovi moraju obezbediti profitabilnu eksploataciju,
2. grupisani blokovi poštuju ograničenja vezana za uglove kosina i
3. da ne postoji podskup u klasifikovanim blokovima koji takođe ispunjava ograničenja 1 i 2.

Razvoj algoritma fundamentalnog stabla (*eng. Fundamental tree algorithm*) baziran je na modelu linearnog programiranja. Nakon grupisanja blokova u stabla, Ramazan (2005) koristi postojeće algoritme MIP metodologiju za planiranje proizvodnje i razvoja radova. Metodologija grupisanja blokova u stabla, smatra se posebno velikim doprinosom u teoriji rešavanja problema planiranja radova i proizvodnje (Osanloo i dr, 2008) zbog čega je detaljno opisan u narednim poglavljima.

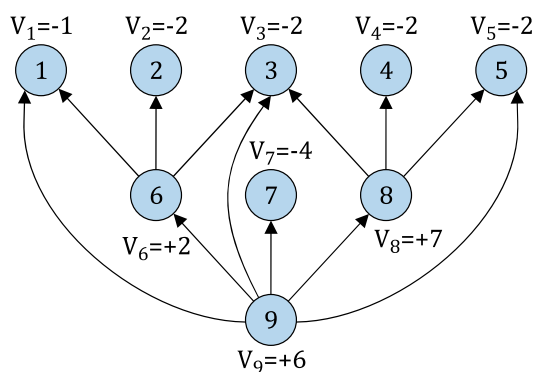


### 4.11.1. Definicije promenljivih

Opis modela fundamentalnog stabla dat u ovom poglavlju, bazira se na objašnjenjima i primerima koje je Ramazan (2001) ponudio u svojoj doktorskoj disertaciji. Model fundamentalnog stabla će biti objašnjen korišćenjem 2-D skupa podataka koji je dat na slici 4.29 sa ograničenjima kosine koja iznose  $45^\circ$ . Ograničenja kosine za blokove rude ilustrovana su na slici 4.30.



Slika 4.29. Primer 2-D modela bloka, (a) prikazuje ekonomske vrednosti bloka u €/t, i (b) prikazuje brojeve čvorova. Pretpostavlja se da su ograničenja kosine  $45^\circ$  u svim pravcima.



Slika 4.30. Mreža koja prikazuje ograničenja kosine blokova rude za 2-D primer modela bloka dat na slici 4.29

Model bloka prikazan je mrežom koja sadrži lukove i čvorove. Modelu bloka se dodaju ponirujući čvor  $t$  i izvorni čvor  $s$ . Model mreže se inicijalno dobija postavljanjem lukova u sistemu na četiri različita načina:

1. od izvornog čvora ka svim pozitivnim čvorovima,
2. od svakog pozitivnog čvora ka negativnim čvorovima iznad njega, poštujući ograničenja kosine kopa,
3. od svih negativnih čvorova ka ponirućem čvoru, i
4. od ponirućeg čvora do izvornog čvora.

Količina novca koja treba da se odbije od vrednosti jednog bloka rude  $i$ , da bi se opravdala cena otkopavanja bloka jalovine  $j$  koji leži iznad njega, prikazana je kao protok,  $f_{ij}$  kroz luk  $a_{ij}$ , postavljen od bloka  $i$  usmeren ka bloku  $j$ .  $X_{ij}$  se koristi u mreži kako bi se aktivirao luk,  $a_{ij}$ . Ako postoji protok kroz luk  $a_{ij}$ , luk se aktivira tako što se parametru  $X_{ij}$  zadaje vrednost veća od nule. Ako ne postoji protok kroz luk, luk se ne aktivira tako što se parametru  $X_{ij}$  zadaje vrednost 0.

Čvor  $n_i$  je prikaz bloka  $i$ , koji ima ekonomsku vrednost koja se stvara otkopavanjem tog bloka. Pretpostavlja se da su ekonomske vrednosti čvorova unapred određene i poznate. Svaki čvor ima ekonomsku vrednost koja je pozitivna ili negativna (vrednost bloka koja iznosi 0 smatra se negativnom).

Svakom čvoru se dodeljuje parametar  $V_i$ , čija je vrednost jednaka ekonomskoj vrednosti bloka koju predstavlja taj čvor.

Izvorni čvor ( $s$ ) je čvor koji nije deo modela bloka i nema vrednost. To je imaginarni čvor, takav da se iz njega generišu lukovi ka pozitivnim čvorovima.

Ponirajući čvor ( $t$ ) je čvor koji nije deo modela bloka i nema vrednost. To je imaginarni čvor, takav da se iz negativnih čvorova generišu lukovi ka ponirućem čvoru.

Luk ( $a_{ij}$ ) je usmerena veza od čvora  $i$  ka čvoru  $j$ , kako bi određena količina protoka mogla ići od čvora  $i$  do čvora  $j$ .

Protok  $f_{ij}$  je količina protoka na usmerenom luku od čvora  $i$  do čvora  $j$ .

Protok  $f_{u_{ij}}$  je gornja granica kapaciteta luka, tj. maksimalna količina protoka koji može biti poslat od čvora  $i$  do čvora  $j$ , koju određuje vrednost čvora prema kome je usmeren određeni luk.

Koeficijent  $M$  koristi se kao veliki broj (veliko  $M$ ), koji je veći od svih protoka u mreži. Uzajamna podrška označava situaciju u kojoj više blokova rude podupiru jedan blok jalovine.

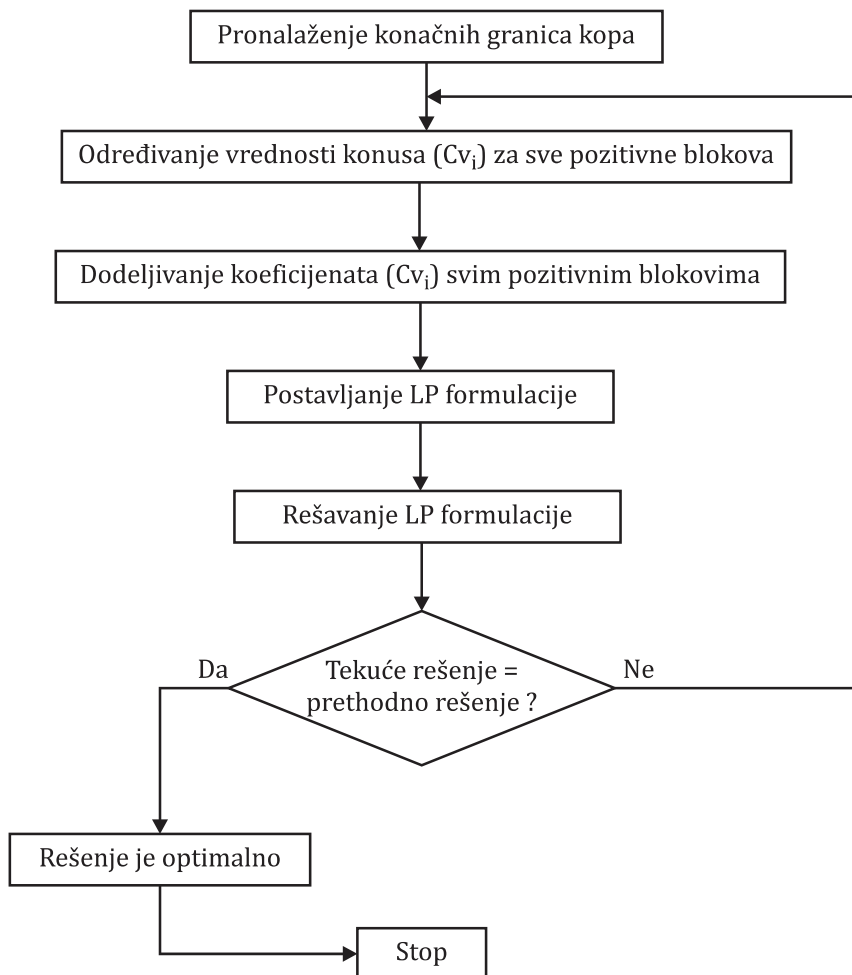
Koeficijent, ili rang  $C_i$ , dobija se korišćenjem vrednosti konusa bloka rude  $i$ , kao što je opisano u odeljku 4.11.2. Ovo dodeljivanje koeficijenta služi kako bi se linearno

programiranje (LP) prinudilo da započne postavljanje lukova i protoka od najveće vrednosti konusa bloka. Ova procedura se usklađuje sa ostalim ograničenjima (čije razmatranje je dato u dalje u tekstu) kako bi proizvela stabla koja imaju sve osobine osnovnih stabala.

Vrednost konusa čvora  $i$ ,  $CV_i$ , definiše se kao ukupna vrednost svih blokova unutar konusa čiji je vrh postavljen na pozitivni čvor  $i$ .

#### 4.11.2. Koraci algoritma osnovnog stabla

Implementacija algoritma osnovnog stabla prikazana je korak po korak na slici 4.31.



Slika 4.31. Opšti dijagram toka koji prikazuje sve korake u algoritmu osnovnog stabla

**Prvi korak** je pronalaženje konačnih granica kopa za određeni model bloka. Potrebno je definisati konačne granice kopa koristeći neki od algoritama za definisanje optimalnih konačnih granica kopa, kao što je LG.

**Drugi korak** je određivanje vrednosti konusa  $CV_i$ , za sve blokove rude unutar konačnih granica kopa. Da bi se dobile te vrednosti, vrh konusa postavlja se iznad bloka rude, i sabiraju se ekonomske vrednosti svih blokova unutar konusa. Ova procedura se ponavlja za svaki blok rude.

**Treći korak** je dodeljivanje koeficijenata blokovima rude. Ovaj proces mora započeti od najvišeg sloja, i kretati se ka najnižem sloju. U najvišem sloju, tamo gde postoje blokovi rude vrednosti koeficijenata blokova rude se postavljaju počevši od 1. Blok rude koji ima najveću vrednost konusa među svim blokovima rude u istom sloju se označava kao 1. Blok rude sa drugom po veličini vrednosti konusa označava se kao 2, i tako se koeficijenti dodeljuju svim blokovima rude u tom sloju. Nakon toga, koeficijenti se dodeljuju blokovima rude u sloju ispod. Najniži koeficijent u ovom sloju biće za jedan veći od najvišeg koeficijenta dodeljenog sloju iznad. Koeficijenti se dodeljuju na isti način kao i u gornjem sloju. Procedura dodeljivanja koeficijenata ponavlja se za sve blokove rude.

Ukoliko neki blokovi rude u istom sloju imaju iste vrednosti konusa, koeficijenti se dodeljuju nasumično.

Nakon što se dodele koeficijenti, stiču se uslovi za primenu matematičke formulacije algoritma osnovnog stabla. Nakon postavljanja funkcije cilja i ograničenja modela kao formulacije linearnog programiranja (LP), model se rešava korišćenjem nekog od programa.

Nakon dobijanja rešenja, problem se ponovo formuliše kao što je objašnjeno primeru datom u odeljku 4.11.3.3. Formulacija se onda ponovo rešava. Ako je broj stabala dobijenih u ovom rešenju jednak broju stabala iz prethodnog rešenja, rešenje je optimalno i formirana stabla su zapravo osnovna stabla. Ako broj stabala nije isti kao u prethodnom rešenju, problem se ponovo formuliše i rešava, dok se ne dođe do istog broja stabala. Ako je broj stabala dobijen tekućim rešenjem isti kao i

broj stabala dobijen u prethodnom rešenju, rezultat je optimalan, i algoritam se zaustavlja.

### 4.11.3. Formulacija modela linearnog programiranja

#### 4.11.3.1. LP funkcija cilja

Matematički model se postavlja u formi problema minimalizacije, sa ciljem da se da se minimalizuju veze između blokova.

Minimizovati

$$\sum_i^n \sum_j^w c_{ij} X_{ij} \quad (4.26)$$

gde je:  $i$  – indeks bloka rude,

$j$  – indeks bloka jalovine koji se nalazi iznad njega,

$n$  – broj blokova rude,

$w$  – broj blokova jalovine koji se nalaze iznad datog bloka rude  $i$ , u skladu sa ograničenjima kosine kopa, i

$C_i$  – koeficijent ili rang koji se dobija korišćenjem vrednosti konusa bloka rude  $i$ .

Smisao funkcije cilja je da je uvek poželjnije slanje protoka od čvorova koji imaju niže koeficijente. Stoga, LP daje prednost kreiranju lukova i slanju protoka od najviše vrednosti konusa (najnižeg koeficijenta) bloka rude. Budući da je za svaku jedinicu protoka poželjnije slanje protoka od bloka sa najvećom vrednošću konusa, LP teži slanju svih potrebnih protoka od bloka rude sa najvećom vrednošću konusa u istom sloju, dok svi blokovi jalovine koji se nalaze iznad ne budu potpuno podržani, ili dok ne dođe do toga da na određenom bloku rude više nema preostalog protoka. Onda LP prelazi na sledeći blok rude sa najvećom vrednošću konusa da šalje protoke koji su potrebni da se podrže blokovi jalovine koji se nalaze iznad.

Ovo rangiranje ( $C_i$ ) u matematičkoj formulaciji omogućava da blokovi rude sa većom vrednošću konusa budu otkopani pre blokova sa manjom vrednošću konusa.

#### 4.11.3.2. Ograničenja vezana za problem

Matematički model osnovnog stabla zahteva da ograničenja razmatrana u narednim odeljcima budu sposobna da generišu osnovna stabla koja mogu biti otkopana. Ovo znači da nijedno od stabala ne narušava ograničenja kosine kopa, te da sva stabla imaju pozitivne ukupne ekonomske vrednosti.

**Ograničenja gornje granice na protocima od izvornog čvora do pozitivnog čvora** zadovoljena su za uslov  $f_{si} \leq V_i$ , za svako  $i$ , gde je  $s$  izvorni čvor,  $i$  identifikacioni broj bloka rude sa pozitivnom vrednošću,  $f_{si}$  je protok poslat od izvornog čvora do čvora  $i$ ,  $V_i$  je ekonomska vrednost bloka  $i$ .

Ova ograničenja osiguravaju da blok rude ne uključuje blokove jalovine čiji troškovi ne prelaze ekonomsku vrednost rudnog bloka. Pored toga, parametri ovih ograničenja mogu se posmatrati kao identifikatori osnovnih stabala u modelu koji se nalazi na kraju rešenja. Ukoliko postoji parametar  $f_{si}$  čija je vrednost strogo manja od vrednost bloka rude  $i$ , (tj.  $f_{si} < V_i$ ), ovaj blok rude je koren osnovnog stabla. Drugim blokovima rude ne identifikuje se fundamentalno stablo, što znači da moraju biti povezani sa drugim blokovima rude da bi mogli da podnesu cenu blokova jalovine koji se nalaze iznad njih.

**Ograničenja na protocima od negativnih čvorova do ponirućeg čvora** definisana su za:

$$f_{jt} = -V_j + \xi \quad (4.27)$$

gde je  $\xi$  mali decimalni broj,  $j$  identifikacioni broj bloka jalovine i  $t$  ponirajući čvor.  $\xi$  se dodeljuje najmanjem mogućem broju koji sistem koji se koristi za rešavanje neće zanemariti pri rešavanju matematičke formulacije. Za 2-D primer može se koristiti 0.001.

Gore navedeni protoci su protoci između čvorova jalovine  $j$  i ponirućeg čvora  $t$ . Ova ograničenja osiguravaju da su blokovi jalovine u potpunosti podržani. Decimalna vrednost se koristi kako bi se uspostavila uzajamna podrška blokova jalovine kad

god je to potrebno. Ovaj epsilon takođe osigurava da svako osnovno stablo ima pozitivnu vrednost.

**Ograničenja protoka oko svakog čvora** obezbeđeno je pomoću četiri tipa jednačina za održavanja protoka u modelu:

1. balans protoka oko čvorova jalovine
2. balans protoka oko čvorova rude
3. balans protoka oko izvornog čvora,  $i$ ,
4. balans protoka oko ponirućeg čvora.

1. Ukupni protok koji stiže do bloka jalovine mora biti jednak protocima koji napuštaju blok jalovine:

$$\sum_{i=1}^{O_j} f_{ij} - f_{jt} = 0, \quad (4.28)$$

gde je:  $O_j$  - broj blokova rude koji se nalaze ispod bloka jalovine  $j$ .

2. Ukupni protok koji stiže do bloka rude od izvornog čvora jednak je ukupnom protoku koji napušta taj blok rude:

$$f_{si} - \sum_{j=1}^{w_i} f_{ij} = 0, \quad (4.29)$$

gde je:  $w_i$  - broj blokova jalovine koji se nalaze iznad pozitivnog čvora  $i$ .

3. Ukupni protok koji napušta izvorni čvor jednak je protoku koji ulazi u izvorni čvor:

$$f_{ts} - \sum_{i=1}^O f_{si} = 0, \quad (4.30)$$

gde je:  $O$  - ukupni broj blokova rude u modelu.

4. Ukupni protok koji ulazi u poniruću čvor jednak je protoku koji napušta poniruću čvor:

$$f_{ts} - \sum_{j=1}^W f_{jt} = 0, \quad (4.31)$$

gde je:  $W$  - ukupan broj blokova jalovine u modelu.

Ograničenja u tački 3 i 4 nisu stvarno nužna. Ona su dodata samo da bi se sagledala celokupna struktura problema. U realnosti, mi smo zainteresovani isključivo za promenljive između blokova jalovine i blokova rude. Ova dva ograničenja su redundantna ograničenja za model „osnovnog stabla“.

**Ograničenja indikatora aktivnih lukova** definisana je uslovom  $f_{ij} - Mx_{ij} \leq 0$ , gde je  $i$  blok rude,  $j$  blok jalovine,  $M$  veliki broj, koji je veći od najvećeg mogućeg protoka u mreži. Sa druge strane, ovaj broj ne bi smeo biti preveliki, jer može dovesti do toga da vrednosti parametara  $x_{ij}$  budu nula. Stoga ovaj broj treba da bude dovoljno mali da bi, kada postoji bilo kakav protok na luku  $a_{ij}$ , vrednosti  $x_{ij}$  bile veće od nule.

Veliko  $M$  ispred parametra  $X$  u ovim ograničenjima treba da osigura da, ako postoji bilo kakav protok na lukovima, parametar  $X$  bude postavljen na broj veći od 0, a ukoliko ne postoji protok na ovim lukovima,  $X$  bude postavljen na 0.

#### **4.11.3.3. Rešenje modela**

Za dati primer (slika 4.29) optimalno rešenje sadrži dva osnovna stabla koja su ukorenjena u čvorovima 8 i 9, budući da je  $f_{s8} < 7$  i  $f_{s6} < 6$ . Primetimo da je  $f_{s6} = 2$ , što je ekonomska vrednost čvora 6, koji stoga nije identifikovan kao osnovno stablo. Rezultat je grafički prikazan na slici 4.32.

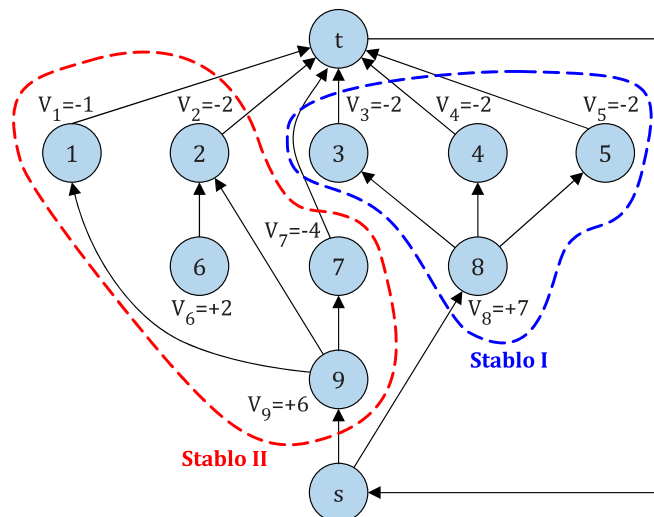
Treba primetiti da svako od dva fundamentalna stabla koja je generisalo LP ima tri osobine:

1. svako fundamentalno stablo ima pozitivnu kombinovanu vrednost,
2. nijedno od stabala ne narušava ograničenja kosine kopa, i,
3. ne postoji podskup odabranih blokova koji zadovoljava (osobine) 1 i 2.

Nekada je potrebno više od jedne iteracije formulacije kako bi se osigurala optimalnost rešenja. Postizanje optimalnosti osnovnog stabla može biti neuspešno ukoliko se početni koeficijenti dobijeni rangiranjem blokova rude u opadajućem redosledu vrednosti konusa promene nakon generisanja početnog skupa osnovnih



stabala. To znači da nakon što se određeni blokovi koji se nalaze iznad povežu sa drugim blokovima u osnovno stablo, vrednost konusa blokova koji se nalaze ispod tih blokova je podložna promeni. Ako se vrednost konusa promeni, rangiranje, ili koeficijenti funkcije cilja takođe moraju da se promene. Ovo zahteva da se problem ponovo formuliše i rešava. Sledeći iterativni koraci se primenjuju kako bi se dobilo optimalno rešenje problema generisanja osnovnih stabala:



Slika 4.32. LP rešenje dalo je dva osnovna stabla. Jedno osnovno stablo ukorenjeno je u čvoru 8, dok je drugo ukorenjeno u čvoru 9.

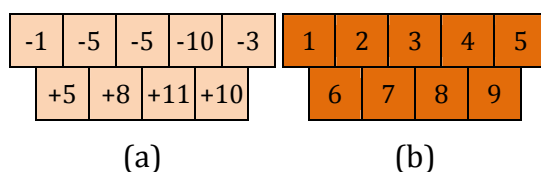
**Korak 1.** Postaviti početnu formulaciju kao što je objašnjeno u odeljku 4.11.3. i rešiti problem.

**Korak 2.** Ponovo identifikovati blokove jalovine koje se nalaze iznad blokova rude. Ako je blok jalovine  $j$ , koji se nalazi iznad bloka rude  $i$ , deo različitog stabla od stabla u kome se nalazi blok  $i$ , blok  $j$  se ne smatra blokom koji se nalazi iznad bloka  $i$ . Ovo znači da se prethodjenje čvorova određuje isključivo na osnovu aktiviranih lukova u prethodnom rešenju. Nakon ponovne identifikacije blokova koji se nalaze iznad, ponovo se formuliše i rešava problem.

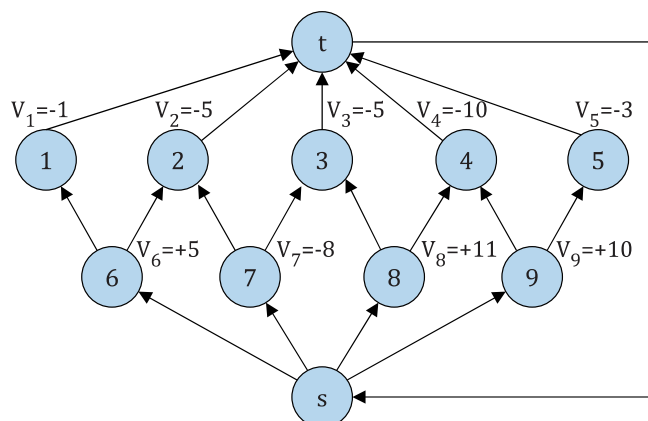
**Korak 3.** Ukoliko je novo rešenje dalo isti broj stabala kao i prethodno rešenje, rezultat je optimalan i algoritam se zaustavlja. U suprotnom, ponavljaju se koraci 2 i 3.

#### 4.11.4. Primer upotrebe modela

2-D primer modela bloka dat na slici 4.33 iskorišćen je za primenu iterativne LP tehnike rešavanja problema, kako bi se dobio optimalan rezultat. Početno prethođenje čvorova (veza između čvorova koji se nalaze jedan iznad drugog), uz pretpostavku da je ograničenje kosine kopa 45°, ilustrovano je u vidu mreže na slici 4.34.



Slika 4.33. 2-D primer modela bloka koji zahteva iterativno LP rešenje (a) su ekonomske vrednosti bloka, i (b) brojevi čvorova.

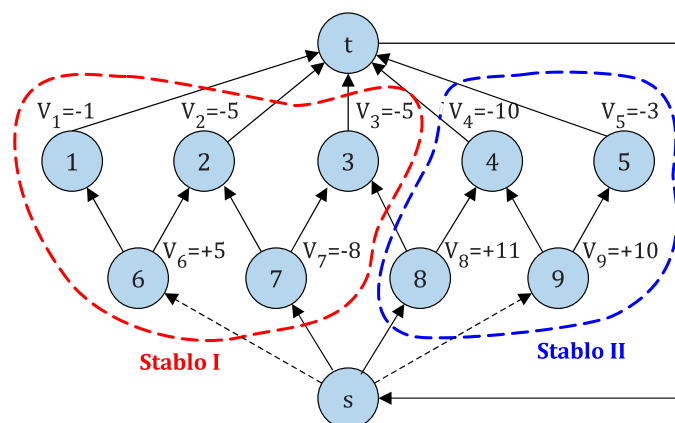


Slika 4.34. Odnos prethođenja čvorova i prikaz mrežnog modela 2-D primera

##### 4.11.4.1. Primena prvog koraka

Prvi korak je početna LP formulacija problema. Problem se može formulirati na način na koji je to objašnjeno u odeljku 4.11.3., koristeći mrežu datu na slici 4.34.

Međurešenje problema grafički je prikazano na slici 4.35. Dva stabla identifikovana u ovom rešenju ukorenjena su u čvoru 7 ( $f_{s7} < V_7$ ), i čvoru 8 ( $f_{s8} < V_8$ ).



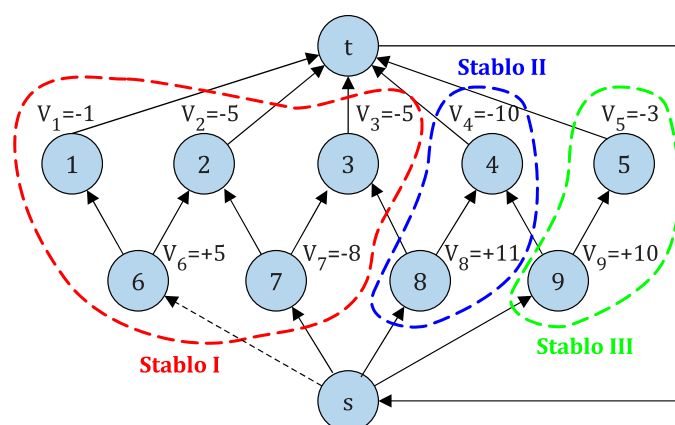
Slika 4.35. LP među-rešenje iz početne formulacije za primer dat na slici 4.34

#### 4.11.4.2. Primena drugog koraka

Vrednosti konusa (CV) i koeficijenti funkcije cilja (C) bloka rude izračunavaju se na način koji je objašnjen u odeljku 4.11.2. U ovom slučaju potrebno je koristiti sliku 4.35, ažuriranu mrežnu konfiguraciju, kako bi se odredili ovi parametri.

Druga LP formulacija problema može se postaviti na isti način na koji je to objašnjeno u odeljku 4.11.3. koristeći nove koeficijente i novu mrežu prikazanu na slici 4.35.

Rešenje problema grafički je ilustrovano na slici 4.36. Tri stabla identifikovana u ovom rešenju ukorenjena su u čvoru 7 ( $f_{s7} < V_7$ ), čvoru 8 ( $f_{s8} < V_8$ ), i čvoru 9 ( $f_{s9} < V_9$ ).



Slika 4.36. Konačno LP rešenje iz druge formulacije dobijeno korišćenjem CPLEX softvera za primer dat na slici 4.34

Numeracija stabala u ovom primeru zasnovana je isključivo na ograničenjima kosine kopa. Ova numeracija stabala ne predstavlja nužno i redosled stabala. Redosled stabala određuje se MIP modelom planiranja, za koji se i vrši grupisanje blokova u stabla.

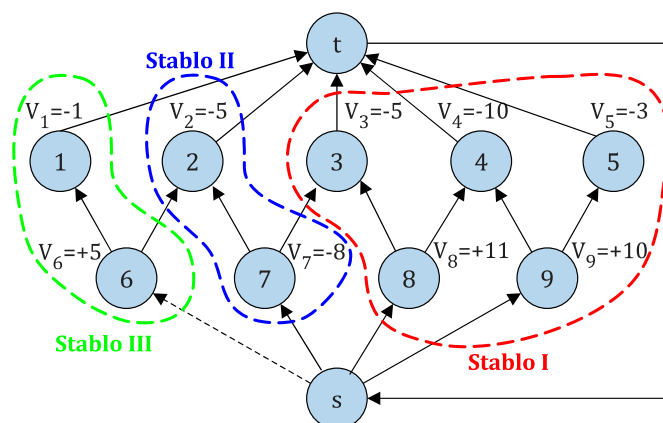
#### *4.11.4.3. Primena trećeg koraka*

U drugom koraku, novo rešenje dalo je više stabala (3 stabla) nego početno rešenje. Stoga je problem potrebno ponovo formulisati korišćenjem prethodnja čvorova prikazanog na slici 4.36. Međutim, za dati primer, dalje ponavljanje nije potrebno. Razlog je to što je stablo I već ponovljeno, i ne može biti podeljeno u drugoj formulaciji, a stabla II i III sadrže samo jedan blok rude, koji ne može proizvoditi više stabala. Stoga je rešenje prikazano na slici 4.36 optimalno rešenje problema, i stabla se mogu nazvati „osnovnim stablima“.

Treba primetiti da ova stabla takođe imaju sve tri osobine osnovnog stabla:

1. svako stablo ima pozitivnu ukupnu vrednost,
2. svako stablo može biti otkopano bez narušavanja ograničenja kosina kopa i
3. nijedno pod-stablo ne postoji unutar osnovnog stabla sa osobinama 1 i 2.

Takođe treba primetiti da može postojati više od jednog jedinstvenog rešenja modela matematičkog programiranja. Za pravi model bloka koji se otkopava, može biti teško da se identifikuju sva moguća rešenja, ali može biti moguće identifikovati više od jednog rešenja. Na primer, u modelu bloka u određenom sloju, ukoliko postoji više od jednog bloka rude sa istom vrednošću, koeficijenti funkcije cilja dodeljuju se nasumično. Nakon što je dodeljena jedna grupa nasumičnih koeficijenata, dobija se rešenje problema osnovnog stabla. Nakon dobijanja skupa osnovnih stabala, ukoliko se koeficijenti zamene, može se dobiti još jedan skup osnovnih stabala. Ovi različiti skupovi osnovnih stabala predstavljaju različite konfiguracije kombinovanih blokova, ali će različiti skupovi osnovnih stabala za isti model bloka u sebi sadržati više-manje isti broj stabala.



Slika 4.37. Alternativno LP rešenje za primer dat na slici 4.35

Sa stanovišta NPV maksimizacije, ne smatra se da ovi različiti rezultati dovode do velikih promena, budući da će materijal sa visokom sadržinom rude uvek moći samostalno da podrži jalovinu koja se nalazi iznad njega i biće podesniji za otkopavanje pre materijala sa niskom sadržinom rude zbog prirode funkcije cilja. Konfiguracija stabala oko zona sa visokom sadržinom rude neće se menjati. Stoga određene promene u konfiguraciji zona sa niskom sadržinom rude neće značajno uticati na NPV projekta.

## 4.12. Simulirano kaljenje

Protekle dve decenije okarakterisane su posebno dinamičnom implementacijom stohastičkih optimizacionih modela u proces rešavanja rudarskih problema. Vremenom ovakav trend značajno dobija na intezitetu što je u skladu sa boljim poznavanjem neizvesne i kompleksne prirode savremenog rudarstva, kao i ubrzanim razvojem neophodne informatičke podrške.

Simulirano kaljenje (*eng. Simulated Annealing*) predstavlja jednu od najnaprednijih i najčešće korišćenih stohastičkih metoda optimizacije.

### 4.12.1. Razvoj i polje primene

Metoda simuliranog kaljenja je u potpunosti inspirisana postojećim termodinamičkim zakonima obrade metala. Kaljenje predstavlja proces zagrevanja i hlađenja materijala

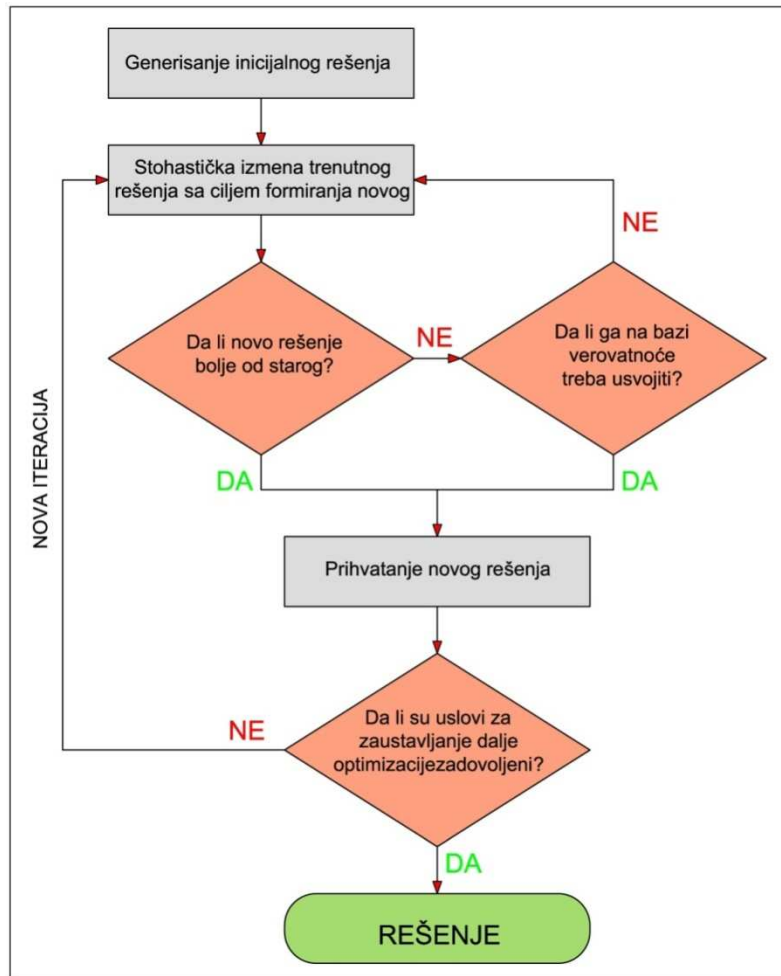
sa ciljem menjanja njegove unutrašnje strukture. Definisanjem procesa hlađenja metal gubi termalnu energiju formirajući novu trajnu strukturu, sa izmenjenim karakteristikama u odnosu na početno stanje.

Simulirano kaljenje predstavlja adaptaciju Metropolis-Hastings algoritma, baziranog na Monte Karlo simulaciji, sa ciljem generisanja stanja uzorka u termodinamičkom sistemu (Metropolis i dr., 1953). Metoda je nezavisno razvijena od strane Kirkpatrick S, Gelatt C.D, i Vecchi M. P, (1983), kao i Vlado Černi (1985).

Metoda simulirano kaljenje posebno je pogodna za kompleksne probleme, sa velikim brojem elemenata, u slučaju kojih je generisanje i razmatranje svih mogućih rešenja iziskuje velike resurse (informatičke i vremenske) odnosno praktično je nemoguće. Simulirano kaljenje predstavlja stohastičku, metaheurističku metodu, sposobnu da generiše rešenja dovoljno bliska globalnom optimalnom rešenju (minimumu ili maksimumu neke funkcije) u nekom sistemu. Ovo znači da metoda ne može obezbediti pronalaženje stvarnog optimalnog rešenja, već pronalazi rešenja koja su prema zadatim kriterijumima dovoljno bliska optimalnom rešenju.

#### **4.12.2. Funkcionisanje algoritma i prednosti**

Algoritam simuliranog kaljenja sastoji se iz nekoliko koraka prikazanih na slici 4.38. Proces započinje generisanjem nekog inicijalnog rešenja. Ovo inicijalno rešenje može biti generisano nekim drugom "manje kvalitetnom" metodom optimizacije ili prosto stohastički generisano. Inicijalno rešenje takođe ne mora da bude blisko optimalnom. Stohastičkom permutacijom elemenata u sistemu (npr. blok modelu) formira se novo rešenje, blisko inicijalnom. Ako je novo rešenje bolje od starog, ono se prihvata i postaje važeće (slika 4.38). U terminologiji simuliranog kaljenja bolje rešenje je ono za koje se sistem nalazi u nižem energetsom stanju (prema analogiji sa kaljenjem metala) a dodatno se u literaturi navodi da je bolje rešenje zapravo ono koje generiše manje troškove.



Slika 4.38. Generalni algoritam simuliranog kaljenja

Bitno svojstvo simuliranog kaljenja je i osobina da se novo rešenje, čak i u slučaju da je lošije od predhodnog, može usvojiti na osnovu određenog principa verovatnoće. Verovatnoća usvajanja novog rešenja  $r'$  u slučaju kada je lošije od predhodnog rešenja  $r$ , uslovljena je funkcijom  $f(r, r', T)$ , odnosno energetske stanjima sistema za novo  $e' = E(r')$  i staro rešenje  $e = E(r)$ , kao i od vremenske promenljive  $T$  koja je označena kao temperatura sistema. Najčešće korišćeni opšta jednačina kojom se definiše funkcija verovatnoće prihvatanja novog, lošijeg rešenja ima sledeći oblik:

$$f = e^{\frac{e' - e}{T}} \quad (4.32)$$

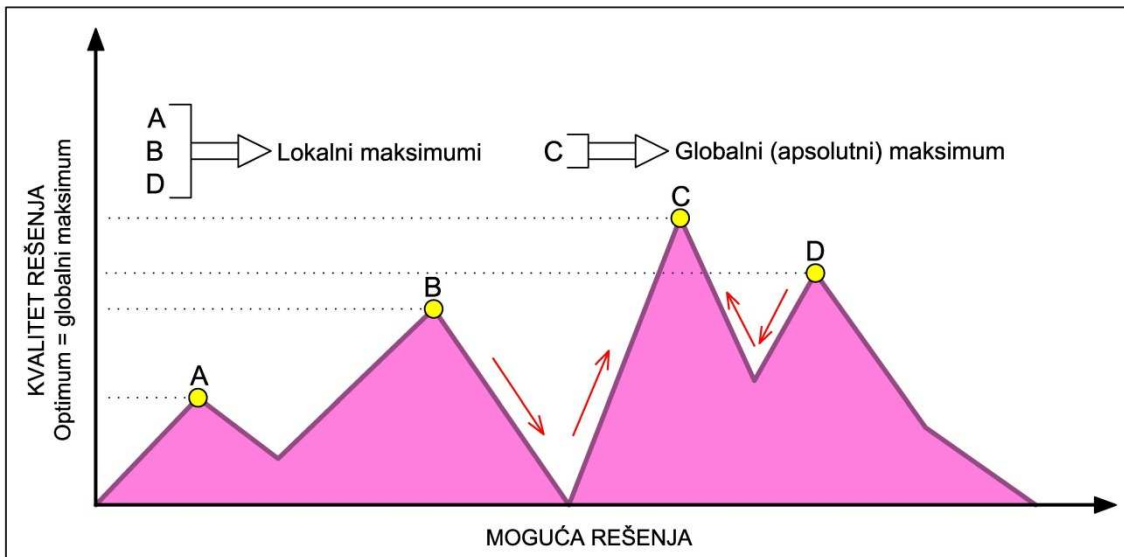
Uslov kojim se definiše verovatnoće prihvatanja novog, lošijeg rešenja ima sledeći oblik:

$$f = e^{\frac{e'-e}{T}} > r \quad (4.33)$$

U jednačinama (4.32) i (4.33) sa  $e$  je označena iracionalna konstanta prirodno logaritma ( $e=2,718$ ) dok je sa  $r$  označen slučajno odabran broj između 0 i 1. Kada je levi deo jednačine veći od slučajno generisanog broja (između 0 i 1) novo rešenje, i pored toga što je lošije biće prihvaćeno kao važeće.

Uvođenjem stohastičkog principa u izboru prihvatanja ili odbacivanja novog, lošijeg rešenja zapravo se obezbeđuje osnovna prednost simuliranog kaljenja u odnosu na veliki broj postojećih simulacionih optimizacionih metoda. Na ovaj način kreira se mehanizam za izbegavanje "zarobljavanja" u lokalnom minimumu ili maksimumu, odnosno u okvirima lokalnog optimalnog rešenja (slika 4.43).

U opštem slučaju većina optimizacionih metoda poseduje algoritam koji traži optimalno rešenje tako što izmenama inicijalnog, početnog rešenja, generiše novo rešenje (najčešće slično). Ako je novo rešenje bolje od predhodnog (postojećeg) ono se prihvata (trenutni najbolji ishod). U suprotnom novo se odbacuje, a staro rešenje zadržava status najboljeg.



Slika 4.39. Sistem (problem) sa više lokalnih maksimuma



Ovakav pristup je relativno prost i logičan, ali može dovesti do situacije u kojoj se algoritam "zarobi" u oblasti lokalnog minimuma ili maksimuma (lokalni optimum). Prednost simuliranog kaljenja ogleda se u činjenici da poseduje dodatni stohastički mehanizam za prevazilaženje ovoga problema. Kada su zadovoljeni uslovi iz jednačine (4.33), metoda simuliranog kaljenja dozvoljava prihvatanje lošijeg rešenja, čime se proširuje prostor pretrage u sistemu i obezbeđuje prevazilaženje lokalnog optimuma (minimuma ili maksimuma).

Iz navedenog je jasno je da u slučaju kada je za novo rešenje energija sistema na višem nivou, od nivoa sa predhodnim rešenjem (stanjem), novo rešenje je lošije. Verovatnoća prihvatanja ovoga novoga, lošijeg rešenja u tom slučaju je velikoj zavisnosti od veličine razlike energetske stanja sistema sa novim i starim rešenjem ( $e^{-\Delta E}$ ) kao i od temperature  $T$ , na kome se sistem u momentu razmatranja nalazi. Pri ovome treba imati u vidu da je sa sintaksom "razlika u energetskim stanjima" data samo generalna oznaka, kojom se zapravo vrši evaluacija i upoređenje novog i starog rešenja. U optimizacijama vezanim za rudarstvo razlika u energetskim stanjima zapravo je najčešće ekvivalentna razlici neto-sadašnje vrednosti sistema za novo i staro rešenje.

**Temperatura sistema (T)** predstavlja posebno bitan vremenski promenljiv parametar, za procenu verovatnoće prihvatanja novog lošijeg rešenja. Naziv ovog parametra, kao i njegova funkcija u potpunosti je inspirisan analogijom sa kaljenjem metala. U simuliranom kaljenju vrednost temperature se menja kako bi se simulirali termički procesi. Na početku rada algoritma, temperatura se postavlja na neku visoku vrednost, a zatim se po nekom planu u ciklusima vrednost temperature smanjuje (simulacija hlađenja). Za svaku vrednost temperature izvodi se određen broj stohastičkih iteracija (obično između 100 i 1000). Temperatura, zapravo predstavlja funkciju koja za svoje veće vrednosti favorizuje prihvatanje lošijeg rešenja. Ovo zapravo daje mogućnost algoritmu da preskoči lokalni optimum, dok je temperatura visoka, odnosno u ranim stadijumima rada algoritma. To dalje znači da će u ranom stadijumu rada, algoritam vršiti pretragu na znatno širem, odnosno, celokupnom prostoru analiziranog sistema. Smanjenjem temperature smanjuje se

šansa za prihvatanje lošijeg rešenja, odnosno sistem se nakon pretrage duž celokupnog prostora, fokusira na zonu sa pravim optimalnim rešenjem.

Kako je napomenuto za uspešno funkcionisanje celokupnog algoritma, od krucijalnog značaja je definisanje plana promene termičkog stanja sistema, odnosno definisanje plana hlađenja. Upravo pri definisanju plana hlađenja do izražaja dolazi heuristička priroda simuliranog kaljenja. U tom smislu neophodno je odrediti:

- vrednost početne temperature sistema,
- krajnju vrednost temperature sistema,
- stepen promene temperature,
- broj iteracija za svaku temperaturu.

Vrednost početne temperature mora da bude dovoljno visoka kako bi omogućila pretragu u celokupnom prostoru sistema. Ako temperatura nije dovoljno visoka, postoji rizik od "zaglavlivanja" algoritma u okviru nekog lokalnog optimuma. Nasuprot ovoga ako je početna temperatura suviše velika stvoriće se uslovi (makar u početnom delu procesa, dok temperatura značajno ne padne) da se kao važeće usvoji svako generisano rešenje čime se gubi smisao optimizacije i nepotrebno troše resursi.

Zbog velikog obima krajnje različitih problema, za čiju optimizaciju se može koristiti simulirano kaljenje, ne postoji jedinstvena i precizna metoda za definisanje početne temperature. Ipak tokom vremena formiralo se više preporuka po pitanju ovoga problema. Dowsland, (1995) predlaže dinamično povećavanje temperature dok algoritam ne prihvati određen procenat loših rešenja. U tom momentu, kreće se sa postepenim hlađenjem sistema i primenom algoritma simuliranog kaljenja. Slične zaključke ponudili su i Rayward i Smith, (1996). Početnu temperaturu oni takođe povezuju sa određenim procentom loših rešenja koja će biti prihvaćena, s tim što su ponudili konkretnu vrednost za procenat prihvaćenih loših rešenja. Oni su za vrednost početne temperature predložili vrednost za koju će biti prihvaćeno 60% loših rešenja.

**Završna temperatura** po pravilu ima nultu vrednost. Ova vrednost obezbeđuje stanje u kome nema mogućnosti za usvajanje lošijeg rešenja. Međutim nekada sa aspekta uloženi resursa (pre svega vremena), nije opravdano vršiti optimizaciju sve dok prema planu hlađenja temperatura ne dostigne nultu vrednost. U ogromnoj većini slučajeva od neke određene vrednosti temperature do njene nulte vrednosti, ne dolazi do poboljšanja rešenja. Nepotrebno trošenje resursa posebno je izraženo u slučaju veoma kompleksnih sistema i vrlo diskretnog (sporog) plana hlađenja.

**Stepen promene temperature** predstavlja veoma značajnu odluku koja ima veliki uticaj na rezultate optimizacije. Ako za svaku promenu temperature fiksiramo stalan broj iteracija, jasno je da će se sa manjim stepenom promene temperature, povećati šanse za postizanje boljeg rešenja. Takođe je jasno da se sa diskretizacijom stepena promene temperature ne može ići u nedogled, jer će procedura postati suviše "skupa", odnosno zahtevaće nesrazmerno veću količinu resursa (vremena pre svega) u odnosu na stepen poboljšanja krajnjeg rešenja.

U praksi je stalno prisutna dilema da li primeniti veći broj iteracija za manji broj promena temperature ili mali broj iteracija za veliki broj promena temperatura.

Promena temperature za neki usvojeni stepen najčešće je linearnog karaktera, što znači da se sve susedne temperature sistema, na kojima se vrše iteracije, razlikuju za istu vrednost. Alternativa ovome je generisanje novih temperatura množenjem predhodne sa nekim koeficijentom:

$$T' = T \cdot \alpha \quad (4.34)$$

gde je:  $T'$  - nova temperatura,

$T$  - stara temperatura,

$\alpha$  - koeficijent promene sa vrednošću manjom od 1 (najčešće između 0,88 i 0,99)

Jasna je zakonitost da se pri povećanju koeficijenta  $\alpha$ , zapravo povećava broj promena temperature i obratno.

**Broj iteracija za svaku temperature** predstavlja zadnje pitanje koje je neophodno odrediti kako bi se definisao plan hlađenja. Takođe, kako se može zaključiti iz napred

navedenog, ovo pitanje usko je povezano sa pitanjem stepena promene temperature. Najprostiji i najočigledniji pristup je usvajanje konstantnog broja iteracija za svaki stepen promene temperature.

Nasuprot ovome pristupu, česta je i promena broja iteracija za promenu temperature sistema. U ovom slučaju najčešće se kreće od nekog malog broja iteracija za visoke vrednosti temperature, da bi se sa sanjenjem temperature nesrazmerno povećavao broj iteracija.

Lundy (1986) je predložio da se za svaku temperaturu uradi samo po jedna iteracija, ali da se zato značajno poveća broj promena temperature.

Zadnji korak u algoritmu simuliranog kaljenja (slika 4.39) predstavlja usvajanje rešenja koje je ili optimalno ili dovoljno blisko optimalnom. Da bi se zadovoljio uslov izdvajanja jedinstvenog rešenja neophodno je definisati funkciju koja zaustavlja dalje iteracije. Ova funkcija definiše više kriterijuma za prekid daljih iteracija, od kojih su najčešća dva:

- postizanje dovoljno dobrog rešenja,
- trenutak u kome je određeni resurs potrošen (broj iteracija, vreme optimizacije itd.)

#### **4.12.3. Primena simuliranog kaljenja u rudarstvu**

Pored toga što je metoda simuliranog kaljenja poznata više od tri decenije, sa njenom implementacijom u proces rešavanja rudarskih problema, krenulo se relativno skoro. Prvu uspešnu implementaciju metode u rudarstvo izvršio je Godoy (2003). On je razvio matematički model sposoban da vrši optimizaciju plana razvoja rudarskih radova u uslovima geološke neizvesnosti. I pored uspešnih rezultata ovaj model zahtevao je i definisanje velikog broja ulaznih parametara:

- više stohastički generisanih jednako verovatnih geoloških modela ležišta,
- definisanu završnu konturu kopa,

- razvijenu inicijalnu dinamiku razvoja rudarskih radova za predefinisane završnu konturu, sa preciziranim brojem faza razvoja,
- definisane kvalitativne i kapacitativne zahteve za analizirane periode.

Osnovna ideja modela je da obezbedi minimalno odstupanje od projektovanih kapacitativnih i kvalitativnih parametara proizvodnje, kako na rudi tako i na jalovini, uzimajući u obzir neizvesnost tretiranja određenog bloka u određenom periodu eksploatacije. Razvijeni model privukao je veliku pažnju, i podstakao dalji rad na implementaciji simuliranog kaljenja u rudarstvu.

Godoy i Dimitrakopoulos (2004), Albor i Dimitrakopoulos (2009) kao i Leite i Dimitrakopoulos (2007) dodatno su ukazali na prednosti koje metoda simuliranog kaljenja može ponuditi savremenom rudarstvu. Rad svih ovih autora zasniva se na postavkama koje je dao Godoy 2003. godine, uz izvesna tehnička poboljšanja, i dalje ispitivanje mogućnosti ponuđenog modela. Do sada razvijen i unapređen model simuliranog kaljenja, može se najbolje objasniti kroz podelu u tri koraka:

1. Definisanje inicijalne završne konture kopa sa preciziranim projektovanim kapacitetima,
2. Generisanje seta dinamike razvoja rudarskih radova u okviru formiranih granica kopa, prema kapacitativnim ograničenjima proizvodnje,
3. Definisanje jedinstvenog plana dinamike razvoja koji minimizira odstupanja od projektovanih ograničenja (ciljeva) proizvodnje.

**Korak 1.** U ovoj fazi konvencijalni pristup je iskorišćen kako bi se generisala završna kontura kopa, kapaciteti proizvodnje po periodima i definisala geometrija dinamike razvoja radova, nad jednim konvencionalno razvijenim geološkim modelom. Ovo se može izvršiti konvencionalnim metodama, korišćenjem komercijalnih programskih paketa (Whittle).

**Korak 2.** U drugom koraku je definisana dinamika razvoja rudarskih radova, ponovo konvencionalnim metodama, odnosno upotrebom komercijalnih programa (autori su konkretno koristili Milava algoritam, Whittle, 1999) ali ovaj put kao osnova su korišćeni simulirani jednako verovatni geološki modeli. Ovo je urađeno

kako bi se u obzir uzela geološka neizvesnost ležišta. Spomenuta procedura (definisane dinamike razvoja) izvršena je na svakom generisanom modelu ponaosob. Na ovaj način dobijene su zapravo različite, ali jednako verovatne verzije razvoja rudarskih radova. Prilikom definisanja dinamike razvoja, za svaki simulirani model korišćeni su identični osnovni ulazni (kapacitet odnosno broj perioda kao i sadržaj po periodima).

Na osnovu više različitih, podjednako verovatnih setova dinamike razvoja rudarskih radova (svaki set odgovara jednom simuliranom geološkom modelu ležišta), moguće je sračunati verovatnoću nalaženja određenog bloka u određenoj fazi razvoja. Ovako proračunata verovatnoća pojavljivanja određenog bloka, predstavlja osnovni ulaz u algoritam simuliranog kaljenja.

**Korak 3.** Tokom prvih dva koraka stekli su se uslovi za upotrebu simuliranog kaljenja. Ova metoda optimizacije, kako je već objašnjeno ranije, vrši permutacije kako bi stvorila nova potencijalna rešenja (stanja sistema) i na osnovu upoređenja generisanih rešenja (prema nekoj funkciji cilja) traži optimalno. Korišćena funkcija cilja od strane spomenutih autora ima sledeći oblik:

$$Min O = \sum_{n=1}^N \left( \sum_{s=1}^S |R'_n(s) - R_n(s)| \right) + \left( \sum_{s=1}^S |J'_n(s) - J_n(s)| \right) \quad (4.35)$$

gde je:  $Min O$  – minimalno srednje odstupanje od proizvodnih ograničenja (ciljeva),

$N$  – zadat broj analiziranih faza razvoja,

$S$  – broj stohastički generisanih jednako verovatnih geoloških modela analiziranog ležišta,  $R_n(s)$ ;

$J_n(s)$  – su projektovani kapaciteti za određeni period  $n$  ( $n=1, \dots, N$ ) i određenu simulaciju rudnog tela  $s$  ( $s=1, \dots, S$ ) za rudu ( $R_n(s)$ ) odnosno za jalovinu ( $J_n(s)$ ),  $R'_n(s)$ ;

$J'_n(s)$  – su dobijeni kapaciteti neke od permutacija za određeni period  $n$  ( $n=1, \dots, N$ ) i određenu simulaciju rudnog tela  $s$  ( $s=1, \dots, S$ ) za rudu ( $R_n(s)$ ) odnosno za jalovinu ( $J_n(s)$ ).

Ovako predstavljena funkcija cilja zapravo meri minimalno srednje odtupanje od proizvodnih ograničenja (kapaciteta u određenim fazama razvoja) i usmerava algoritam ka potrazi za minimalnim odstupanjem.

U obrazovanju novih stanja sistema (rešenja) permutacije su delimično dirigovane, odnosno uzimaju u obzir verovatnoću pojave svakog bloka u određenom periodu. Blokovi koji se pojavljuju u istom periodu za svaku simulaciju rudnog tela, imaju verovatnoću pojavljivanja od 100% u tom periodu, i oni su fiksirani (zaključani) u tom periodu, odnosno ne učestvuju u permutacijama.

Leite i Dimitrakopoulos (2007) su uveli prag verovatnoće, pri čemu su pored blokova sa 100% verovatnoćom pojavljivanja u nekom periodu, "zaključali" i dodatne blokove čija verovatnoća prelazi definisani prag. Koliki su konkretno prag koristili autori nisu naveli. Na ovaj način uključili su geološku neizvesnost u simulirano kaljenje.

Shodno generalnom algoritmu simuliranog kaljenja, ako je novo, permutacijama dobijeno rešenje bolje od starog (pokazuje manje odstupanje proizvodnih ograničenja,  $O_{novo} < O_{staro}$ ) biće automatski prihvaćeno kao važeće. Međutim, u obrnutom slučaju prihvatanje novog rešenja će zavisiti od verovatnoće i trenutne temperature ( $T$ ) sistema.

Kao zaustavnu funkciju Leite i Dimitrakopoulos su koristili više kriterijuma (koji se odnose na istek nekog resurasa) kao što su istek određenog broja iteracija, broj promene temperaturnog stanja. Takođe autori su uveli i kvalitativni kriterijum odnosno postizanje dovoljno dobrog rešenja. Ovaj poslednji kriterijum zasniva se na zaustavljanju algoritma ako se, za određen broj iteracija, rešenje ne menja u značajnoj meri.

Predstavljena aplikacija simuliranog kaljenja u rudarstvu karakteriše se velikom kompleksnošću. Potrebno vreme kao i količina rada potrebna za sprovođenje prikazanog algoritma višestruko je veća od primene konvencionalnih metoda. I pored svojih negativnih strana spomenuti autori (Godoy, Dimitrakopoulos, Leite i Albor) su na primerima upotrebe razvijenog algoritma dokazali da se u značajnoj

meri može redukovati rizik odstupanja od projektovanih ciljeva eksploatacije. Takođe, razvijeni model simuliranog kaljenja ima potencijal da obezbedi značajno povećanje neto sadašnje vrednosti projekta (čak 25%, Dimitrakopoulos, 2011).

#### 4.13. Genetski algoritam

Simulirano kaljenje (eng. Simulated annealing) i genetski algoritmi (GA) su dve heurističke metode koje se koriste za rešavanje problema optimizacije koji su nerešivi ili teško rešivi determinističkim metodama. U rudarskoj praksi u svetu se koriste obe metode. Koristeći simulirano kaljenje Consuegra (2010) pronalazi stvarnu optimalnu konturu kopa koja je veća od one dobijene determinističkim metodama, dok Leite (2008) rešava problem planiranja proizvodnje maksimizacijom neto sadašnje vrednosti i minimizacijom odstupanja od ciljeva proizvodnje. Thomas (1996), koristi genetski algoritam za optimizaciju kopa. Souza (2010) koristi hibridni heuristički algoritam za operativno planiranje proizvodnje na površinskim kopovima, dok Sattarvand (2008) razmatra rešavanje dugoročnog planiranja ovim metodama. Kada se porede ove dve metode, u opštem slučaju, simulirano kaljenje brže dolazi do rešenja, ali genetski algoritam pronalazi bolje, odnosno optimalno rešenje.

Genetski algoritmi su algoritmi za rešavanje problema optimizacije kroz pretraživanje prostora rešenja inspirisani Darvinovom teorijom evolucije. U prirodi, kroz evoluciju, opstaju one jedinke koje se najbolje prilagode. Slabe jedinke često uginu i pre nego što dobiju potomke, dok snažnije žive duže i imaju više potomaka, koji obično naslede osobine i kvalitete koji su njihovim precima omogućili da opstanu. Dakle, evolucionni procesi u prirodi su, u određenom smislu, optimizacioni procesi u kojima se kroz generacije optimizuju osobine organizama tako da bude što bolje prilagođen okolini. Koristeći upravo ove, osnovne ideje evolucije i osnovne genetičke transformacije: selekciju, ukrštanje i mutaciju, GA rešavaju probleme optimizacije. Optimizacioni problemi se, u opštem slučaju, opisuju ciljnom funkcijom koja treba da se minimizira ili maksimizira, uz zadata ograničenja. U GA svako potencijalno rešenje optimizacionog problema predstavlja jedinku koja se



prikazuje jednim **hromozomom**. Parametri problema se kodiraju kao **geni** u hromozomu (Stanković i dr., 1997).

Genetski algoritmi se implementiraju kao računarska simulacija u kojoj populacija apstraktno reprezentovanih jedinki (hromozoma) koje su kandidati za rešenje za optimizacioni problem treba da se postupno približava boljim rešenjima. Jedinke su obično reprezentovane nizovima nula i jedinica, ali su moguće i druge reprezentacije za probleme u kojem binarna reprezentacija nije pogodna (Janičić & Nikolić, 2010). U ovom radu je korišćena upravo binarna reprezentacija.

Iz prethodno navedenih razloga opredelili smo se za razvoj stohastičkog modela sa genetskim algoritmom za potrebe planiranja upravljanja kvalitetom uglja na površinskim kopovima. U nastavku teksta sledi detaljan opis procedure razvoja modela sa primenom na realnom rudarskom problemu.

#### 4.13.1. Osnovni genetski algoritam

Početna populacija jedinki (hromozoma) se kreira slučajnim izborom. U narednom koraku se za svaku jedinku u populaciji, odnosno za svako generisano moguće rešenje računa ciljna funkcija, čija vrednost predstavlja osnovu za ocenu prilagođenosti (*fitness*) jedinke. Zatim se biraju parovi jedinki sa najvećim fitness vrednostima, koji se ukrštaju, te tako nastaju potomci čija genetska struktura nasleđuje karakteristike oba pretka. Pri kreiranju naslednika dozvoljene su određene mutacije, tj. slučajne promene nekih osobina (gena). Potomci zamenjuju pretke, pri čemu jedinke sa slabijim osobinama nestaju, dok se one sa boljim međusobno kombinuju stvarajući nove jedinke dobrih karakteristika. Dakle, i u prirodnoj evoluciji i kod GA, u suštini se prenose "dobre" osobine budućim generacijama.

Iako je ova metoda inspirisana prirodnom evolucijom, ne postoji potpuna korespondencija između prirodnog i veštačkog genetičkog procesa. Tako ni svi autori ne koriste istu terminologiju.

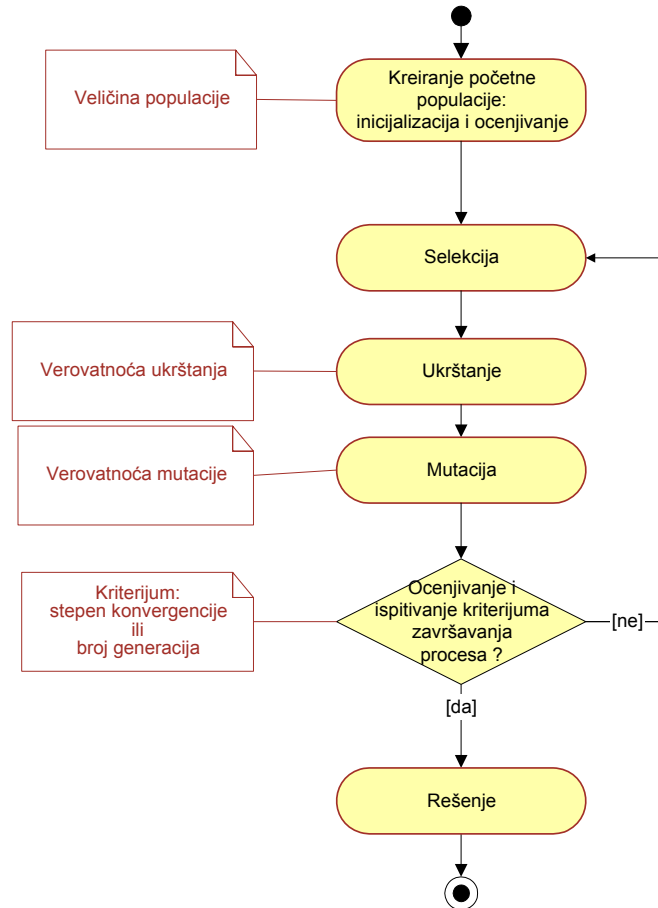
Kao što je već istaknuto, **hromozom** predstavlja kompletan genetski opis jedinke, a sačinjava ga niz gena. Pri rešavanju optimizacionog problema hromozom predstavlja jedno rešenje tj. jednu kombinaciju vrednosti parametara. **Gen** je osnovna jedinica genetičke poruke i on određuje jednu osobinu jedinke, na primer boju oka. Jedan parametar ciljne funkcije je u opštem slučaju predstavljen jednim genom. Konkretna vrednost koju gen može da uzme nazivamo **alela**. Različiti geni će u opštem slučaju uzimati različite alele, na primer boja očiju može biti: plava, braon ili zelena; pol: muški ili ženski.

**Ciljna funkcija** je funkcija koja se optimizuje, tj. čiji se minimum ili maksimum traži. **Mera pogodnosti tj. prilagođenosti** neke jedinke (*fitness*) u slučaju optimizacije pokazuje koliko dobro ta jedinka, tj. rešenje predstavljeno hromozomom, optimizuje ciljnu funkciju. Ukoliko je u pitanju minimizacija, tada je vrednost prilagođenosti obrnuto proporcionalna vrednosti ciljne funkcije, a ukoliko je zadatak maksimiziranje tada su vrednosti ciljne funkcije i prilagođenosti proporcionalne. U hromozomu mogu da postoje grupe gena koje imaju zajedničke karakteristike i one se nazivaju **sheme**, a negde i **pool**.

Iako postoje brojni algoritmi za određivanje fitnes vrednosti na osnovu vrednosti ciljne funkcije, kao i različite metode za ukrštanje, mutaciju i selekciju, u opštem slučaju genetsku optimizaciju čine koraci prikazani na slici 4.40 (Gordon, 1996).

- **Inicijalizacija** - generisanje početne populacije slučajnim izborom.
- **Ocenjivanje** - računanje prilagođenosti za svaku jedinku, uz pomoć ciljne funkcije.
- **Selekcija** - odabiranje parova jedinki na takav način da oni sa većom vrednošću prilagođenosti imaju veću verovatnoću da će biti izabrani za reprodukciju.
- **Ukrštanje** - razmena genetičkih informacija (jednog ili više gena ili delova gena) dve jedinke - predaka iz tekuće generacije da bi se, po pravilu, stvorila dva potomka. Postoji više načina na koje se dva hromozoma mogu ukrštati: na jednom ili više odabranih mesta u hromozomu ili slučajnim izborom dva različita mesta između kojih se sadržaj hromozoma razmeni.

- $(x_1 x_2 x_3 x_4) \ggg (x_1 y_2 y_3 x_4)$
- $(y_1 y_2 y_3 y_4) \ggg (y_1 x_2 x_3 y_4)$
- **Mutacija** - slučajna promena dela genetske informacije jedinke.
  - $(x_1 x_2 x_3 x_4) \ggg (x_1 \mathbf{m}_2 x_3 x_4)$



Slika 4.40 Osnovne faze evolucije

Mutacijom se uvode nove genetske osobine u populaciju, dok se ukrštanjem permutuju postojeće vrednosti. Mada mutacija povećava verovatnoću da se nađe globalni minimum (maksimum), mora se pažljivo koristiti, jer ona, kao i u prirodi, u sebi nosi opasnost da dovede do degeneracija u populaciji.

Jedna **generacija** u GA podrazumeva prolazak jedne populacije kroz operacije selekcije ukrštanja i mutiranja. Ukoliko su dobijeni zadovoljavajući rezultati, što znači da nije dolazilo do promene fitnes funkcije u određenom, unapred definisanom

broju generacija, ili je premašen unapred zadat maksimalan broj generacija proces se završava. U protivnom formira se nova generacija i ponovo se aktivira proces evolucije selekcijom novonastalih jedinki.

#### 4.13.2. Reprezentacija jedinki i funkcija prilagođenosti

Jedinke se predstavljaju proizvoljnom strukturom podataka koja opisuje njihova svojstva i koju zovemo hromozom. Hromozom treba da opiše moguće rešenje razmatranog problema i da se nad njim definišu genetski operatori (ukrštanje i mutacija). Genetski operatori treba da budu definisani tako da se njima ne dobijaju jedinke koje ne predstavljaju moguća rešenja, jer bi one samo narušavale performanse algoritma. Pogodno odabrana reprezentacija može bitno uticati na efikasnost algoritma. (Janičić & Nikolić 2010)

U binarnoj reprezentaciji jedinki, odnosno reprezentaciji u vidu nizova bitova, svaki bit u takvoj reprezentaciji zovemo gen. Na primer, ako je dužina hromozoma  $n$  (bitova) i ako je prostor mogućih rešenja interval realnih brojeva  $[a, b]$ , onda je potrebno uspostaviti vezu između nizova  $n$  bitova i realnih brojeva iz datog intervala. Tako će binarna reprezentacija od  $n$  nula odgovarati broju  $a$ , a binarna reprezentacija  $n$  jedinica odgovarati broju  $b$ . Broju  $x$  sa binarnom reprezentacijom odgovara realni broj  $a + \frac{x}{2^n - 1}(x - a)$ , a realnom broju broju  $x$  iz intervala  $[a, b]$  pridružujemo vektor koji predstavlja binarnu reprezentaciju broja  $\left[ \frac{x - a}{b - a}(2^n - 1) \right]$ .

Svaku generaciju koja se kreira u procesu evolucije karakterišu:

- najbolje rešenje (hromozom sa najvećom merom, odnosno fitnes vrednosti prilagođenosti),
- srednja vrednost prilagođenosti i
- opseg: minimalna i maksimalna vrednost prilagođenosti.

Funkcija prilagođenosti daje ocenu kvaliteta jedinke. Ukoliko je zadatak odrediti maksimum neke funkcije, onda je prirodna funkcija prilagođenosti upravo ta

funkcija. Što je vrednost funkcije prilagođenosti za neku jedinku veća, to će biti veća verovatnoća da se ta jedinka koristi za generisanje sledeće generacije. Tokom rada genetskog algoritma generišu se nove generacije, pri čemu se očekuje da je ukupna prilagođenost sve bolja i bolja (Janičić & Nikolić 2010).

Za većinu varijanti genetskog algoritma potrebno je specificovati veličinu populacije, verovatnoću ukrštanja i verovatnoću mutacije. Verovatnoća ukrštanja je u direktnoj vezi sa procentom jedinki koje se na kraju jedne iteracije eliminišu, tako da je dovoljno zadati jedan od njih. Ukoliko je zadata verovatnoća ukrštanja, onda će za svaki par različitih jedinki iz skupa dobijenog selekcijom da budu generisani njihovi potomci sa tom verovatnoćom i sve tako generisane jedinke zameniće najlošije prilagođene jedinke iz prethodne generacije. Ukoliko je zadat procenat jedinki koje se na kraju jedne iteracije eliminišu (25% - 50%), onda se u fazi ukrštanja parovi različitih jedinki biraju i ukrštaju sve dok nije generisano dovoljno jedinki da zamene one koje će biti eliminisane.

Izbor parametara genetskog algoritma je često od ključne važnosti za njegove performanse (brzina dolaženja do rešenja i kvalitet rešenja). Optimizovanje parametara genetskog algoritma je kompleksan problem koji se najčešće rešava izvođenjem velikog broja eksperimenata. Parametri genetskog algoritma ne moraju biti fiksirani, već mogu da se menjaju i prilagođavaju tokom rada (na primer, ukoliko su tekuće jedinke raznolike, onda treba povećati verovatnoću ukrštanja, a smanjiti mutaciju, a ukoliko su slične onda treba uraditi obratno, kako bi se povećale šanse za približavanje globalnom optimumu) (Janičić & Nikolić 2010).

#### **4.13.3. Karakteristična svojstva**

Genetski algoritmi su robustan matematički alat, koji uspešno vrši pretraživanje kompleksnih prostora, ali je za precizno određivanje rešenja često ipak potrebno kombinovanje sa nekom gradijentnom metodom. Znanje skladišteno u genetskom algoritmu nije transparentno, i nije moguće objasniti i obrazložiti dobijeno rešenje. (Stanković 2000)

Neke od prednosti GA nad klasičnim metodama optimizacije ukazuju i na tipove problema kod kojih ova metoda daje bolje rezultate:

- Klasične metode zavise od izračunavanja izvoda ili gradijenta na osnovu koga se određuje novi pravac za pretraživanje. Ovo zahteva korišćenje kontinualnih promenljivih i analitički zadatih funkcija, dok se kod GA mogu koristiti i diskretne vrednosti promenljivih.
- U klasičnim metodama traženje rešenja počinje od jedne tačke, što često iziskuje ponavljanje postupka od različitih početnih stanja da bi se osiguralo pronalaženje globalnog optimuma. GA se zasnivaju na pretraživanju skupa tačaka, što povećava verovatnoću pronalaženja globalnog optimuma u nekonveksnom prostoru pretraživanja. Dakle, kod kontinualnih, uniformnih funkcija tradicionalne metode će brže dati rešenje, dok će se kod funkcija sa više lokalnih optimuma GA brže naći u okolini globalnog optimuma.
- Kod tradicionalnih metoda je neophodno zadati početnu tačku, koja značajno utiče na efikasnost algoritma, dok se kod GA metodom slučajnog izbora generiše početna populacija.
- Tradicionalne metode daju najviše jedno rešenje, dok GA može da generiše skup rešenja koja zadovoljavaju ciljnu funkciju.

#### 4.13.4. Integrisanje komponenti

Načini integrisanja postojećih rešenja i novog sistema koji se razvija u hibridni alat su različiti (Stanković, 2000). S obzirom na to da svaka metoda ima dobre i loše strane i da se nijedna ne može primeniti u svakoj situaciji, jasno je da postoje problemi za čije rešavanje je najbolje da se različite metode kombinuju. Razloge za kreiranje hibridnih sistema možemo podeliti u tri grupe:

- Poboljšanje metode,
- Kompleksnost problema sa višestrukim zadacima i
- Realizacija multifunkcionalnosti.

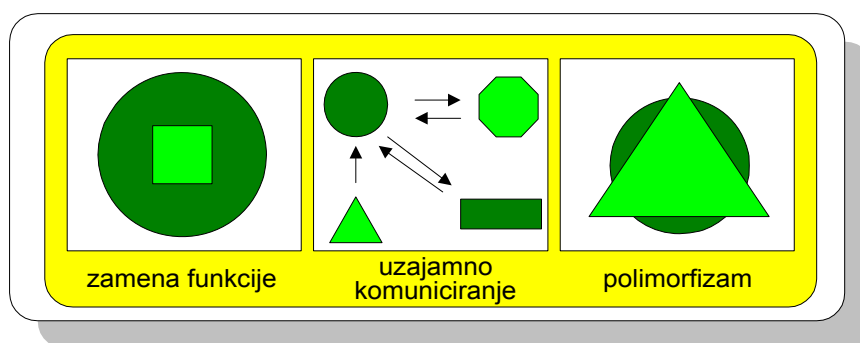
**Poboljšanje metode** se postiže integrisanjem različitih metoda da bi se prevazišla ograničenja i nedostaci pojedinih metoda. Cilj je da se metoda koja ima neka slaba svojstva kombinuje sa nekom metodom kod koje su ta svojstva bolje rešena.

Kod **problema sa višestrukim zadacima**, odnosno sa više podproblema koje ne možemo rešiti jednom metodom, kreiraju se hibridni sistemi koji svaki od podproblema rešavaju odgovarajućom metodom.

Realizovanje **multifunkcionalnosti** je motivisano potrebom da se kreiraju hibridni sistemi koji u okviru jedne arhitekture imaju mogućnost rešavanja problema na različite načine. Ovi sistemi pri tome funkcionalno oponašaju, odnosno emuliraju različite metode.

Klasifikacija hibridnih sistema, koja je prikazana na slici 4.41 uzima u obzir funkcionalnost, arhitekturu obrade i komunikacione zahteve (Goonatilake 1995). Tako hibridne sisteme grupišemo u tri klase:

- Hibridni sistemi sa zamenom funkcije, kojima se postiže poboljšanje metode
- Hibridni sistemi sa međusobnom koordinacijom, koji rešavaju kompleksne probleme i
- Polimorfni hibridni sistemi kojima se realizuje multifunkcionalnost.



Slika 4.41. Klasifikacija hibridnih sistema

**Hibridni sistemi sa zamenom funkcije** imaju za cilj da kroz kompoziciju funkcija, odnosno proširenje osnovne funkcije jedne metode nekom drugom metodom poboljšaju performanse, pouzdanost, brzinu i funkcionalnost osnovne metode.

**Hibridni sistemi sa međusobnom koordinacijom** se sastoje od nezavisnih, zatvorenih modula za obradu podataka koji razmenjuju informacije i izvršavaju pojedinačne funkcije da bi došli do rešenja. Ukoliko je problem takav da se može podeliti u odvojene, posebne celine, tada se biraju odgovarajuće metode za rešavanje delova problema. Kreirani nezavisni moduli svi zajedno daju rešenje, a njima upravlja kontrolni mehanizam.

Kod **polimorfnih hibridnih sistema** se koristi jedinstvena arhitektura obrade unutar koje se realizuju funkcije različitih metoda, sa ciljem da se postigne multifunkcionalnost ovakvih sistema: ovi sistemi mogu da funkcionalno oponašaju, odnosno emuliraju različite metode.

#### 4.14. Monte Carlo simulacija

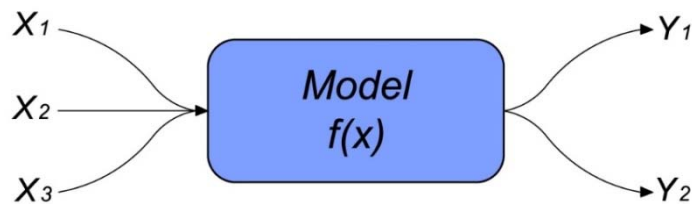
Monte Carlo simulacija (MCS), često znana kao Monte Carlo metoda, predstavlja stohastičku simulaciju koja kao glavnu karakteristiku ima slučajan izbor ulaznih veličina. MCS je široko korišćena tehnika za analizu neizvesnosti u mnogim aspektima poslovanja (Chance, 2011.).

Za tvorce Monte Carlo simulacije smatraju se Nicholas Metropolis i S. Ulam. Oni su u radu objavljenom 1949. godine kroz niz primera pokazali kako se Monte Carlo metoda može uspešno koristiti za rešavanje čitavog seta problema iz oblasti teorijske fizike (N.Metropolis, S. Ulam, 1949). Međutim razvoj i primena ove metode vezana je za nešto raniji period. Stanislaw Ulam i Jon Von Neumann (1947.god) koristili su Monte Carlo metodu za opis nuklearnih pojava kod neutrona. I pored toga što je S. Ulam praktično objasnio primenu metode ona još nije bila imenovana, i njeni veliki potencijali nisu bili prepoznati. Takođe postoje naznake ranije upotrebe ove metode, ali ništa o njoj nije publikovano, tako da je metoda ostala nezapažena (Anderson, 1986).

Takođe sam nastanak metode i njena praktična primena usko je vezana za pojavu prvog električnog računara ENIAC, na čijem su razvoju radili upravo pomenuti tvorcii Monte Carlo simulacije. Daljim razvojem informatičke podrške, metoda je našla široku primenu u rešavanju problema šarenolikog spektra.

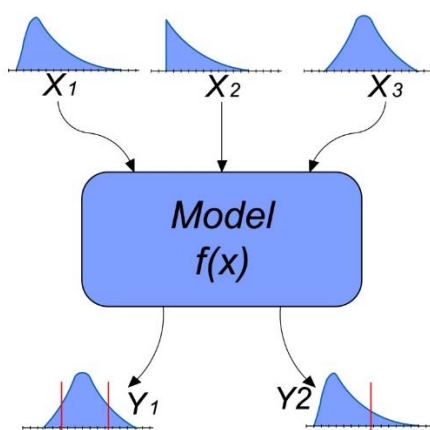


Generalno, metoda se opisuje kao skup matematičkih algoritama za određivanje verovatnoće određenih ishoda ili događaja. Za razliku od determinističkih simulacija, gde se za konkretnu promenu ulaznih veličina, dobija jedinstveno rešenje (rešenja) analiziranog modela (slika 4.42), kod Monte Carlo simulacije određivanje se vrši na osnovu velikog broja simulacija, koje su generisane odabirom slučajnih vrednosti ulaznih parametara.



Slika 4.42. Generalni algoritam determinističkih simulacija

To znači da je za metodu neophodno da se analizirani fizički sistem opiše funkcijama raspodele verovatnoće. Na osnovu formiranih funkcija, Monte Carlo simulacija se izvodi slučajnim izborom vrednosti iz formiranih, ulaznih funkcija. Obradom slučajno uzetih vrednosti ulaznih parametara, kroz procesnu funkciju koja ih povezuje, dobija se probablističko rešenje (slika 4.43). Ovo znači da rešenje Monte Carlo simulacije nije jedinstvena vrednost analizirane veličine, već verovatnoća pojave različitih vrednosti date veličine. Upravo ova osobina (formiranje probablističkog rešenja) omogućava analizu neizvesnosti primenom Monte Carlo procedure.



Slika 4.43. Generalni algoritam Monte Carlo simulacija

Različiti autori, dele metodologiju funkcionisanja MCS na veći ili manji broj koraka. Suštinskih razlika nema već se kod nekih autora metodologija MCS diskretnije posmatra što rezultuje većim brojem manjih koraka (K. Rezaie a, M.S. Amalnik, A. Gereie, B. Ostadi, M. Shakhseeniae, 2007, Eriçok Ö.,2004), dok drugi imaju mnogo generalniji pogled sa manjim brojem koraka (Raychaudhuri, S. 2008.). Generalno u metodologija MCS mogu se raspoznati 4 koraka (faze):

1. Generisanje statičkog modela (procesne funkcije),
2. Definisane ulaznih parametara preko funkcija raspodele verovatnoće,
3. Generisanje slučajnih promenljivih iz skupa distribucije ulaznih parametara,
4. Analiza dobijenih rezultata.

**Definisane statičkog modela (procesne funkcije)** – Kako bi se sprovela MCS neophodno je razviti deterministički model koji treba verodostojno tj. realno, opisati ponašanje neke pojave ili problema iz stvarnosti. Ovaj model matematičkim funkcijama opisuje međusobnu interakciju između ulaznih parametara i transformiše ih u rešenje.

**Definisane ulaznih parametara preko funkcija raspodele verovatnoće** – Kroz ovaj korak praktično se uvodi neizvesnost u razmatranje. Zbog stohastičke prirode ulaznih parametara, odnosno neizvesnosti vezane za njihove tačne vrednosti, isti se definišu preko funkcija raspodele verovatnoće. Definisane ovih funkcija zahteva postojanje rezultata nekog merenja, istorijskih podataka ili se vrši na osnovu iskustva u datoj problematici.

Po pitanju tačnosti MCS (odnosno po pitanju realne simulacije stvarnosti) ovaj korak predstavlja kritičnu fazu u razvoju simulacije. Izazov se sastoji u neophodnosti da se set vrednosti (podataka) koji definišu jedan parametar podvede pod neku postojeću matematički definisanu funkciju raspodele, uz uslov da odabrana funkcija u najvećoj meri (više nego druge funkcije) opisuje vrednosti razmatranog parametra. Ovaj kompleksan korak naziva se fitovanje raspodele i često se u inženjerskoj praksi problem formiranja simulacionog modela, praktično svodi na pravilno fitovanje vrednosti parametara u neku definisanu funkciju raspodele verovatnoće.

Postoji značajan broj matematički definisanih funkcija raspodele, i najčešće korišćene su: Normalna raspodela, Log-normalna, Pareto raspodela, Diskretna i kontinualna uniformna raspodela, Bernulijeva raspodela, Gama raspodela, Poisonova raspodela, Veibul raspodela itd.

Za fitovanje distribucije, odnosno podvođenje vrednosti parametara pod teoretske definisane raspodele, razvijen je veliki broj matematičkih metoda. Ove metode koristi zajedničku osobinu svih teoretskih raspodela, odnosno činjenicu da je svaka raspodela definisana specifičnim setom parametara. U tom smislu fitovanje se svodi na pronalaženje takve teoretske raspodele koja svojim parametrima (bolje od ostalih raspodela) opisuje set razmatranih vrednosti. Najčešće korišćene metode fitovanja distribucije su:

- Metoda najveće verodostojnosti (Maximum likelihood),
- Metoda momenta (Method of Moments),
- Nelinearna optimizacija,
- Kolmogorov-Smirnov metoda,
- Chi – kvadratni test (Chi-square test), itd.

Sve ove metode fitovanja imaju svoje prednosti i mane, koje postaju evidentne na konkretnom primeru. Mnoge metode, implementirane su u programske pakete specijalizovane za MCS, čime je (inače zahtevan) proces fitovanja distribucije za set podataka, značajno olakšan.

**Generisanje slučajnih varijabli (vrednosti).** Nakon identifikacije tipa raspodele za svaki ulazni parametar, generišu se slučajni uzorci odnosno varijable iz raspodela svakog parametra. Na ovaj način formira se set varijabli, koji se sastoje od po jednog uzorka iz definisanih raspodela svakog parametra. Ovaj set koristi se u determinističkom modelu (prvi korak) odnosno procesnoj funkciji za generisanje jednoga rešenja. Na isti ovakav način generiše se veliki broj simulacija neophodnih za sprovođenje kvalitetne analize.

Potreba za generisanjem slučajnih varijabli (brojeva) predstavlja jedan od najvećih problema MCS. Kako bi se prevazišli ovi problemi razvijene su metode koje obavljaju

funkciju generatora slučajnih brojeva. Prikazano, prema načinu generisanja slučajnih brojeva (vrednosti) sve ove metode mogu se podeliti u dve grupe: fizičke i matematičke (računske) metode.

Fizičke metode kako im samo ime kaže, zasnivaju se na merenju nekog fizičkog fenomena. Najčešće korišćene pojave na osnovu kojih se vrši generisanje slučajnih brojeva se zasnivaju na merenju atmosferskog šuma, pozadinskog kosmičkog zračenja, kvantnih pojava radioaktivnog raspada itd. Zajednička osobina svih ovih fenomena je da predstavljaju prirodan izvor entropije i kao takvi su pogodni za generisanje slučajnih vrednosti.

Matematičke (računske) metode zasnivaju se na razvijenim matematičkim algoritmima koji kao proizvod generišu nizove naizgled slučajnih brojeva (pseudo-slučajni brojevi). I pored toga što u opštoj upotrebi zadovoljavaju statističke uslove slučajnosti, ovi algoritmi u potpunosti su određeni početnom vrednošću, u literaturi poznatoj kao "ključ" ili "seme". Performanse ovih metoda mogu se poboljšati tako što se za početnu vrednost (ključ) uzme neka fizička pojava. Takođe zajednička osobina svih računskih metoda je nemogućnost formiranja pravog skupa slučajnih vrednosti (brojeva). Ipak u praksi računске metode mogu dati sasvim dobre rezultate, koji zadovoljavaju uslove većine simulacija. Zbog svoje prirode, matematičke (računske) metode generisanja pseudo-slučajnih brojeva našle su svoju veliku primenu u specijalizovanim računarskim programima i operativnim sistemima.

**Analiza dobijenih rezultata.** Generisanjem vrednosti u determinističkom modelu za svaki set promenljivih, formira se skup rešenja. Analize i zaključci simulacija sprovode se nad ovim skupom rešenja. Analiza skupa rešenja, ima u potpunosti statističku prirodu.

#### 4.14.1. Primena Monte Carlo simulacije

Od druge polovine prošlog veka, odnosno od momenta nastanka, polje primene Monte Carlo simulacija (MCS) se neprestano širi. Praktično da danas ne postoji oblast nauke ili primenjene prakse u rešavanje čijih problema nije uspešno

implementirana MCS. Iz razumljivih razloga šira primena metode u velikoj meri korespondira sa snažnim razvojem informatičke podrške, koja predstavlja neophodnu infrastrukturu ove metode. Trenutno intenzitet upotrebe MCS, se rapidno povećava, čime se MCS nameće kao poželjan i često prioritetan metod za procenu uticaja neizvesnosti, odnosno procenu izloženosti riziku (M.A. Usable, 1998).

Generalno posmatrano širok skup problema za čije rešavanje se uspešno koristi MCS, može se grubo podeliti u 3 kategorije:

1. **Kompleksni deterministički problemi.** Rešavanje ovakvih problema zahteva značajan trud i vreme ili je sam proces rešavanja veoma skup. Kao najčešći primer ovakvih problema izdvajaju se rešavanje određenih integrala koji se ne mogu rešiti analitički.
2. **Problemi složenih fenomena.** Karakteristika ovakvih problema je značajna doza neizvesnosti u prirodi i međusobnoj interakciji više parametara. Društveni i ekonomski problemi se rešavaju na ovaj način.
3. **Problemi bez analitičkih rešenja.** Problemi čije rešenje ne može predstavljati konkretnu vrednost, već je rešenje zasnovano na opisu prirode ishoda.

Rudarski problemi koji za rešavanje koriste MCS spadaju u prve dve kategorije problema. Primena same metode u rudarstvu doživela je pravi zamah u protekle dve decenije. Najčešće polje implementacije vezano je za kreiranje stohastičkih geoloških modela. Radovi mnogih autora naglašavaju značajne prednosti ovakvog pristupa. R. Dimitrakopoulos (1998) analizirao je razlike koje se javljaju pri konvencionalnom modeliranju rudnog tela i modeliranju istog rudarskog tela kondicionalnim simulacijama. Autor navodi da algoritmi za konvencionalno modeliranje rudnih tela, pate od nemogućnosti da prepoznaju nagle geološke promene često prisutne u prirodi, odnosno promenu osobina predstavljaju kao postepeni (matematički definisan) prelaz. Ova osobina konvencionalnih geostatističkih algoritama poznata je u stranoj literaturi "*smoothing effect*". Takođe Dimitrakopoulos posebno apostrofira da za razliku od konvencionalnog pristupa,

primena stohastike može da pruži značajna saznanja u oblasti procene neizvesnosti rizika. Slične zaključke imaju mnogi drugi autori. Journel (1989) objašnjava da se setom od više jednako mogućih modela rudnog tela formiranih tako što se sadržaji korisne mineralne sirovine na nekoj lokaciji modeluju kao slučajne varijable iz okvira pripadajućih raspodele verovatnoće, obuhvata neizvesnost vezana za prostornu raspodelu kvaliteta u ležištu. Goovaerts (1997) ističe da se stohastičkim pristupom u modeliranju ležišta ne pruža samo kvantitativna, već i vizuelna mogućnost procena neizvesnosti na nekoj lokaciji.

Više autora razvilo je algoritme bazirane na MCS, za potrebe inkorporiranja neizvesnosti u proces optimizacije i faznog razvoja kopa (S. A. Abdel Sabour, R. Dimitrakopoulos, 2011, M. Smith, R. Dimitrakopoulos, 1999).

Istraživanja primene MCS u oblasti ekonomske evaluacije rudarskih projekata sa ciljem pravilne procene neizvesnosti i rizika, takođe je predmet velikog interesovanja značajnog broja autora (G.R. Lane, M. Terblanche, G. Meyer, N. Sasto 2013, Erdem, Ö., Güyagüler T., and Demirel, N., 2012, Chiwaye H.T., Stacey T.R., 2010).

Imajući u vidu široku primenu MCS na rešavanje najrazličitijih problema, prisutno je veliko interesovanje i naučni napor u cilju poboljšanja performansi metode. Kao reakcija na nedostatke MCS, razvijeni su mnogi algoritmi kojima se u određenoj meri prevazilaze ograničenja. K. Rezaie (2007) napominje da u MCS, odabir vrednosti za svaku neizvesnost (parametar) u modelu, ima u potpunosti stohastičku prirodu. Ova osnovna osobina MCS može u određenim uslovima predstavljati manu. Naime potpuno stohastičkim izborom vrednosti prilikom formiranja iteracije, u obzir se ne uzima međusobna povezanost, odnosno moguće interakcije između neizvesnosti u modelu. Na ovaj način formiraju se rešenja (iteracije) sa potpuno nemogućim (nerealnim) vrednostima, čime se tačnost celokupne simulacije u značajnoj meri kompromituje. Iz tog razloga K. Rezaie, predlaže upotrebu algoritma kojima se uvode koeficijenti međusobne zavisnosti između ulaznih neizvesnosti u modelu za MCS. Na ovaj način praktično se onemogućava pojava nemogućih ishoda u pojedinačnim iteracijama, čime se tačnost krajnjih rešenja simulacije povećava.

## 5. RAZVOJ MODELA ZA STOHAŠTIČKO PLANIRANJE UPRAVLJANJA KVALITETOM UGLJA NA POVRŠINSKIM KOPOVIMA

### 5.1. Definisane problema

Prema prognozi međunarodne agencije za energetiku (IEA) uglj će zadržati svoju važnu ulogu u proizvodnji električne energije u Evropi i svetu sledećih nekoliko decenija. Dostupnost svetskih resursa uglja i njihova stabilnost cene glavni su razlozi za taj trend. Uglj je najvažnije gorivo u proizvodnji električne energije, i čini sirovinu za 65% proizvedene energije u Srbiji. Iako kvalitet uglja utiče na efikasnost rada kotlovskih postrojenja, odnosno na količinu proizvedene energije i emisije zagađujućih materija, elektrane i kopovi nisu imali interes za upravljanje kvalitetom uglja.

Uglj kao gorivo za proizvodnju električne energije čini 42% globalne proizvodnje, tako da verovatno ostaje ključno gorivo za proizvodnju energije, posebno imajući u vidu rastuću potražnju u zemljama u razvoju. Da bi se povećalo iskorišćenje ležišta uglja i efikasnost rada blokova potrebno je upravljati kvalitetom uglja u procesu proizvodnje električne energije, iz sledećih razloga:

- produžava se vek trajanja rezervi i resursa uglja sa smanjenjem potrošnje,
- smanjenje emisije ugljendioksida, sumpora i konvencijalnog zagađenja,
- povećanje iskorišćenja snage bloka u odnosu na nominalnu, i
- smanjenje troškova poslovanja.

Termoelektrane se snabdevaju ugljem sa jednog ili više kopova istovremeno tokom njenog životnog veka. Uglj promenljivog kvaliteta, koji dolazi sa više kopova/etaža, ako se homogenizuje može imati zadovoljuću moć sagorevanja, a u isto vreme zadovoljavati propisane parametre emisije.

Kako bi se održao stalni kvalitet uglja, treba posvetiti pažnju svim aspektima eksploatacije i pripreme uglja pre isporuke termoelektranama. Postoje tri osnovna

razloga koje će svaki potrošač uglja zahtevati: (1) da ugalj odgovara njegovim posebnim parametrima i opremi za sagorevanje (2) da su isporučene količine uglja ujednačene, i (3) da je kvalitet uglja koji se izražava preko vrednosti toplotne moći, sadržaj sumpora ili drugih hemijskih parametara u zadatim opsezima.

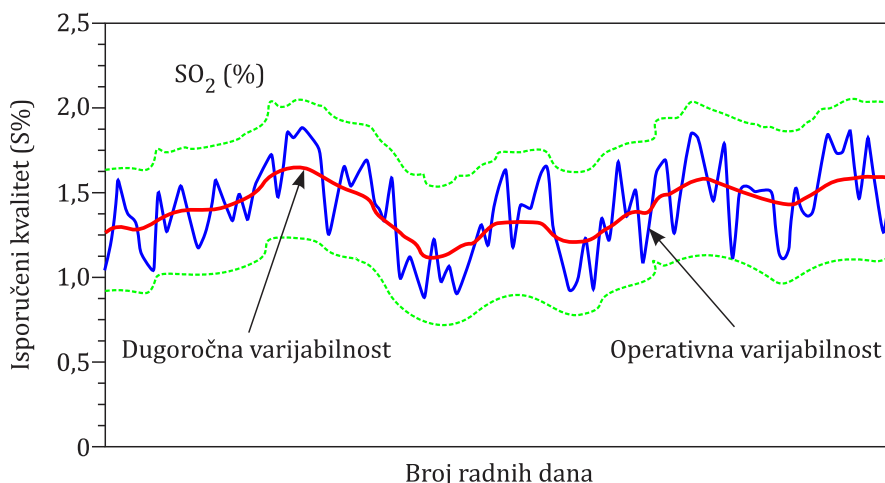
Elektrane preferiraju ugalj čije osobine, pogotovo kalorična vrednost, odgovaraju projektovanim parametrima elektrane, i čiji sadržaj sumpora ispunjava uslove njegove emisije nakon sagorevanja. Generalno je teško dobiti ugalj željenih osobina od jednog izvora zbog promenljive prirode svojstava uglja. Homogenizacija uglja sa različitih etaža jednog kopa ili čak više kopova postaje obavezna, ne samo s ekonomskog stanovišta, već i kao potreba za ispunjenje zahteva smanjenja emisije štetnih gasova.

Upravljanje kvalitetom uglja u procesu površinski kop - termoelektrana je kompleksan problem, jer sa tačke gledišta elektrane, svaki rudnik uglja mora pokušati da proizvede optimalan kvaliteta uglja u cilju zadovoljenja efikasnosti elektrana. Uz pomoć operativnog planiranja eksploatacije na kopu, ugalj se homogenizuje na radnim etažama na nivou tehnološkog bloka, tako da se eksploatiše "odgovarajući" kvalitet uglja tokom perioda planiranja, a istovremeno ispunjavaju ciljevi srednjeročnog plana.

Efekat ovog pristupa je ujednačen kvalitet ugalj kroz sve sekvence otkopavanja. Ovaj pristup zahteva prethodno znanje o kvalitetu uglja tehnoloških blokova. Iako se značajno ne utiče na prosečan kvalitet rovnog uglja iz dugoročnog plana, homogenizacija će uticati na ujednačenje njegove variabilnost. Shodno tome, kod aktivnih površinskih kopova lignita, homogenizacija uglja iz različitih etaža ima potencijal da poboljša parametre kvaliteta rovnog uglja tokom kratkoročnog planiranja. Slika 5.1 prikazuje tipičnu varijabilnost sumpora u rovnom uglju, i to:

- Dugoročnu varijabilnost merenu trendovima na mesečnom ili godišnjem nivou, i
- Operativnu varijabilnost, generalno kao meru varijabilnosti u kratkom vremenskom intervalu – uobičajeno varijabilnost na nivou isporučenih vozova.





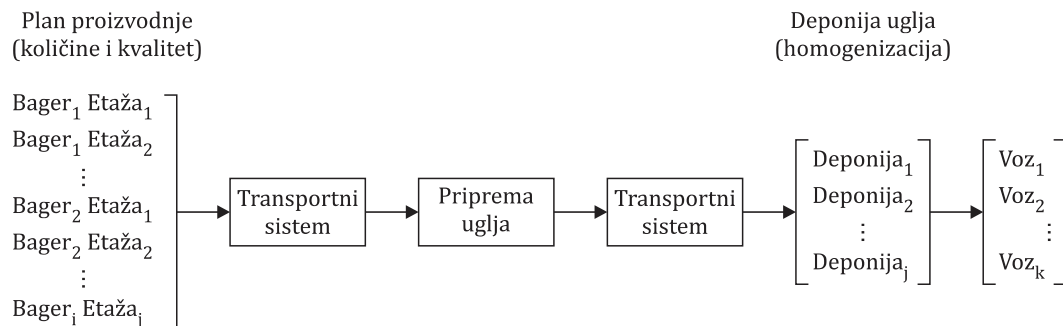
Slika 5.1. Varijabilnost sadržaja SO<sub>2</sub> u isporučenom uglju

Planiranje upravljanja kvalitetom uglja na samom površinskom kopu, je prva faza u procesu kontrole kvaliteta. Svaki otkriveni ugljeni sloj (blok) mora biti eksploatisan bez obzira na njegov kvalitet. Metoda površinske eksploatacije ne dozvoljavada da ugalj lošijeg kvaliteta ostane neotkopan, za razliku od nekih sistema eksploatacije koji rade na metaličnim ležištima. Shodno tome, kontrola kvaliteta uglja na površinskom kopu se može postići samo efikasnim planiranjem, te shodno tome operativno planiranje proizvodnje je od posebnog značaj u fazama planiranja (Stevanović i dr, 2014). To je zato što tokom operativne faze planiranja postoji više dostupnih informacija o kvalitetu uglja (dodatne informacije iz operativnog istraživanja ležišta) nego tokom kratkoročnog ili srednjeročnog planiranja.

Slika 5.2 prikazuje tipičan tok uglja od površinskih kopova do termoelektrana sa kontrolom kvaliteta uglja na lokalitetu kopova i deponije.

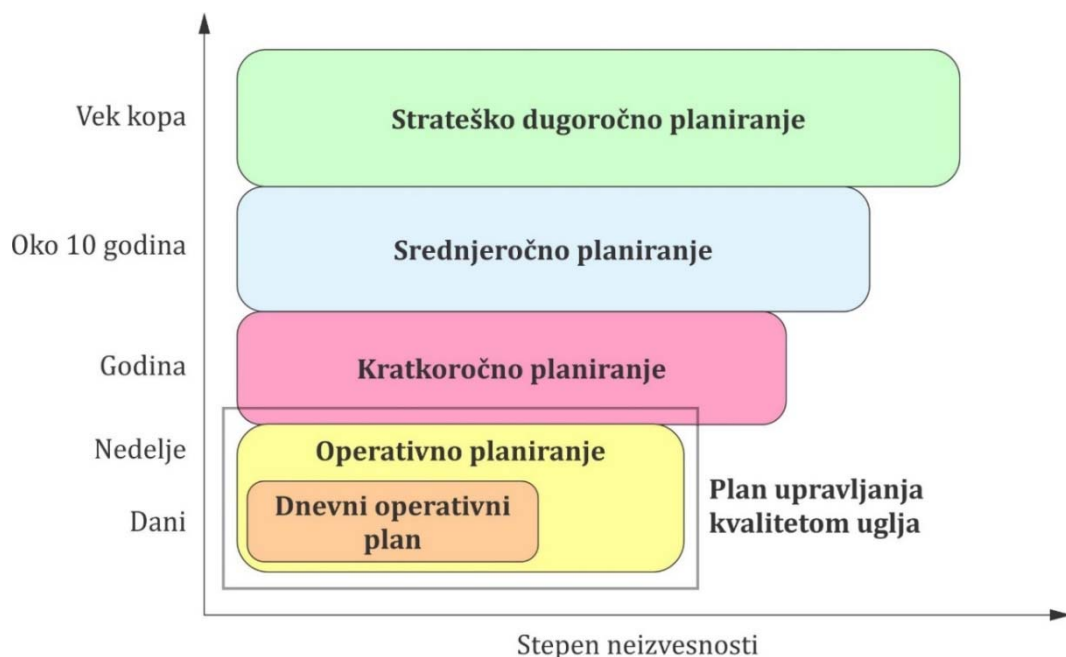
Planiranje površinskog kopa se zasniva na pouzdanoj proceni kvaliteta uglja tehnoloških blokova. Shodno tome, u cilju razvoja bilo koje strategije za kontrolu kvaliteta uglja, trebalo bi da postoji mogućnost procene kako kvaliteta tako i varijabilnosti odgovarajućih parametra uglja sa određenim stepenom pouzdanosti. Eksploatacioni kvalitet uglja ne može da se kontroliše bez poznavanja informacija o procenjenim parametrima kvaliteta tehnoloških blokova koji se otkopavaju. Sa procenjenim parametrima, moguće je unapred znati efekat eksploatacije sa različitih etaža, odnosno tehnoloških blokova na površinskom kopu, odnosno, da li

dovoljna količina i odgovarajući kvalitet uglja može da se proizvede tokom perioda planiranja.



Slika 5.2. Tok uglja od površinskog kopa do termoelektrane

Generalno, planiranje proizvodnje uglja u zavisnosti od stepena neizvesnosti procene parametara kvaliteta za potrebe kontrole kvaliteta uglja može se svrstati u četiri kategorije: strateško/dugoročno, srednjeročno, kratkoročno i operativno planiranje, slika 5.3.



Slika 5.3. Faze planiranja kopa

**Strateško/dugoročno planiranje** definiše optimalnu ekonomsku konturu površinskog kopa. Primarni cilj dugoročnog planiranja je da se razvije rudarska

(eksploataciona) sekvenca koja će definisati ekonomsku granicu kopa. Ona služi kao pomoć u evaluaciji ekonomskog potencijala rudnika. Planiranje se obično radi sa relativno oskudnim informacijama, efektivna kontrola kvaliteta uglja nije praktično moguća. Realno raspoloživi geološki istražni podaci obično sadrže dugoročne procene varijabilnost parametara od interesa, zbog nedovoljnog broja istražnih radova. Strateška varijabilnost parametra kvaliteta se uglavnom kontroliše tokom srednjeročnog i kratkoročnog planiranja s obzirom na veću raspoloživost istražnih informacija o parametrima kvaliteta.

**Srednjeročno planiranje** se bavi eksploatacijom u vremenskom periodu do deset godina. Ono pruža informacije neophodne za prognozu buduće proizvodnje i cena. Dugoročno planiranje eksploatacije sa ciljem upravljanja kvalitetom uglja se u rudarstvu može smatrati kao deo jednog strateškog principa koji se bazira na zahtevu što većeg iskorišćenja ležišta, naravno, uz maksimalni ekonomski efekat rudarskog projekta. Ovaj postupak pruža mogućnost da se otkopavaju zajedno, a zatim homogenizuju delovi ležišta sa različitim kvalitetima (toplotna moć, sumpor, i sl.), delovi ležišta sa različitim sadržajima štetnih komponenata, delovi ležišta sa povoljnim i nepovoljnim koeficijentima otkrivke, itd. Međutim, u ovoj fazi planiranja postoje praktična ograničenja u kontroli kvaliteta uglja, zbog ograničenih geoloških informacijama o ležištu.

Generalno, ukoliko se dugoročno planira proces eksploatacije uglja, upravljanje kvalitetom se može obavljati na više mesta: na samom površinskom kopu u procesu otkopavanja tehnoloških blokova uglja (na etažama), na sistemu transporta uglja i na deponijama koje se najčešće i planiraju za ove svrhe.

**Kratkoročno planiranje** sadrži sve aktivnosti eksploatacije koje se planiraju do godinu dana. Kratkoročno planiranje definiše resurse i potrebnu radnu snagu, kao i buduću proizvodnju i cenu, sa mnogo više informacija o prirodi mineralizacije (parametarima kvaliteta) i performansama opreme.

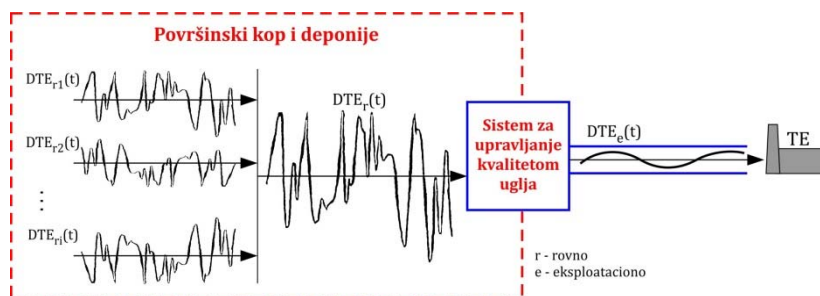
**Operativno planiranje** se bavi dnevnim ili nedeljnim zahtevima kopa. Pravilno operativno planiranje mora odgovarati kratkoročnom planu, a u isto vreme mora zadovoljiti mnoge praktične detalje koji su jedinstveni za dnevnu operativu. Plan

kontrola kvaliteta uglja je najčešće inkorporiran u operativno planiranje pod uslovom da se unapred znaju sve neophodne informacije. Cilj operativnog planiranja može da varira od rudnika do rudnika. Međutim, najčešći cilj operativnog plana je ispunjenje zadatog kapaciteta i kvaliteta isporučenog uglja termoelektrani. Teškoće u optimalnom sprovođenju plana proizvodnje su uzrokovane varijabilnošću kvaliteta i nemogućnosti tačnog predviđanja kvaliteta manjih rudarsko-tehnoloških jedinica (rezova). Stoga, detaljne informacije o osobinama uglja su od suštinskog značaja za pouzdano operativno planiranje rudnika (Knudsen, H. P. 1981).

Za efikasnu primenu sistema za upravljanje kvalitetom uglja polaznu osnovu predstavlja kvalitetno urađen geološki model. Na osnovu rezultata istražnog bušenja generišemo sliku o prostornom rasprostranju ugljenog sloja u celom ležištu ili u delu ležišta koji će se otkopavati u planskom periodu, a to su podaci o broju, debljini i položaju slojeva uglja, prisustvu slojeva ili proslojaka jalovine, kao i parametrima kvaliteta uglja (toplotna moć, pepeo, vlaga, sumpor itd.).

Efikasno planiranje svih faza razvoja rudarskih radova u funkciji upravljanja kvalitetom uglja omogućiće povećanje količina uglja čija eksploatacija je opravdana, smanjiće troškove transporta, smanjiće troškove sagorevanja uglja, transporta i deponovanja pepela, unaprediće sistem zaštite radne i životne sredine od zagađenja, u prvom redu, u fazi sagorevanja i, saglasno tome, doprineće efikasnijem i profitabilnijem korišćenju raspoloživih neobnovljivih prirodnih resursa.

Na slici 5.4. grafički su prikazana mesta upravljanja kvalitetom uglja u proizvodnim procesima otkopavanja na etaži, transporta, deponovanja i isporuke uglja sa deponije termoelektranama.



Slika 5.4. Šematski prikaz plana upravljanja kvalitetom uglja

## 5.2. Razvoj softvera za operativno planiranje upravljanja kvalitetom uglja na površinskim kopovima lignita

### 5.2.1. Cilj i zahtevi softverskog rešenja

Primarni cilj softverskog rešenja za izradu operativnog plana rada kontinualnih sistema eksploatacije lignita na površinskim kopovima je da pomogne planeru rudarskih radova pri upravljanju kvalitetom uglja koji se otkopava na svim otkopnim mestima u planskom periodu. Implementirani model optimizira proces proizvodnje u funkciji potrebnog kvaliteta uglja, uz ostvarenje zadanog kapaciteta sa kojim pojedini bageri treba da rade. Kapacitet i kvalitet su određeni kao funkcija cilja za koju važi skup ograničenja koja definišu izvodljivost rešenja. Funkcija cilja i prateća ograničenja su matematičke funkcije i relacije parametara i promenljivih odlučivanja. Promenljive odlučivanja su aspekti sistema koji mogu biti kontrolisani, dok parametri ne mogu biti kontrolisani od strane donosioca odluke.

Zadatak modela operativnog planiranja proizvodnje na kopovima lignita definisan u ovoj disertaciji je dvostruki. Prvo, zahtevi u pogledu kvaliteta uglja za period planiranja moraju biti ispunjeni, uz određena tehnološka ograničenja metode otkopavanja i geološka ograničenja. Drugo, zahtevi vezani za količinu treba da osiguraju projektovanu smensku (dnevnu) proizvodnju uglja. Ova dva zahteva imaju najviši prioritet u operativnom planiranju jer izostanak kontrole kvaliteta i količine uglja ima neizostavno nepovoljan ekonomski efekat na poslovanje površinskog kopa. Da bi ova dva zahteva bila obezbeđena, model treba da inkorporira sledeće uslove:

- operativno planiranje izvoditi tako da je usko povezano sa kratkoročnim, srednjoročnim i dugoročnim (strateškim) planovima. Ova ograničenja sprečavaju selektivno otkopavanje uglja na etažama sa visokim kvalitetom i zadržavaju razvoj kopa u okviru dugoročnog ekonomskog optimuma,
- model mora razumno predstavljati rudarsku praksu, i mora biti dovoljno fleksibilan za prilagođavanje periodičnim problemima u proizvodnji,

- za svaki period planiranja, na primer smenu, svi raspoloživi bageri moraju biti maksimalno iskorišćeni radi smanjenja troškova proizvodnje i postizanja potrebne proizvodnje uglja, i
- proces koji se razmatra za modelovanje se odnosi na kontrolu količine sumpora u okviru otkopavanog uglja. Zbog toga se zahtevima vezanim za količinu sumpora daje najviši prioritet u odnosu na druge parametre uglja. Cilj modela je da svede na minimum ukupnu količinu sumpora u planiranom periodu. Prema tome, tehnološki operativni model određuje redosled otkopavanja blokova po radnim etažama tokom planiranog perioda da bi se postigli zahtevani sadržaj sumpora i potrebna količina uglja.

Kako bi se realizovali zacrtani ciljevi, razvijen je integralni model za upravljanje kvalitetom uglja, koji se sastoji iz dva podmodela:

- model operativnog planiranja proizvodnje na kopu, i
- model planiranja deponije uglja (deponovanja i uzimanja uglja sa deponije).

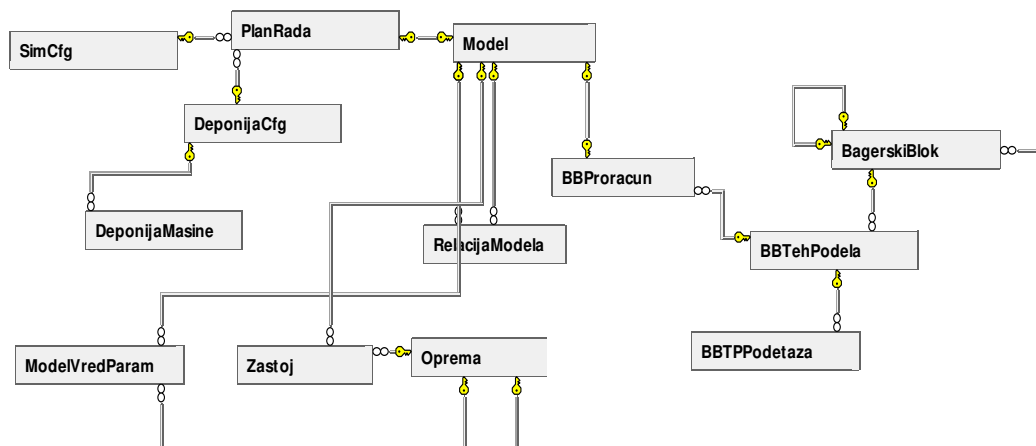
Razvijeno softversko rešenje se bazira na genetskom algoritmu (detaljan opis - poglavlje 4.13). U nastavku sledi detaljan opis rešenja i njegova primena na primeru iz prakse.

### 5.2.2. Model podataka

Za efikasnu realizaciju operativnog plana prvo je neophodno definisati i razviti model podataka za ceo tehnološki sistem koji je predmet planiranja. Slika 5.5. prikazuje konceptualnu šemu baze podataka sa tabelama i njihovim relacijama koje se odnose na izradu operativnog plana rada celog tehnološkog sistema, odnosno na simulaciju rada više bagera.

Tabela **Model** služi za smeštanje opštih podataka o urađenim modelima, a u ovom slučaju simulacijama rada celog tehnološkog sistema. U tabeli **PlanRada** se smeštaju podaci koji definišu period za aktuelni plan rada i relacija ka tabeli **SimCfg** sa opštim podacima o graničnim vrednostima za rad sistema: opseg u kom treba da se nađe

izlazni, ponderisani parametar kvaliteta (DTE, sumpor) i njegova optimalna vrednost, opseg kapaciteta celog tehnološkog sistema, cena, kao i meta podaci potrebni za simulaciju rada sistema i animaciju urađene simulacije.



Slika 5.5. Šema baze podataka za operativno planiranje

Povezivanje modela operativnog plana rada celog tehnološkog sistema i proračuna rada pojedinačnih bagera u bloku se ostvaruje tabelom **RelacijaModela** kojom se za jedan model operativnog plana identifikovan atributom *ModelNadID* selektuju prethodno urađeni proračuni za pojedine blokove. Dakle, za jedan model operativnog plana se vezuje više tehnoloških modela rada bagera u bloku, za svaki angažovani model po jedan, sa informacijom gde se konkretan bager nalazi, odnosno kopa: koji blok i koja podetaža u bloku.

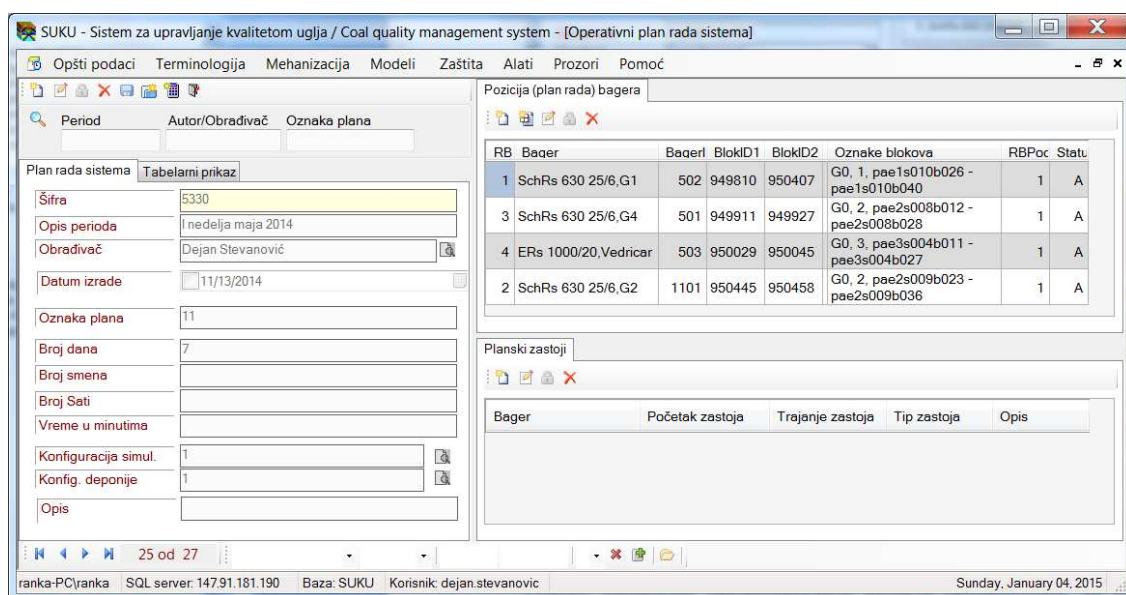
Povezivanje rada pojedinačnog bagera, odnosno proračuna jednog bagerskog bloka sa sledećim se ostvaruje tabelom **RelacijaModela** kojom se za jedan proračun identifikovan atributom *ModelNadID* vezuje proračun sledećeg bagerskog bloka koji je identifikovan atributom *ModelPodID*. Ovakvo povezivanje blokova definiše tehnologiju rada bagera u nizu (susednih) blokova.

Tabela **Zastoj** modelira planirane zastoje pojedinačne opreme (bagera, transporter) za konkretan operativni plan. Period trajanja zastoja se evidentira početkom zastoja, minutom u kom počinje zastoj, mereno od početka simulacije odnosno perioda na koji se plan odnosi, i trajanjem zastoja, takođe izraženog u minutima. Klasifikovanje tipova planiranih zastoja se ostvaruje atributom *TipZastojID*.

### 5.2.3. Implementacija matematičkog modela

Upravljanje kvalitetom uglja sa gledišta rešavanja problema homogenizacije se može svesti na problem pronalaženja optimalnog kapaciteta sa kojim treba da rade bageri u jedinstvenom proizvodnom sistemu (na jednom ili više kopova), tako da pri poznatom kvalitetu uglja na otkopnom tehnološkom bloku (podetaži) i tehnološkim ograničenjima ostvari optimalan kvalitet i količinu uglja za potrošače.

Slika 5.6. prikazuje panel za izradu operativnog plana rada tehnološkog sistema, na kom se definišu osnovne informacije o planu, od kojih je za sam algoritam, najbitnije planirano vreme za koje se radi plan: može biti nekoliko sati, jedna ili više smena, jedan ili više dana. Potom se za plan vezuju bageri koji treba da budu uključeni u plan, kao i blokovi (iz tehnološkog modela) na kojima je planirano da rade bageri. Ukoliko postoje neki planirani zastoji za neki od bagera, navodi se planirani početak, trajanje i tip zastoja.



Slika 5.6. Izrada operativnog plana tehnološkog sistema

Razvijeni model implementira rešavanje problema optimizacije *Genetskim algoritmom* koji pronalazi minimum funkcije više promenljivih pri definisanim linearnim ograničenjima. Matematički model je pretočen u skup klasa kojima se softverski implementira algoritam optimizacije i njegovo integrisanje u sistem za operativno



planiranje eksploatacije, odnosno za simulaciju rada više bagera u definisanom vremenskom periodu na planiranim pozicijama.

Ulazne parametre optimizacionog modela predstavljaju, sa jedne strane kvalitet uglja na pozicijama na kojima bageri rade i tehnološka ograničenja angažovane oktopno opreme koja moraju biti zadovoljena, i sa druge strane zahtevani kvalitet uglja i kapacitet proizvodnje. Rezultat simulacije predstavljaju kapaciteti sa kojima pojedini rotorni bageri treba da rade da bi sistem funkcionisao na zadovoljavajući način.

Za postavljanje uslova ograničenja optimizacionog modela je potrebno određivanje relevantnih parametara rada bagera u konkretnom tehnološkom bloku, konkretno minimalni kapacitet sa kojim može da radi i maksimalni koji može da dostigne za definisanu podetažu i rez. Minimalni kapacitet bagera se definiše kao ulazni tehnološki parametar tog bagera, dok se maksimalni kapacitet koji bager može da ostvari u konkretnoj podetaži radnog bloka očitava iz prethodno urađenog proračuna rada bagera u tom bloku. Tokom simulacije se prati horizontalno kretanje bagera kroz radnu sredinu, kao i vertikalno pomeranje, odnosno prati se rad u pojedinim podetažama.

S obzirom da se postavljeni problem može posmatrati i kao minimum apsolutne vrednosti razlike isporučenog i optimalnog kvaliteta uglja, što nije tipičan linearni problem, umesto linearnog programiranja uvedena je optimizacija korišćenjem genetskog algoritma (GA). Ukoliko se zahtevana proizvodnja definiše kao fiksirana vrednost, a ne opseg, tada se ciljna funkcija može uprostiti i svesti na problem koji se rešava nekom od metoda linearnog programiranja, recimo simpleks metodom. Kako je u specifikaciji problema koji je obrađen ovom tezom, zahtev bio implementacija robusnijeg i fleksibilnijeg rešenja izbor je pao na genetski algoritam.

Prvi korak u implementaciji genetskih algoritama je formiranje modela kojim se realan problem prevodi na matematički, pogodan za rešavanje problema optimizacije kroz pretraživanje prostora rešenja. Optimizacioni problemi se opisuju ciljnom funkcijom koja treba da se minimizira, uz zadata ograničenja. Kod GA svako

potencijalno rešenje optimizacionog problema, odnosno operativni plan rada proizvodnog sistema, predstavlja jedinku koja se prikazuje jednim hromozomom. Parametri problema se kodiraju kao geni u hromozomu i u ovom slučaju to su kapaciteti rada pojedinačnih bagera. Izborom pogodnih vrednosti za parametre genetskog algoritma, metoda je u stanju da postigne dobre rezultate za prihvatljivo vreme. Na drugoj strani, mana metode je nemogućnost ponavljanja rezultata zbog stohastičke prirode algoritma.

#### 5.2.4. Formiranje tehnološkog modela

Kontinualni proizvodni sistem eksploatacije uglja na kopovima čini  $n$  bagera kapaciteta  $Q_i$ ,  $i = 1...n$  (broj bagera). Neka su  $DTE_i$ ,  $A_i$  ili  $S_i$ ,  $i = 1...n$  redom parametri kvaliteta uglja: donja toplotna moć uglja, sadržaj pepela ili sadržaj sumpora. Tada funkciju cilja (minimizacija odstupanja parametra kvaliteta) u modelu optimizacije možemo definisati kao:

$$F_{min} = |DTE_1 - DTE_{opt}| \times Q_1 + .. + |DTE_n - DTE_{opt}| \times Q_n \quad (5.1)$$

ukoliko želimo da radimo optimizaciju odsupanja kalorijske vrednosti uglja, odnosno donje toplotne moći. Ukoliko želimo da optimizujemo, odnosno minimizujemo odstupanje sumpora, tada će funkcija cilja imati oblik:

$$F_{min} = |S_1 - S_{opt}| \times Q_1 + .. + |S_n - S_{opt}| \times Q_n, \quad (5.2)$$

Postoji više vrsta ograničenja u simulacionom modelu, a to su:

- Tehnološka ograničenja kapaciteta bagera:

$$Q_{imin} \leq Q_i \leq Q_{imax}, i=1..., n \quad (5.3)$$

- Ograničenje zahtevanog kapaciteta proizvodnog sistema:

$$Q_{min} \leq Q_1 + ... + Q_n \leq Q_{max}, \quad (5.4)$$

- Ograničenje kvaliteta uglja - DTE:

$$DTE_{min} \leq (DTE_1 \times Q_1 + \dots + DTE_n \times Q_n) / (Q_1 + \dots + Q_n) \leq DTE_{max} \quad (5.5)$$

- Opciono: ograničenje pepela:

$$(A_1 \times Q_1 + \dots + A_n \times Q_n) / (Q_1 + \dots + Q_n) \leq A_{dozv} \quad (5.6)$$

- Opciono: ograničenje sumpora:

$$(S_1 \times Q_1 + \dots + S_n \times Q_n) / (Q_1 + \dots + Q_n) \leq S_{dozv} \quad (5.7)$$

Početna populacija jedinki (hromozoma) se kreira slučajnim izborom, uz zadovoljavanje postavljenih ograničenja modela. Kao što je već istaknuto, **hromozom** predstavlja kompletan genetski opis jedinke, a sačinjava ga niz **gena**. Pri rešavanju optimizacionog problema hromozom predstavlja jedno rešenje tj. jednu kombinaciju vrednosti parametara  $Q_i$ ,  $i=1, \dots, n$ , odnosno operativni plan rada svih bagera za trenutne tehnološke uslove rada.

Jedan parametar ciljne funkcije je u opštem slučaju predstavljen jednim genom. Dakle kapacitet sa kojim radi jedan bager je predstavljen jednim genom, a hromozom opisuje rad celog sistema.

Konkretna vrednost koju gen može da uzme nazivamo **alela**, a u primeru upravljanja kvalitetom vrednost alela će biti iz opsega kapaciteta sa kojim konkretan bager može da radi. Opseg kapaciteta u radnom bloku, koji zavisi od visine i rednog broja podetaže, dobijen je u prethodnom koraku optimizacije, odnosno u optimizaciji na nivou jednog bagerskog bloka. Tehnološka ograničenja kapaciteta bagera, odnosno domeni alela su specificirani nejednačinama. Ukoliko ne postoji niti jedan plan koji zadovoljava postavljene uslove, na primer da su svi bageri u lošem ili svi u suviše dobrom uglju, ili da radi samo jedan bager, tada se uglj šalje na deponiju.

**Ciljna funkcija** je minimizacija odstupanja od zadate vrednosti kvaliteta (jednačina (5.1)), tako da će bolju prilagođenosti imati jedinke čije je odstupanje manje, odnosno vrednost prilagođenosti je obrnuto proporcionalna vrednosti ciljne funkcije. Kvalitet u bloku se pruzima iz geološkog modela, a visina podetaže i

maksimalni kapacitet koji bageri mogu da ostvare za tu visinu iz prethodno proračunatih tehnoloških blokova skladištenih u bazi.

Postupak traženja optimalnog rešenja počinje generisanjem inicijalne populacije slučajno izabranih planova rada proizvodnog sistema koji zadovoljavaju ograničenja, odnosno koji su izvodljivi. Svaki plan rada se može smatrati kombinacijom kapaciteta bagera u blokovima određenim za eksploataciju. Veličina populacije, odnos broj planova rada je jedan od kontrolisanih parametara genetskog algoritma sistema, a podrazumevano je podešen na 200.

Formulisanje prave funkcije za procenu kvaliteta rešenja je najvažniji korak za uspešnu primenu genetskog algoritma. Ocena prilagođenosti jedinki u populaciji, tj. ocena svakog generisanog plana se izračunava kao inverzna funkcija odstupanja kvaliteta uglja (pri utovaru u voz). Slika 5.7 prikazuje parametre genetskog algoritma koji se mogu podešavati pri simulaciji.

Tokom reprodukcije se proizvodi nova generacija u kojoj jedinka (plan) opstaje u sledećoj generaciji ili se potpuno uklanja. U ovom procesu planovi sa visokim vrednostima funkcije prilagođenosti imaju više šansi za preživljavanje nego oni sa manjim vrednostima. Da bi se osiguralo održavanje genetičke raznovrsnosti iz generacije u generaciju i brzina konvergencije ka optimalnom rezultatu, omogućiće se brža reprodukcija dobrih planova nego loših. Inicijalno je podešena reprodukcija 1000 generacija, nakon čega se bira najbolja jedinka (plan).

Verovatnoća ukrštanja je obično 0.7-0.9 što znači da 70-90% planova se kombinuje u parovima tokom ukrštanja. To će dovesti do novih jedinki (planova) koji imaju nove kapacitete. Operatorom ukrštanja neke jedinke će imati veću vrednost funkcije prilagođenost tj. kvalitet uglja će biti bliži zahtevanom i one će poboljšati šanse za preživljavanje u budućim generacijama, dok će neke jedinke (planovi) verovatno biti sa manjom funkcijom prilagođenosti, što će smanjiti njihove šanse za opstanak.

Mutacija je drugi važan operator u reprodukciji. Primenjuje se slučajnim izborom na oko 0,05-0,1% ćelija u rasporedu održavanja genetičke raznovrsnosti i sprečava sistem od stagnacije u pogrešnom optimumu. Tu se vrši nasumična izmena kapaciteta izabranih bagera.

Proračun rada sistema (simulacija)

Plan rada: Pozicioniranje bagera

Plan ID: 13 Datum/Vreme obrade: Sunday . . Jani

Broj dana: 1

Broj smena: 0

Broj sati: 0

Obrađivač: Dejan Stevanović

Opis: 12

GA simulacija Deponija Prikaz pozicija bagera Rad svih bagera

Ogranicenja Deponija Parametri GA Blokovi Grafik

Veličina populacije	200
Broj generacija	1000
Verovatnoća mutacije	0.005
Verovatnoća ukrštanja	0.9
Kazna za prekoračenje kapaciteta	10000
Kazna za potkoračenje kapaciteta	10000
Kazna za prekoračenje DTE-a	10000
Kazna za potkoračenje DTE-a	10000
Težinski koeficijent za kapacitet	5
Broj pokušaja izvršavanja GA	3

Slika 5.7. Parametri genetskog algoritma

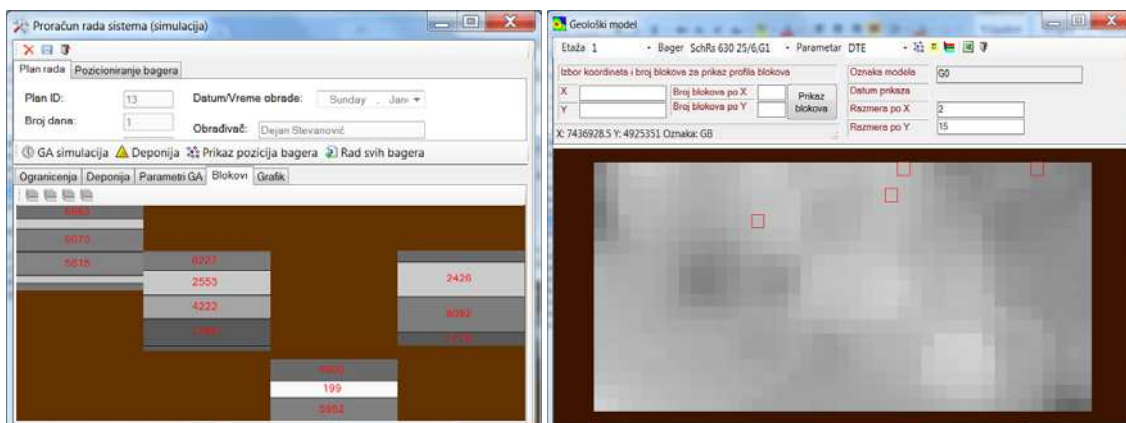
Operatori ukrštanja i mutacije obično ne mare za dodatne uslove, tako da se može desiti da rezultujući plan ne zadovoljava ograničenja, tako da se sprovodi faza normalizacije koja uključuje modifikaciju plana (najmanju moguću) tako da ograničenja budu ispoštovana. Da bi se eliminisalo prekoračenje zadatih ograničenja uvode se kazne za: prekoračenje i potkoračenje kapaciteta, prekoračenje i potkoračenje DTE-a, a da bi se forsiralo zadovoljavanje postavljenog uslova kapaciteta uvodi se i težinski koeficijent za kapacitet.

Konačno, može se definisati i da se razvoj populacije kroz generacije ponovi više puta ako je to potrebno.

### 5.2.5. Rešavanje problema

Postavka problema i programsko rešenje genetskim algoritmom je prikazano kroz panele razvijenog softvera na kojima se mogu videti svi relevantni podaci o: tehnološkim blokovima za otkopavanje i pozicije bagera (slika 5.8), definisanje

operativnog plana (kapaciteta bagera), parametri genetskog algoritma i parametri deponije (slika 5.9).



Slika 5.8. Tehnološki blokovi sa prikazanim kvalitetom uglja i pozicije bagera

Dakle, softver određuje operativni kapacitet sa kojim treba da radi svaki od raspoloživih rotornih bagera na osnovu definisanih tehničkih i tehnoloških ograničenja i na osnovu podataka o kvalitetu uglja u blokovima, odnosno podetažama koje bageri otkopavaju (slika 5.9). Funkcija cilja u modelu je minimizacija odstupanja od optimalne vrednosti parametra kvaliteta uglja za termoelektranu, na primer: 6700 kJ/kg ( $\pm 5\%$ ), tako da je za rešavanje konkretnog problema najpogodnija funkcija minimizacije odstupanja od projektovanog parametra sagorevanja uglja u bloku termoelektrane. Slika 5.8 levo prikazuje tehnološke blokove jednog scenarija, njihove podetaže sa vrednostima DTE, a desno su prikazane pozicije blokova, odnosno aktivnih bagera.

Simulaciju rada bagera, odnosno kreiranje (predloga) operativnog plana rada je moguće vršiti za različite vremenske periode, nekoliko sati, jednu ili više smena ili dana. Na početku simulacije bageri se pozicioniraju u prostoru, odnosno za svaki bager se unose podaci o tehnološkom bloku i podetaža na kojoj se oni nalaze, a softver na osnovu te pozicije iz baze podataka i ranije definisanog tehnološkog modela očitava kvalitet uglja koji bageri otkopavaju i ostale parametre potrebne za rešavanje optimizacionog problema (slika 5.9).

**Iz konfiguracije simulacije**

RB interv:	h (m)	DTE (kJ/kg)	Tip	Q (t/h)
1	2.20	9312	J	967.9
2	6.60	2266	J	2310.7
3	4.40	8242	U	2615.8
4	4.30	6638	U	2482.3
5	2.70	120	J	1592.9
6	1.00	0	J	586

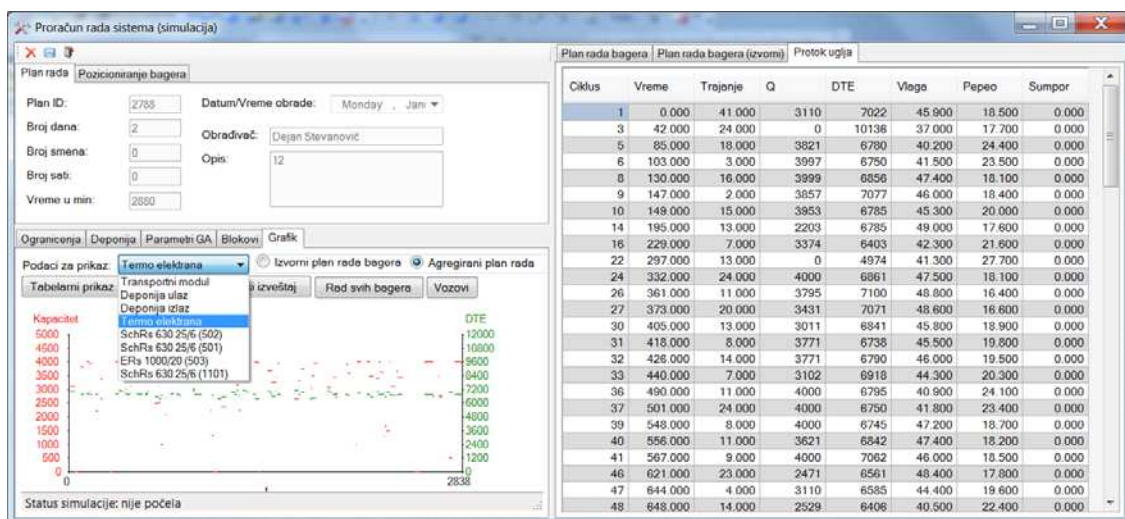
Slika 5.9. Ograničenja optimizacije

Kao rezultat procedure optimizacije program generiše operativni kapacitet kojim svaki bager treba da radi. Sve dok su polazni parametri modela važeći, tj. dok su isti bageri raspoloživi i dok rade u istom kvalitetu uglja važe dobijeni operativni kapaciteti. Čim se neki od uslova promeni, tj. čim neki od bagera promeni podetažu ili se desi zastoj na nekom od bagera, menjaju se uslovi rada i procedura optimizacije se automatski ponovo startuje za novonastalu situaciju. Na osnovu tehnologije rada evidentirane u bazi kroz tehnološke parametre bagera i bloka prati se njihovo napredovanje u prostoru i shodno tome se uzima odgovarajući kvalitet uglja iz modela ležišta, odnosno tehnoloških blokova.

Pri svakom pozivu modela optimizacije mogu da se dese dve situacije: da problem ima rešenje ili da ne postoji rešenje ciljne funkcije pod zadatim ograničenjima. Ukoliko se nađe rešenje, korisnik uglj (ili definisani procenat uglja) šalje direktno u termoelektranu, a ukoliko procedura optimizacije ne može da nađe rešenja, tada se sav proizvedeni uglj šalje na deponiju. Detaljan opis matematičkog modela planiranja deponije se daje u poglavlju 5.2.7.

## 5.2.6. Analiza rešenja

Sistem za izveštavanje omogućava sistematsku analizu simuliranog operativnog plana kroz grafički i alfanumerički prikaz rezultata. Tabelarni i grafički prikaz plana je dat u funkciji vremena i prikazuje kapacitet i kvalitet uglja za pojedinačne bagere, potom ponderisanu vrednost parametra kvaliteta uglja svih bagera (na zbirnom transporteru) i ukupan kapacitet proizvodnje. I na kraju, daje prikaz relevantnog parametra kvaliteta uglja (npr. sumpor ili DTE) na ulazu u deponiju i izlazu sa deponije kao rezultat homogenizacije uglja na deponiji, slika 5.10.



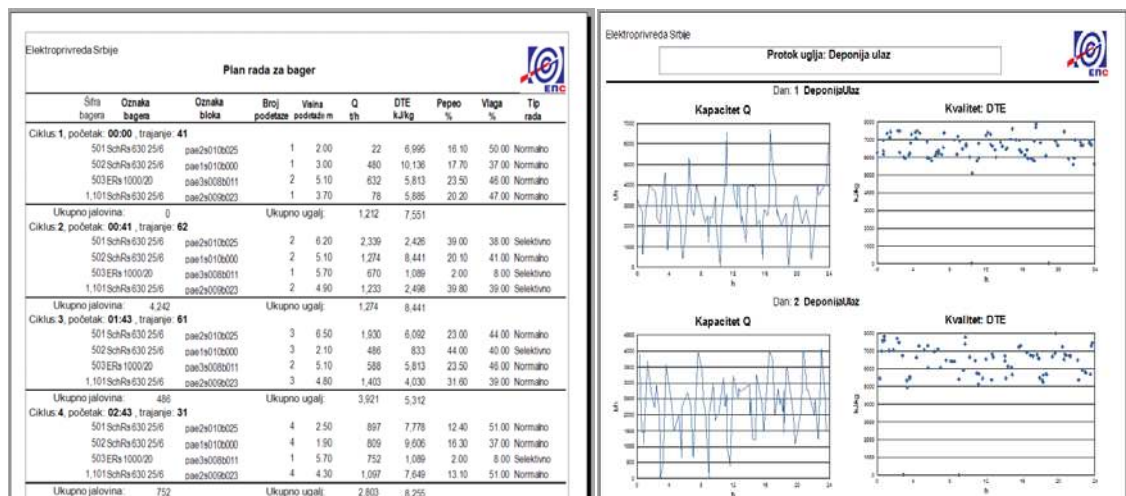
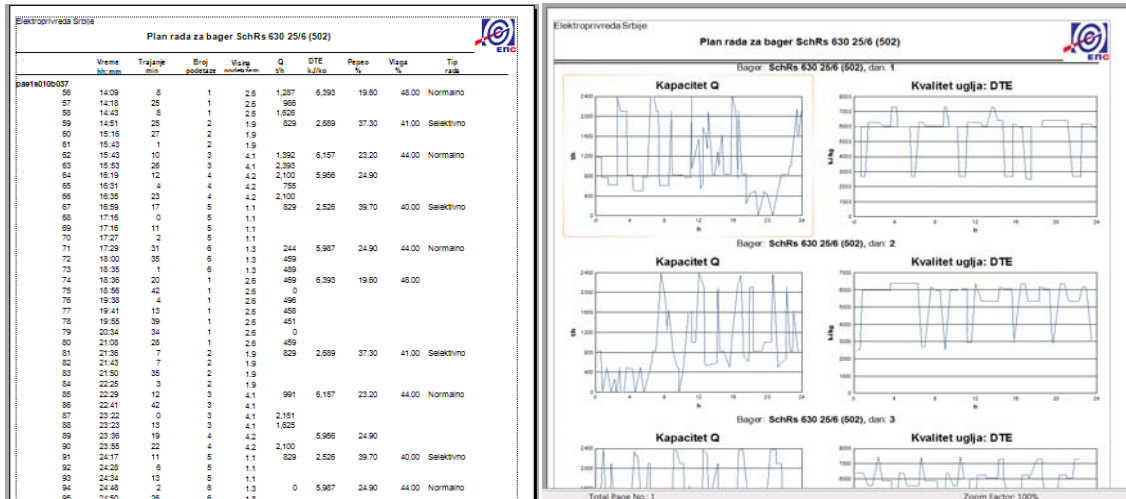
Slika 5.10. Grafički i tabelarni prikaz planiranog rada sistema

Softversko rešenje pruža mogućnost generisanja različitih izveštaja po bagerima i za ceo sistem, a izborom bloka na kom je pozicioniran rotorni bager može se pregledati grafički prikaz profila tehnološkog bloka u kom radi bager. Ukoliko korisnik nije zadovoljan urađenim operativnim planom, može ponoviti simulaciju sa korigovanim parametrima, ponovo izvršiti analizu i tako ponavljati proceduru sve dok se ne pronade optimalno rešenje operativnog plana.

Sistem izveštavanja takođe obuhvata: plan rada svakog bagera pojedinačno, plan rada svih bagera, plan za transportni sistem i ulaz na deponiju (ukupan kapacitet svih bagera i ponderisani kvalitet), plan otpreme uglja sa deponije termoelektrani i direktno sa kopa. Grafički prikaz plana rada je implementiran za rad bagera, sa

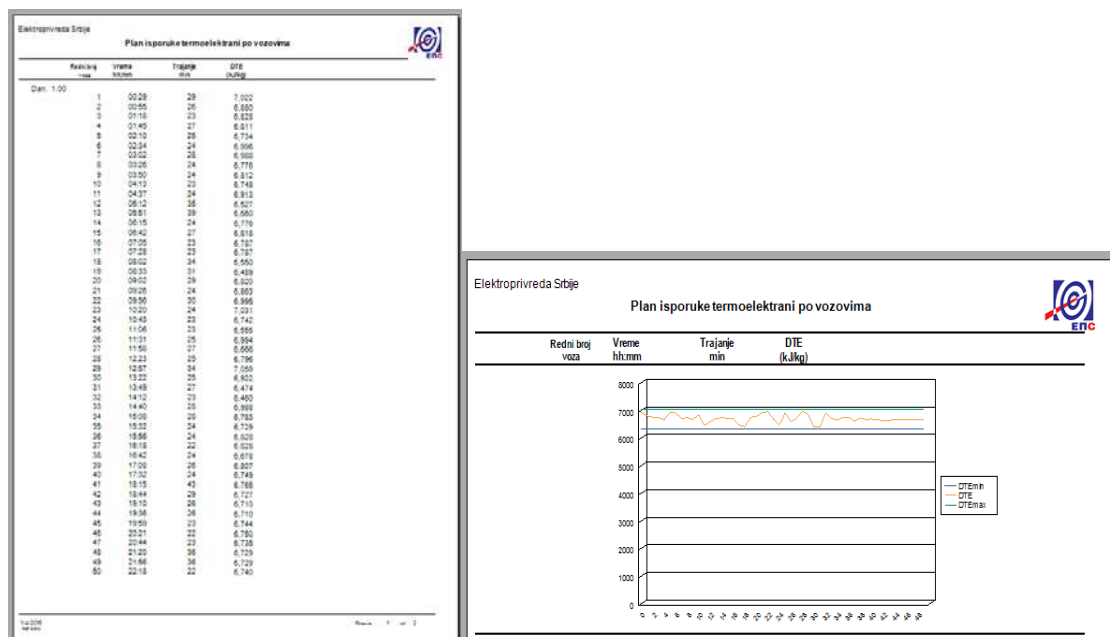


graficima kvaliteta i kapaciteta grupisanim po danima, potom odlaganje na deponiju grupisano po danima, transportni model (ukupan kapacitet svih bagera i ponderisani DTE), isporuka uglja termoelektrani sa deponije i isporuka uglja termoelektrani sa kopa, slika 5.11.



Slika 5.11. Primeri sistema izveštavanja (plan rada)

Konačno, realizacija plana isporuke uglja sa kopa prema termoelektrani se može kontinualno pratiti po planu za ceo dan, tabelarno i grafički (slika 5.12).



Slika 5.12. Plan isporuke uglja termoelektranama

### 5.2.7. Modeli za planiranje rada deponija uglja

Savremeni tehnološki sistemi eksploatacije uglja na površinskim kopovima, prvenstveno na kopovima lignita gde se javlja velika raslojenost ugljenih slojeva i promena parametara kvaliteta uglja u prostoru, obavezno podrazumevaju i deponije uglja, kao integralni deo tehnološkog sistema. U nastavku teksta sledi opis razvoja modela za planiranje rada deponija u funkciji upravljanja kvalitetom uglja.

#### 5.2.7.1. Efekat homogenizacije na deponiji

Deponije za homogenizaciju su tehnološki najkomplikovanije jer na njima od uglja promenljivog kvaliteta (na ulazu) treba “napraviti” ugalj poznatog, ujednačenog i ustaljenog kvaliteta (na izlazu). Zbog toga se kod deponija podrazumeva dinamičko odlaganje i dinamičko uzimanje. Ove deponije su, po pravilu, na kraju tehnološkog lanca upravljanja kvalitetom uglja te su i njihove mogućnosti ograničene i najčešće, uslovljene uspešnošću upravljanja kvalitetom u prethodnim fazama rada.

Veličina deponije za homogenizaciju uglja (prostorno i zapreminski) zavisi od karakteristika uglja. Što je kvalitet uglja na ulazu ujednačeniji, a zahtevani kvalitet

uglja na izlazu sa deponije umereniji to će i deponije biti manje. Homogenizacija na deponijama se obavlja u dva procesa: pri odlaganju i pri uzimanju sa deponije. Ispitivanja su pokazala da su mogućnosti homogenizovanja u fazi odlaganja značajno veće nego i fazi uzimanja (Zador, 1994). Detaljniji opis dimenzionisanja deponije dat je od strane Kneževića i dr. (2014).

Tehnologija rada na deponijama za homogenizaciju vezana je za formiranje određenog broja paketa, najčešće je to paran broj, tako da dok se jedan paket puni, drugi se prazni. Pri tome, svaki paket treba do kraja potpuno napuniti i do kraja potpuno isprazniti.

Efikasnost homogenizacije se statistički definiše odnosom standardne devijacije istog parametra kvaliteta uglja na ulazu i na izlazu sa deponije. Korišćenje ovako definisane efikasnosti homogenizacije nije praktično jer nedostaju podaci vezani za zapreminu deponije, način odlaganja, debljinu slojeva, način izuzimanja, greške uzorkovanja i analize itd., (Wolpers F.M., 1995). Zbog toga se efekat homogenizacije vezuje za broj odloženih slojeva i može približno da se proceni po empirijskom obrascu:

$$E = k \cdot \sqrt{n} , \text{ gde je } n \text{ broj slojeva u poprečnom preseku.} \quad (5.8)$$

Koeficijent  $k$  se kreće od 0,5 do 0,7 i teško je objasniti kada je 0,5, a kada 0,7.

Bolji način za praćenje efikasnosti jeste simulacijom vrednosti standardne devijacije, za izabrani parametar i za svaki sloj:

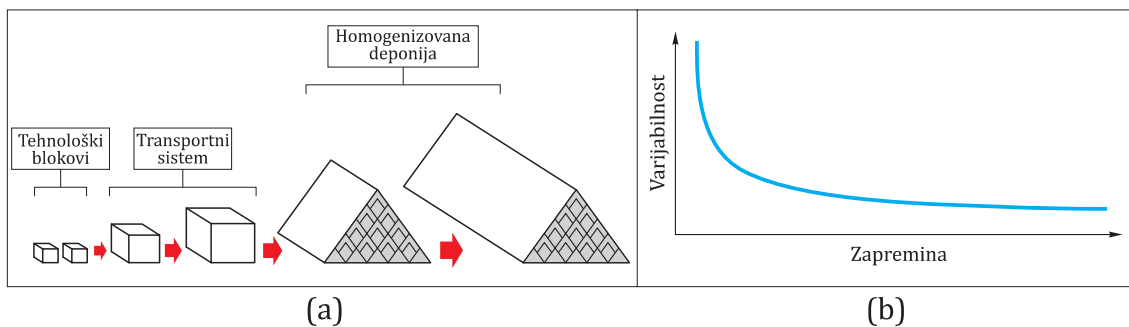
$$HE = \frac{\sigma^{in}}{\sigma^{out}} \quad (5.9)$$

Ukoliko se rade simulacije više paketa na deponiji, efekat homogenizacije se računa za svaki ciklus odlaganja i uzimanja. Računa se težinska (ponderisana) srednja vrednost izračunatog efekta homogenizacije (EH).

$$\overline{EH} = \frac{\sum_i q_i \frac{\sigma_i^{\text{in}}}{\sigma_i^{\text{out}}}}{\sum_i q_i} \quad (5.10)$$

gde je:  $q_i$  količina rude ili uglja u  $i$ -tom ciklusu.

Grupisanjem eksploatacionih tehnoloških blokova i formiranjem paketa na deponiji, prosečni sadržaj parametra kvaliteta uglja u tom paketu je bliži planiranom srednjem sadržaju u odnosu na sadržaj iz svakog pojedinačnog bloka koji čine taj paket. Ovaj fenomen smanjenja varijanse je dobro poznat i misli se na odnos zapremina - varijanse (David, M. 1977, Parker, 1979). Kao što možemo videti iz ilustracije naslici 5.13, što je paket veći on je efikasniji u smanjenu varijabilnosti. Međutim, postoje ekonomska i operativna ograničenja u veličini paketa.



Slika 5.13. Odnos zapremine i varijabilnosti (kako se masa analiziranog paketa povećava (a), varijansa između sadržaja se smanjuje (b))

### 5.2.7.2. Matematički modeli deponija

U ovoj disertaciji se definiše metodologija i razvija softversko rešenje za simulaciju različitih načina dimenzionisanja deponije i određivanje optimalnog broja slojeva od kojih se ona sastoji. U ovom odeljku prikazan je matematički model i softversko rešenje koje pomaže u izboru optimalnih parametara deponije u funkciji opreme koja će raditi na deponiji. Izložena je i verifikacija metodologije i testiranje softvera u studiji slučaja kroz rezultat softverske simulacije odlaganja i uzimanja sa deponije prema uvedenim tehnologijama. Smanjenje varijacije podataka na ulazu se postiže formiranjem deponije odgovarajućih dimenzija, načina odlaganja i broja slojeva.

Grupisanjem eksploatacionih blokova srednja vrednost tako formirane gomile je bliža godišnjoj srednjoj vrednosti od pojedinačnih vrednosti slojeva koji je formiraju. Naravno, što je broj slojeva veći, to je veći stepen homogenizacije, ali i troškovi formiranja deponije su veći. Matematički model formiranja deponije i uzimanja uglja sa deponije zavisi od tipa mašina koje se koriste, tako da će biti opisana dva najčešće korišćena matematička modela deponovanja: Windrow i Strata. Izračunavanje kvaliteta pri uzimanju sa deponije sa Windrow modelom se bazira na Monte-Karlo simulaciji, a za Strata model korišćenjem egzaktnih geometrijskih izračunavanja.

Model omogućava formiranje deponije na dva načina: na osnovu plana proizvodnje i na osnovu stohastički generisanih podataka. Prvi način se zasniva na geološkom modelu ležišta i optimizaciji genetskim algoritmom opisanim u odeljku 4.13., dok drugi koristi simulirane podatke, odnosno generisanje slučajnih veličina po unapred definisanim teorijskim raspodelama verovatnoća za vodeći parametar kvaliteta (sumpor ili DTE), Stevanović (2014).

### 5.2.7.3. Windrow model deponije

- **Model formiranja deponije**

Nakon analize nekoliko razmotrenih opcija Windrow odlaganja izabrali smo geometriju objašnjenu u Robinson G.K. (2004). Na slici 5.14 je prikazan presek paketa deponije, pri čemu brojevi prikazuju redosled u kom se slojevi odlažu.

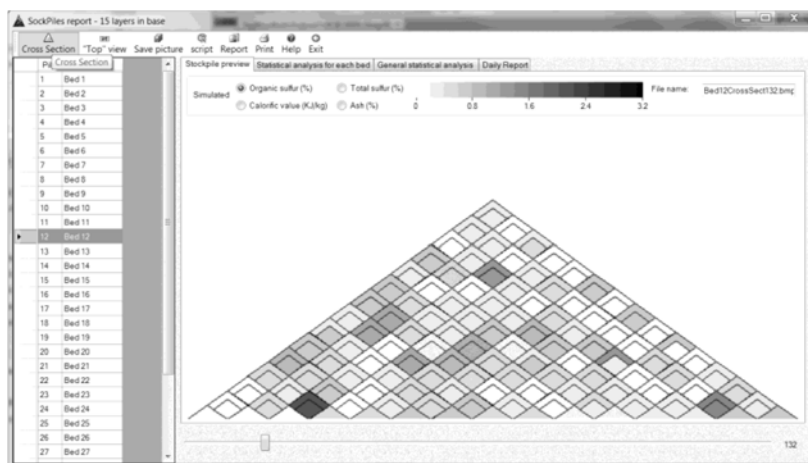
Razvijeno softversko rešenje uzima više ulaznih parametara što omogućava detaljnu analizu. Jedan od važnih ulaznih parametara je broj slojeva u osnovici ( $n$ ), na osnovu kog se računa ukupan broj slojeva. U sledećem sloju ima  $n-1$  kvadrata, potom  $n-2$ ,... Tako se dolazi do ukupnog broja:

$$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 1 = \frac{(n-1) \cdot n}{2} \quad (5.11)$$

parova kvadrata i ugaonih oblika. Tako je ukupan broj slojeva

$$n + 2 \frac{(n-1) \cdot n}{2} = n + n^2 - n = n^2 \quad (5.12)$$

Na primer, ako je ulazni podatak za broj u osnovici 10, tada ima ukupno 100 slojeva u paketu deponije.



Slika 5.14. Windrow model deponije

Geometrija deponije je definisana još i dužinom, širinom, visinom i nagibom. Softversko rešenje omogućava vizuelizaciju preseka na proizvoljnim pozicijama i pogled "odozgo" svih odloženih slojeva.

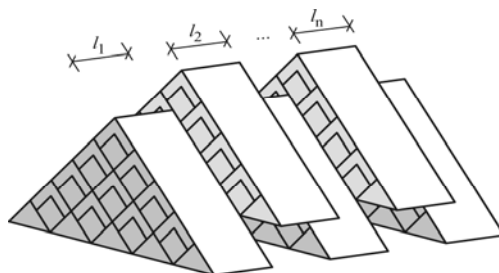
- **Model uzimanja uglja**

Homogenizacija uglja na deponiji pretpostavlja da svaki sloj sadrži jednaku količinu odloženog materijala. Ovo je dobra aproksimacija za neke modele odlaganja i uzimanja sa deponija, ali to nije dobra aproksimacija za većinu deponijskih sistema. Zato je razvijen model za računanje performansi deponijskog sistema koji uzima sa deponije nejednake količine materijala iz odloženih slojeva ovom metodom.

U opštem slučaju, prilikom uzimanja uglja sa deponijene uzima se cela visina paketa (pile) u jednom prolazu, već iz više prolaza. Materijal se uzima iz pozicije pri osnovi paketa koji je paralelan sa  $x$  osom. Linija uzimanja se pomera duž osnovice, paralelno sa  $y$ -osom, slika 5.15.

Kvalitet se računa kao ponderisana vrednost odsečaka slojeva koji su zahvaćeni vedricama bagera u okviru definisane matrice podataka. U izračunavanju, kvalitet se ponderiše zapreminom: neka je  $x_{ij}$  srednji DTE u sloju  $i$  tako da je rastojanje od

početka sloja u opsegu  $[(i-1)*d, j*d]$ , gde je  $d$  debljina odsecanja pri uzimanju sa deponije.



Slika 5.15. Windrow model uzimanja

Debljina odsečka zavisi od tehničkih karakteristika opreme. Slojevi se mogu onda prikazati kao matrica:

$$\begin{matrix}
 X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\
 X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 X_{m1} & X_{m2} & \cdots & X_{mn}
 \end{matrix} \quad (5.13)$$

gde je  $m$  broj odloženih slojeva,  $l$  dužina deponija, a  $n=l/d$ . Neka je zapremina uzetog uglja sa sloja  $i$  u odsečku  $j$  označena sa  $v_{ij}$ . Srednji DTE uzetog uglja u odsečku  $j$  se računa po formuli:

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_i v_{ij} X_{ij}}{\sum_i v_{ij}}. \quad (5.14)$$

Na slici su prikazani Windrow odresci i treba izračunati ponderisanu vrednost kvaliteta na osnovu odloženih pojedinačnih kvaliteta i geometrije slaganja slojeva. Zbog nepravilnih i različitih geometrijskih oblika poprečnog preseka, korišćena je Monte-Karlo aproksimacija izračunavanja određenog integrala.

Neka je  $f$  funkcija i  $I_V(f)$  određeni integral te funkcije:

$$I_V(f) = \int_{a_1}^{b_1} dx_1 \int_{a_2}^{b_2} dx_2 \cdots \int_{a_n}^{b_n} dx_n f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \int_V f(\vec{x}) d\vec{x}, \quad (5.15)$$

za oblast integracije  $V = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \dots \times [a_n, b_n]$ .

Monte Karlo aproksimacija određenog integrala se računa kao:

$$A_n(f) = \frac{|V|}{N} \sum_i f(\bar{x}_i) \quad (5.16)$$

gde je  $|V|$  zapremina oblasti integracije, a  $\bar{x}_i$  su slučajne tačke uzete iz oblasti integracije. Vrednost  $A_n(f)$  konvergira ka vrednosti  $I_V(f)$  kako  $n$  teži beskonačnosti.

Varijansa procene se računa kao:

$$\text{Var}(A_n(f)) = |V|^2 \frac{\text{Var}(f)}{n} \quad (5.17)$$

Kako je varijacija integrabilne funkcije ograničena, varijansa procene se smanjuje kao  $1/\sqrt{n}$ .

Neka je  $C_p(x)$  karakteristična funkcija poligona. Za svaku tačku, ova funkcija daje vrednost 1 ako je tačka u poligonu, i 0 ako je van. Funkcija se računa uzimajući proizvoljnu polupravu iz tačke koja preseca strane poligona. Ako je broj preseka neparan vrednost funkcije je 1, a ako je paran 0.

Ugrađivanjem ove funkcije u opštu formulu za Monte Karlo integraciju može se aproksimirati površina poligona. Da bi se izračunao presek poligona  $P_1, P_2, \dots, P_n$  treba iskoristiti karakterističnu funkciju preseka, što je proizvod karakterističnih funkcija poligona, tj.  $C_{p_1}(x)C_{p_2}(x)\cdots C_{p_n}(x)$ .

#### 5.2.7.4. Strata model deponije

- **Model formiranja**

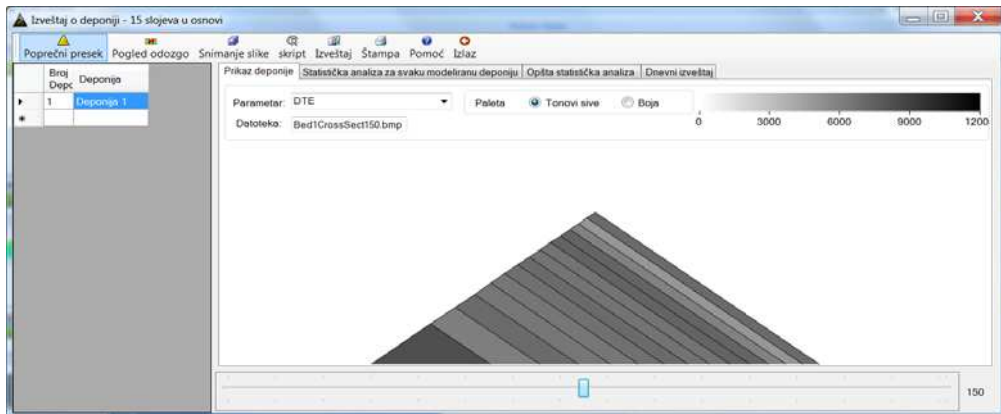
Deponija se formira kretanjem mašine duž deponije odlažući približno istu količinu materijala po jedinici dužine deponije u svakom odloženom sloju. Odloženi slojevi se zatim konstantno formiraju sa istim proporcijama, i shodno tome, površine poprečnog preseka svakog odloženog sloja su iste ( $A_1 \approx A_2 \approx A_3 \dots \approx A_n$ ), slika 5.16.

- **Model uzimanja uglja sa deponije**

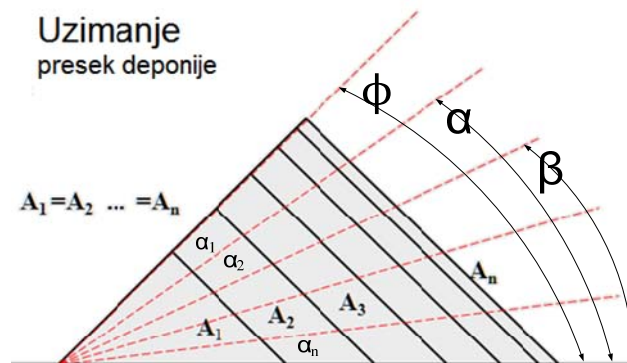
Kod uzimanja uglja radni element deponijske mašine se kreće duž depoa i prelazi na nižu kotu pri svakom sledećem prolazu. Odloženi slojevi se zatim konstantno



homogenizuju sa istim proporcijama. Da bi se izračunao kvalitet uglja koji se uzima u jednom prolazu potrebno je odrediti površine odsečaka slojeva i naći uglove odsecanja (crvena isprekidana linija)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  koji nisu jednaki: gornji su veći, a donji su manji tako da je zahvaćena površina odnosno kapacitet isti.



Model formiranja strata deponije



Slika 5.16. Strata model deponije

Neka je  $\phi$  nagib deponije i neka su  $\alpha$  i  $\beta$  uglovi pod kojim stoji radni element izuzimača pre i posle menjanja nagiba. Presek prave određene nagibom strele sa jedne strane, i pravom određenom nagibom deponije sa druge strane (što su koordinate vrha paketa kad se gleda presek gomile) je rešenje sistema jednačina:

$$y = x \times \tan \alpha \quad (5.18)$$

$$y = a \times \tan \phi - x \times \tan \phi \quad (5.19)$$

gde je:  $a$ - širina deponije.

Rešenje je:

$$\begin{aligned}x &= \frac{a \times \tan \phi}{\tan \phi + \tan \alpha} \\y &= \frac{a \times \tan \phi \times \tan \alpha}{\tan \phi + \tan \alpha}\end{aligned}\tag{5.20}$$

i analogno za  $\beta$ .

Da bi se izračunala površina koju ugao promene nagiba treba da zahvati, potrebno je izračunati sledeće vrednosti:

- vreme pražnjenja pune deponije  $T = 3600M/Q$ , gde je  $M$  masa pune deponije, a  $Q$  maksimalni kapacitet rada deponijske mašine,
- broj prolaza deponijske mašine duž deponije pri maksimalnoj brzini kretanja  $N = Tv/L$ , gde je  $v$  maksimalna brzina kretanja deponijske mašine, a  $L$  dužina deponije, i
- samu traženu površinu  $\Delta P = M/N\rho L$ , gde je  $\rho$  gustina materijala na deponiji.

Površina preseka deponije u trenutku kad je nagib radnog elementa uzimača  $\alpha$  je:

$$P_{\alpha} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a \cdot \tan \phi \tan \alpha}{\tan \alpha + \tan \phi}$$

i analogno za  $\beta$ .

Potrebno je naći takvo  $\beta$  (ugao radnog elementa nakon pomeranja) da važi:

$$P_{\alpha} - P_{\beta} = \Delta P\tag{5.21}$$

što je stvar algebarskih transformacija koje ova disertacija ne obrađuje, a samo rešenje je:

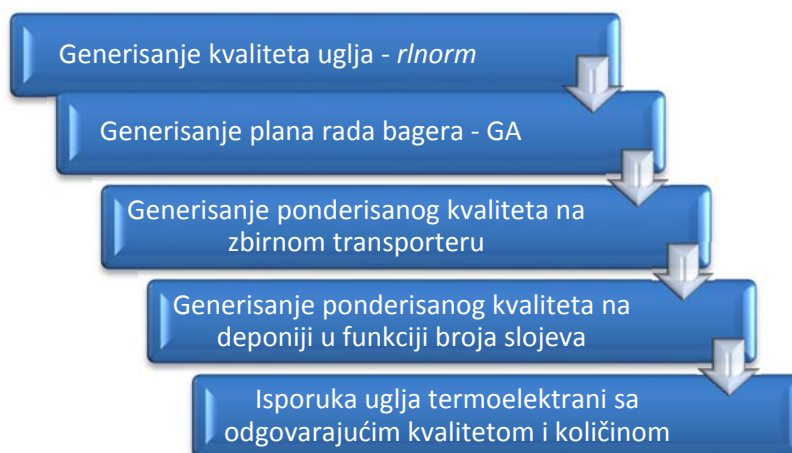
$$\beta = \arctan\left(\frac{\tan \phi \times (2\Delta P \tan \alpha + 2\Delta P \tan \phi - a^2 \tan \alpha \tan \phi)}{a^2 \tan \phi \tan \alpha - (a^2 \tan \phi + 2\Delta P)(\tan \alpha + \tan \phi)}\right)\tag{5.22}$$

### 5.3. Primer - Simulacija operativnog plana upravljanja kvalitetom uglja

Primarni cilj simulacije operativnog plana proizvodnje je da se definišu svi procesi otkopavanja uglja tako da se obezbedi potreban kvalitet (DTE ili sumpor) i potrebna količina uglja za termoelektrane u određenom planskom periodu. Planovi proizvodnje, razvoj rudarskih radova i strategija upravljanja kvalitetom uglja zahtevaju dobro poznavanje relevantnih geoloških svojstava ležišta. Prvenstveno je bitna pouzdana prostorna interpretacija parametara kvaliteta uglja u ležištu na bazi relevantnih istražnih radova, što je osnov za izradu pouzdanog plana proizvodnje.

Da bi se što efikasnije procenio uticaj ovih faktora na izradu pouzdanog plana upravljanja kvalitetom uglja primenićemo stohastički simulacioni model. Stohastički simulacioni model se koristi za generisanje više, podjednako verovatnih scenarija, pri čemu svaki scenario reprodukuje vrednost uzorkovanih parametara kvaliteta i njihov prostorni kontinuitet. U modelu se koristi lognormalna raspodela za generisanje parametra kvaliteta uglja (sumpor ili DTE), a uniformna raspodela za otkopane količine uglja. Parametri raspodela se zasnivaju na histogramima raspodele uzoraka uzetih iz reprezentativnog dela ležišta tako da oslikavaju prirodnu varijabilnost kvaliteta uglja.

Na slici 5.17. su prikazani koraci izvršenja simulacije za potrebe generisanja operativnog plana eksploatacije u funkciji upravljanja kvalitetom uglja.

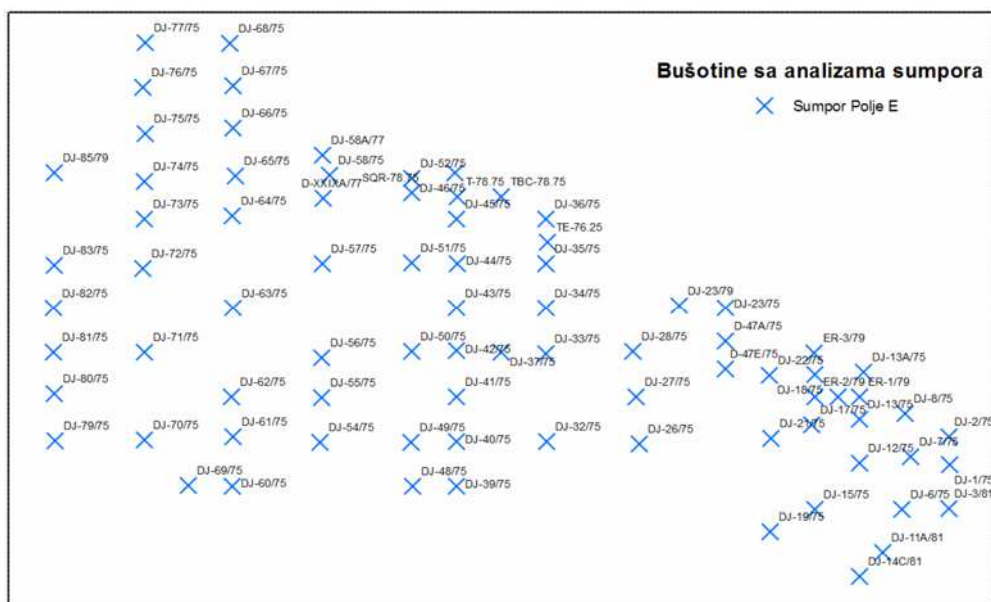


Slika 5.17. Koraci izvršenja razvijenog modela

## **Primer simulacije operativnog plana – Polje E**

Praktičan primer stohastičke simulacije plana upravljanja kvalitetom uglja koristi podatke sa ležišta uglja u Kolubarskom ugljanom basenu - Polje E, slika 5.18. Osnovni koraci u simulacionoj analizi su sledeći:

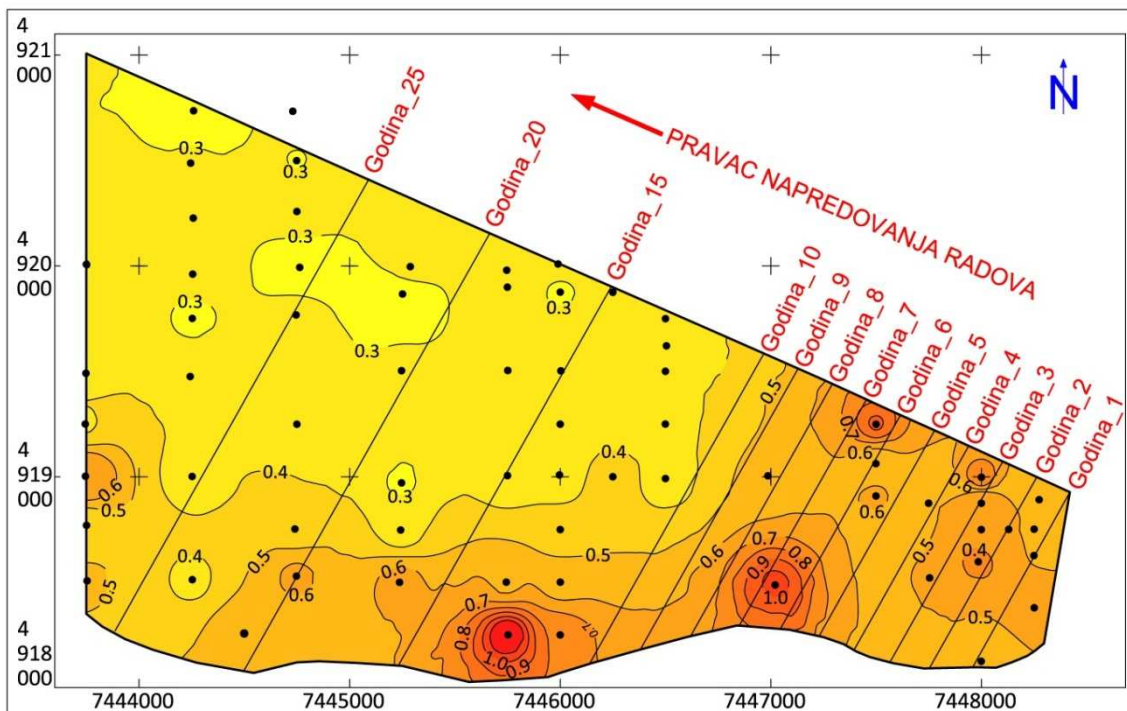
1. Kreiranje geološke baze korišćenjem podataka dobijenih iz istražnih bušotina (slika 5.18), i potom razvoj geološkog modela ležišta korišćenjem softvera Minex™. Raspoloživi uzorci sa hemijskim analizama sadrže 1118 uzoraka sa podacima o toplotnoj moći, kao i 632 uzorka sa podacima vezanim za analizu sumpora.



Slika 5.18. Prikaz pozicija istaržnih radova na ležištu Polje E

Analiza raspoloživih podataka o hemijskim analizama sumpora je pokazala da neki delovi ležišta imaju izuzetno visok sadržaj organskog sumpora, preko 1,5%. Statistička analiza je takođe pokazala da je za 95-ti percentil sadržaj sumpora nešto preko 1%, dok se u većem delu ležišta sadržaj sumpora kreće oko 0,4%, slika 5.19. Zbog kompleksne prostorne distribucije uglja (3 ugljena sloja različite strukture), sadržaj sumpora se jasno nameće kao osnovni parametar po kome je neophodno izvršiti homogenizaciju uglja. Dodatni parametar, čiju vrednost je takođe neophodno tretirati u procesu homogenizacije, je toplotna moć uglja.

Analizirani eksploatacioni prostor kopa diskretizovan je na 28 eksploatacionih blokova (svaki blok obuhvata godišnje napredovanje), od po 200 m širine, slika 5.19. Procena prostorne distribucije sadržaja sumpora po tehnološkim blokovima je vršena za svaki ugljeni sloj ukoliko se javlja u okviru razmatranog tehnološkog bloka metodom inverznog rastojanja. Ova procedura je ponovljena za svaki tehnološki blok u okviru svake otkopne ugljene etaže. Izolinije procenjenog sadržaja sumpora u ležištu su prikazane na slici 5.19.



Slika 5.19. Dugoročni plan eksploatacije sa distribucijom sumpora u ležištu

2. Generisanje podjednako verovatnih parametara rada svakog bagera (kvaliteta uglja i kapaciteta bagera) je izvršeno korišćenjem softvera Rsim (Murphy 1993, Rossiter 2009). Ovakav pristup pruža niz mogućih vrednosti relevantnog parametra za svaki tehnološki blok. Za generisanje skupova slučajnih podataka korišćena je funkcija *rlnorm* koja generiše slučajne brojeve (srednju vrednosti i standardnu devijaciju) preko lognormalne raspodele.

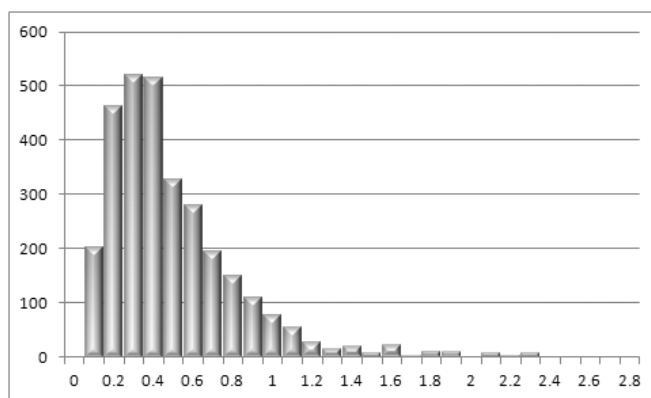
Statističkom analizom podataka o sadržaju sumpora u ležištu (slika 5.20) određeni su sledeći parametri za simulaciju:

$ss\_mean=0.465; ss\_stdev=0.351;$

$$ss\_meanlog = \log(s\_mean) - \frac{1}{2} \log\left(1 + \frac{s\_stdev^2}{s\_mean^2}\right)$$

$$ss\_sdlog = \sqrt{\log\left(1 + \frac{s\_stdev^2}{s\_mean^2}\right)}$$

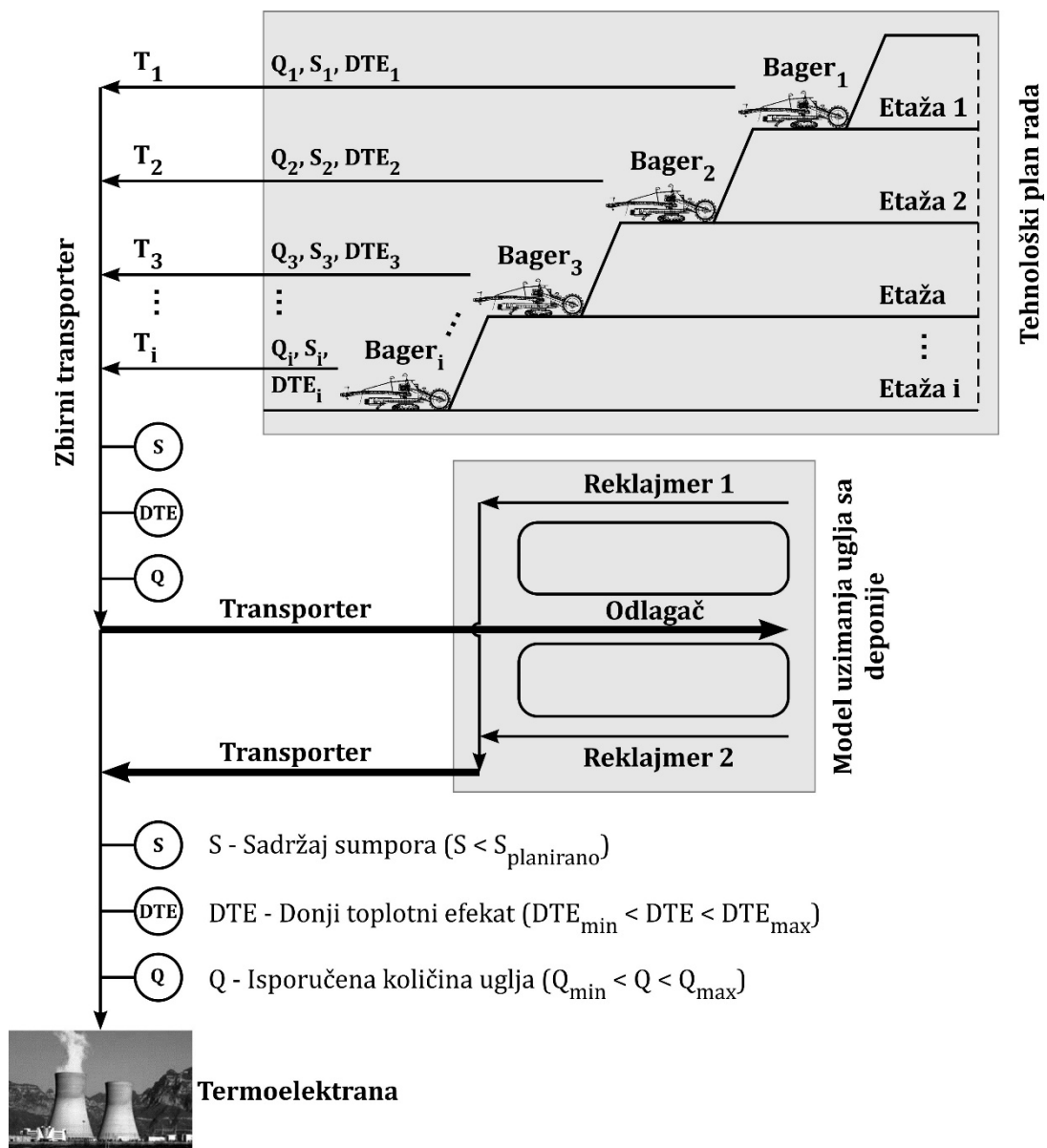
$$y = rlnorm(1, ss\_meanlog, ss\_sdlog)$$



Slika 5.20. Distribucija sumpora u ležištu, originalni podaci

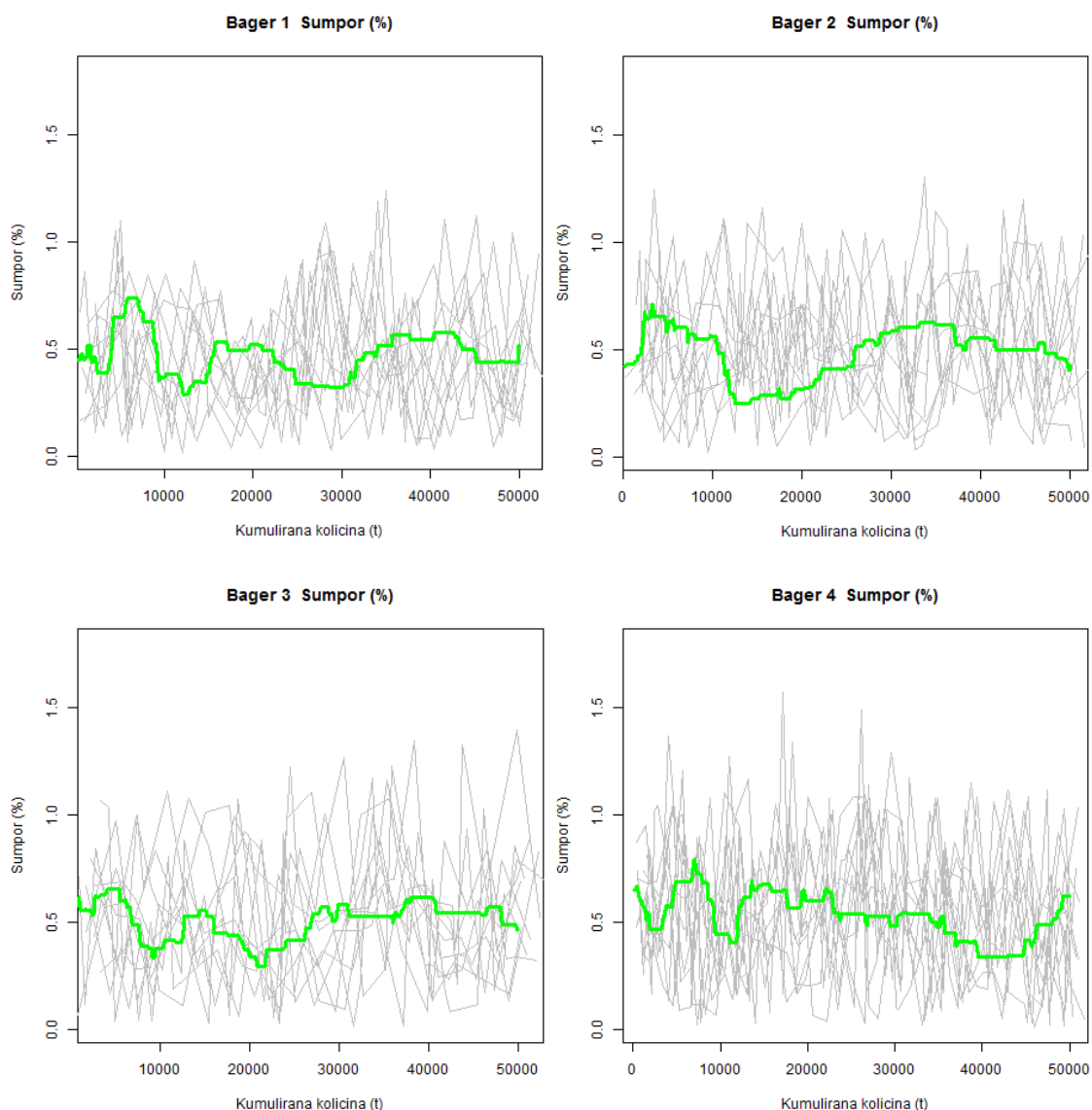
3. Simulacija plana formiranja paketa uglja na deponiji korišćenjem modela tehnoloških blokova iz operativnog plana proizvodnje, dobijenog na osnovu podataka iz geološkog modela ili na osnovu simuliranih skupova podataka. Generisanje paketa uglja se realizuje simuliranjem odlaganja sekvence otkopanih i transportovanih tehnoloških blokova uglja po nekom od unapred definisanih modela deponije: windrow ili strata.
4. Simulacija uzimanja uglja sa deponije sa praćenjem odstupanja od ciljne vrednosti parametra, preko standardnih devijacija na izlazu sa deponije. Ukoliko su standardne devijacije na izlazu veće od planiranih, odnosno ako odstupanje premašuje zadate granice, povećava se broj slojeva u paketu dok se ne dođe do prihvatljivog stepena varijabilnosti, odnosno zahtevanog parametra kvaliteta.

Simulirani integralni model upravljanja kvalitetom uglja se sastoji od tri podmodela: operativni tehnološki model, model formiranja deponije i model uzimanja uglja sa deponije, slika 5.21.



Slika 5.21. Integralni tehnološki model upravljanja kvalitetom uglja

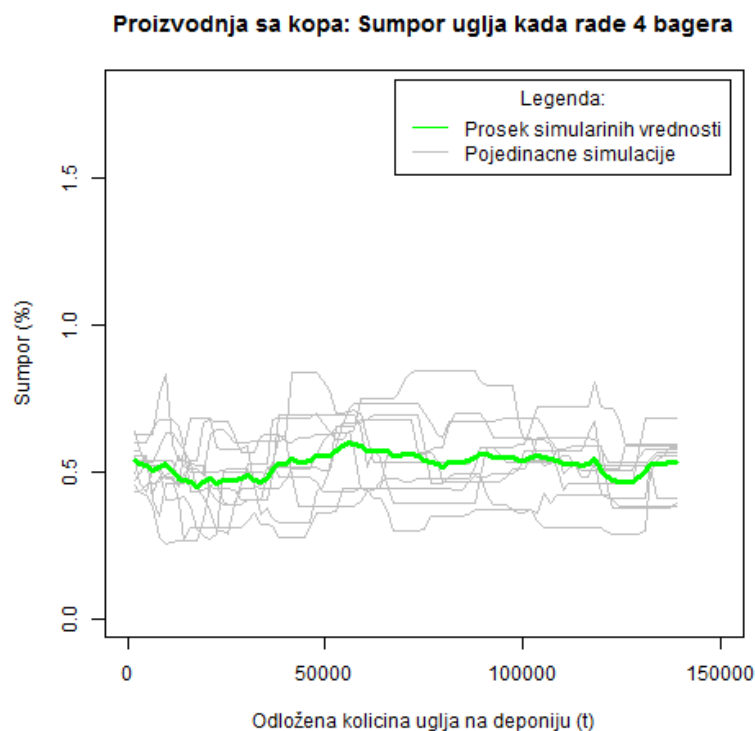
Simulacija plana otkopavanja uglja sa varijacijom kvaliteta sumpora po etažama, odnosno pojedinačno za svaki bager (4 bagera) u zavisnosti od otkopane količine uglja u tonama je prikazana na slici 5.22. Radi preglednosti dijagrama prikazuje se samo 10 simuliranih ciklusa rada svakog bagera. Zelena linija predstavlja ponderisanu vrednost sadržaja sumpora za 10 simuliranih ciklusa.



Slika 5.22. Simulacija plana rad bagera, prikaz sumpora u otkopanom uglju u ciklusima

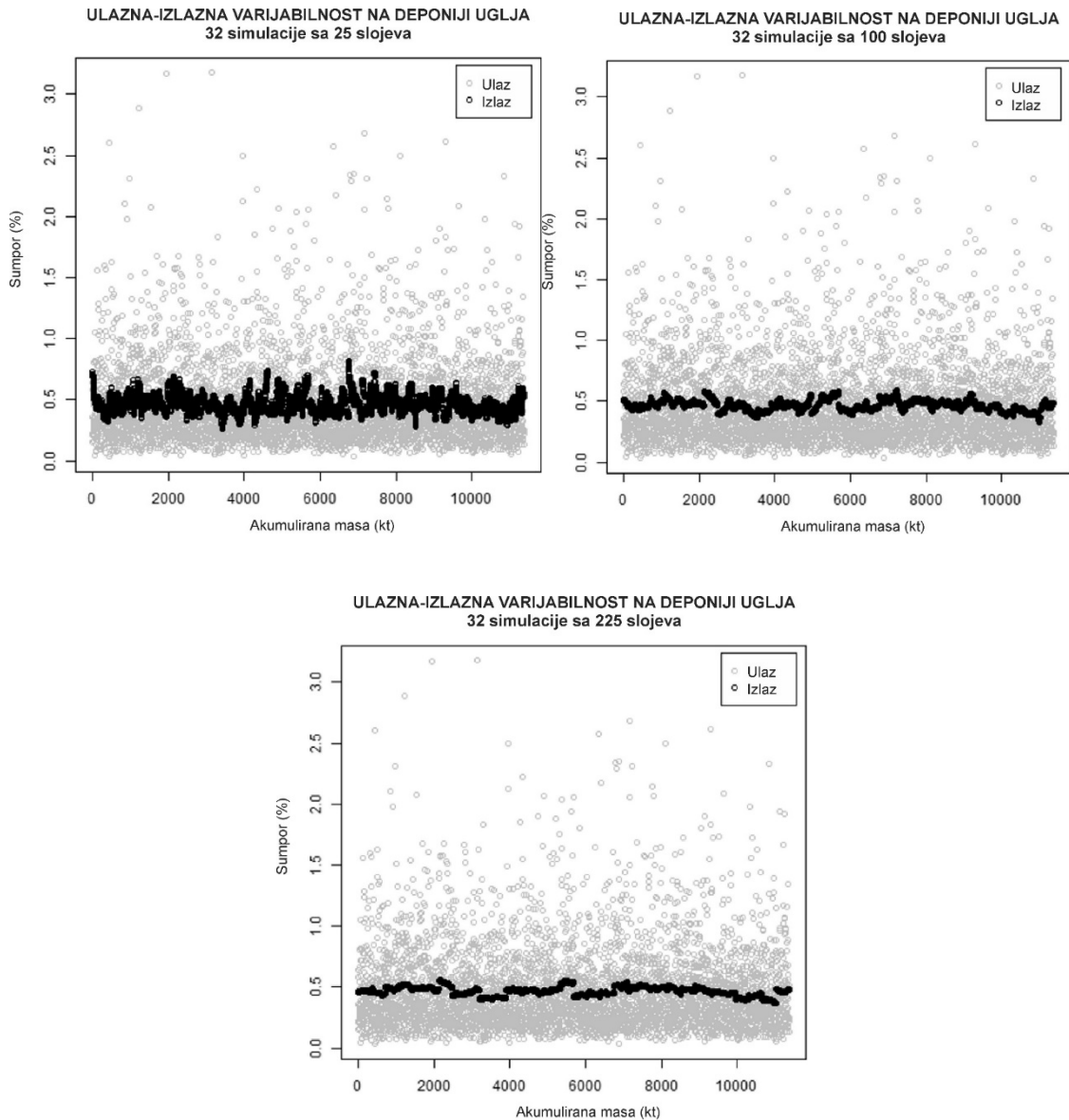
Proizvodnja uglja sa kopa, odnosno sa zbirnog transportera (ulaz na deponiju) se prati u ciklusima od po 90.000 t, što predstavlja količinu potrebnu da se formira jedan paket na deponiji. Slično kao kod pojedinačnih bagera, prikaz celog sistema osim sivih linija uključuje i ponderisanu vrednost sumpora (zeleno linija) po simuliranim ciklusima, (slika 5.23). Sa slike se može zaključiti da se prosečna vrednost sumpora na zbirnom transporteru, odnosno na ulazu u deponiju, kretala oko 0.5%, što je značajno manja varijacija nego kod rada pojedinačnih bagera, slika 5.22.





Slika 5.23. Simulacija sadržaja sumpora u uglju na zbirnom transporteru, ulaz na deponiju uglja

U sledećem koraku su analizirane performanse procesa homogenizacije u zavisnosti od broja odloženih slojeva po paketu. Kao ilustracija, na slici 5.24. su prikazani rezultati simulacije za promenljiv broj odloženih slojeva po paketima 25, 100 i 225. Može se videti različita varijabilnost ulaznih i izlaznih (obrađenih) podataka u funkciji broja slojeva u paketu. Prikazuju se svi paketi koji su odloženi, odnosno uzeti u simulaciji i to sa različitim brojem slojeva. Na slici 5.24. sivim kružićima prikazani su ulazni podaci, horizontalna (x-osa) predstavlja kumulativnu masu ulja deponovanu do razmatranog momenta, dok je na vertikalnoj (y-osi) predstavljen procentualni sadržaj organskog sumpora. Crnim kružićima predstavljen je procenat organskog sumpora nakon procesa homogenizacije. Može se primetiti da se izlaz (iz procesa homogenizacije) sastoji od više segmenata sa relativno malom međusobnom varijacijom. Svaki segment zapravo odgovara jednom ciklusu uzimanja uglja sa deponije. Sa promenom trenda u ulaznim podacima, neizbežno se menja i srednja vrednost segmenata, odnosno izlaza sa deponije.

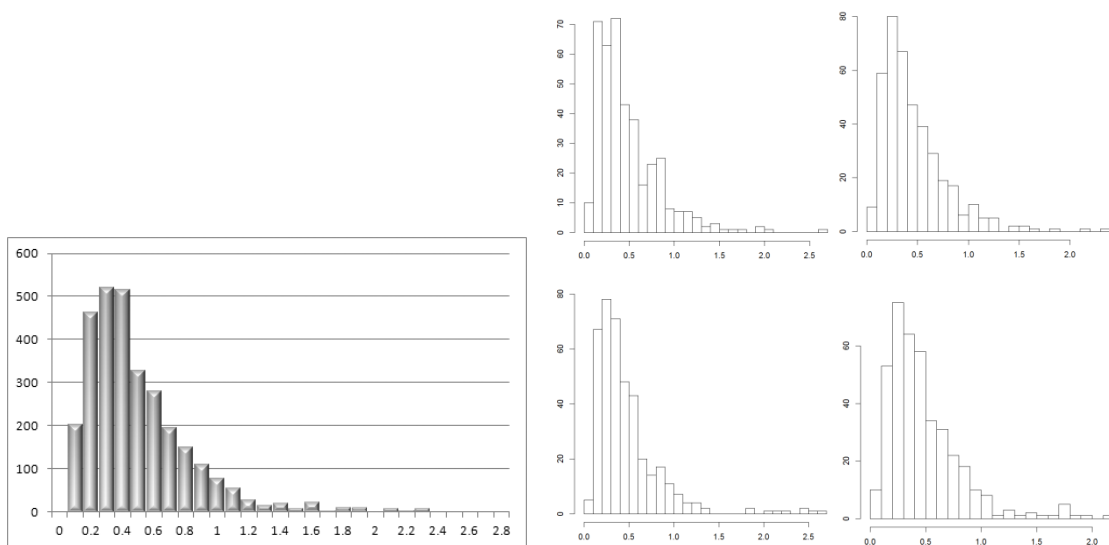


Slika 5.24. Sumpor u paketima koji se odlažu na, odnosno, uzimaju sa deponije u funkciji odložene mase

Ovim se može objasniti zašto se u slučaju snabdevanja termoelektrane ugljem sa deponije javlja manja varijabilnost kvaliteta, nego u slučaju kada se termoelektrana direktno snabdeva ugljem (iz razmatranih rudarskih blokova), bez predhodnog deponovanja. Povećanjem broja slojeva na deponiji povećavaju se performanse procesa homogenizacije, međutim sa operativne tačke gledišta, povećanje veličine deponije za posledicu ima i povećanje angažovane opreme, što može biti nepraktično ili čak neizvodljivo. Iz tih razloga, optimalna veličina deponije je ona

minimalna veličina koja će garantovati varijabilnost kvaliteta uglja u projektovanim i prihvatljivim granicama.

Uzimajući u obzir sve neophodne informacije iz operativnog planiranja, preko simulacionog modela deponije, t.j. simulirane vrednosti tehnoloških blokova i redosleda otkopavanja, prosečna vrednost sumpora u homogenizovanim paketima (deponijama) može biti određena. Varijabilnost u različitim paketima je određena za različit broj slojeva u razmatranom paketu. Pri ovome razmatranju u obzir je uzeta činjenica da rotorni bageri rade sa različitim kapacitetima, kao i parametrima kvaliteta, zavisno od bloka koji otkopava. Slika 5.25. prikazuje da simulirani model verodostojno reprezentuje histogram originalnih podataka. Na levoj strani slike prikazan je histogram originalnih podataka (sumpora), dok je na desnoj strani prikazan histogram generisan pomoću algoritma za sekvencijalnu lognormalnu simulaciju, za razmatrani geološki domen.



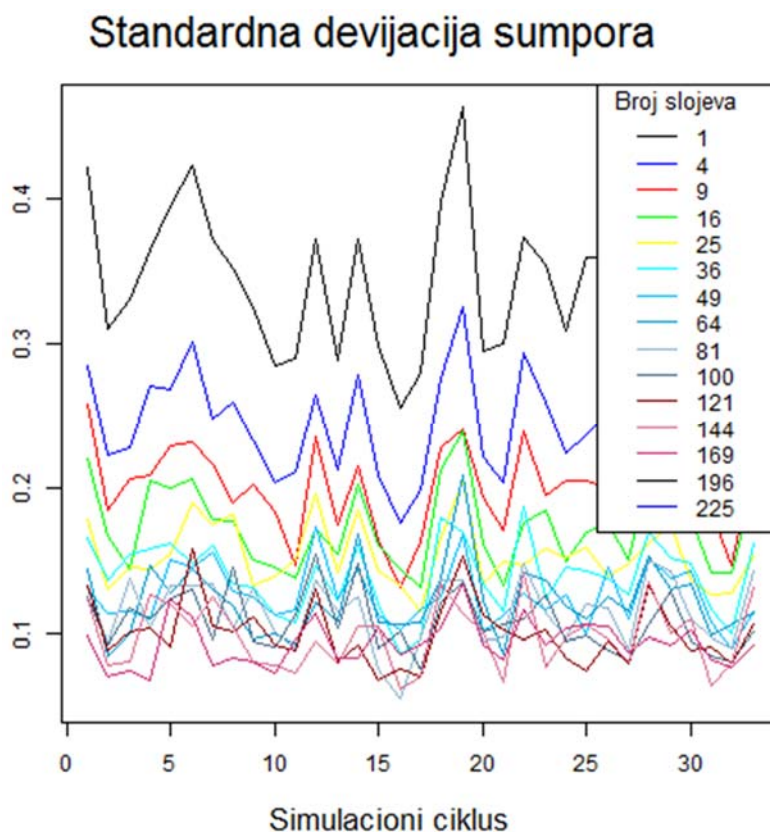
Slika 5.25. Histogram sumpora originalni podaci (levo) i simulirani podaci sumpora (desno)

Homogenizacijom uglja na deponiji se očigledno smanjenje varijabilnost parametara kvaliteta, ali se postavljaju pitanja kako meriti promenljivost i koliko slojeva na deponiji je potrebno. Jedan od načina je da se prate prosečne vrednosti kvaliteta uglja nakon homogenizacije sa intervalom od jedne standardne devijacije

oko proseka u zavisnosti od broja slojeva koji se koriste pri odlaganju na deponiju. Generiše se po jedan grafik za svako pražnjenje deponije i prikazuje kako se odstupanje od srednje vrednosti smanjuje sa povećanjem broja slojeva na svim prikazanim paketima. Na taj način se vidi kako se povećava efekat homogenizacije u zavisnosti od broja slojeva.

Koristeći 32 simulirane vrednosti za svaki paket (slika 5.26.), odnosno za svaki analizirani parametar, može se izvesti lokalna funkcija distribucije (histogram) na osnovu kog se može proceniti koeficijent varijacije između tih vrednosti i mapirati njihova varijabilnost.

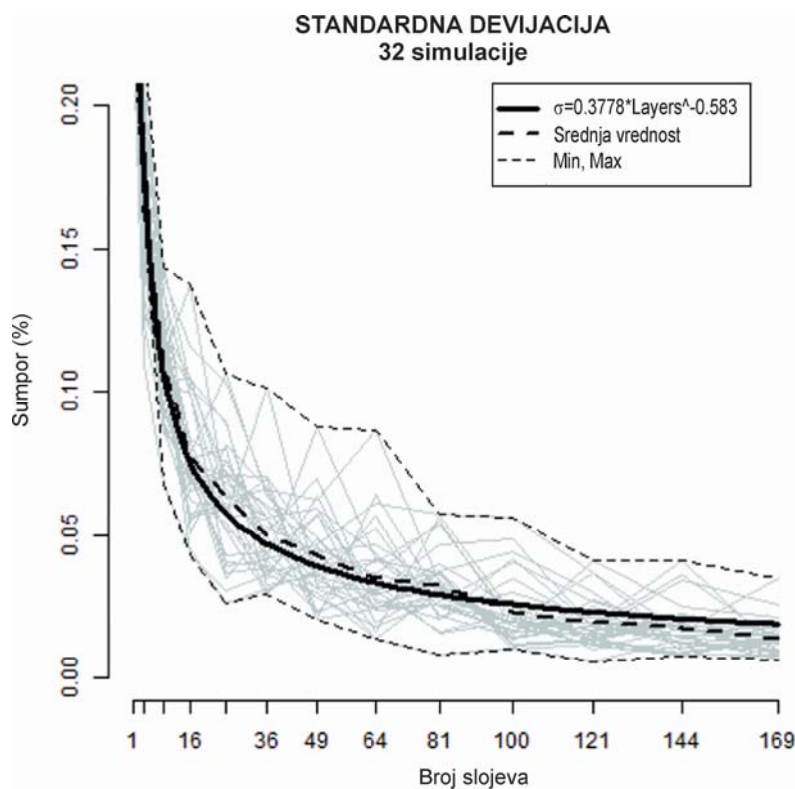
Za svaku formiranu deponiju se računa StDev i uočava se da ona opada sa povećanjem broja slojeva. Sa grafika se može uočiti pad varijabilnosti podataka sa povećanjem broja slojeva.



Slika 5.26. Standardna devijacija sumpora u funkciji broja odloženih slojeva

Konačno, grafik standardnih devijacija za sva pražnjenja deponije u zavisnosti od broja slojeva pruža mogućnost izbora optimalnog broja slojeva (slika 5.26) (Stevanović, 2014). Na grafiku su prikazani isprekidanom linijom minimum, maksimum, kao i prosečne vrednosti, a fitovana funkcija vrednosti standardnih devijacija je prikazana podebljanom punom linijom.

Za fitovanje je korišćena stepena funkcija oblika  $ax^b$ , pa je u legendi prikazan i analitički oblik fitovane funkcije. Može se reći da ovaj grafik sumira prethodno prikazane grafike. U konkretnom primeru, sa grafika (slika 5.27) se može videti da posle 85 odloženih slojeva po paketu smanjenje standardne devijacije je jako malo, tako da efekti homogenizacije prestaju značajno da rastu sa porastom broja slojeva. To znači da se povećanjem broja odloženih slojeva neće postići bolja homogenizacija, nasuprot povećaće se svi troškovi, od investicionih do operativnih.



Slika 5.27. Prosečna standardna devijacija za različiti broj odloženih slojeva

## **6. RAZVOJ HIBRIDNOG MODELA ZA OPTIMIZACIJU ZAVRŠNE KONTURE POVRŠINSKOG KOPA I PROCENU NEIZVESNOSTI**

Optimizacija granica površinskog kopa predstavlja jednu od najvažnijih faza u razvoju svakog rudarskog projekta. Površinski kop po pravilu je najskuplji rudarski objekat, i određivanje njegovih optimalnih granica ima suštinski uticaj na izbor i dimenzionisanje sistema eksploatacije, kao i na ekonomsku efektivnost celokupnog projekta. Cilj optimizacije je pronalaženje optimalne završne konture površinskog kopa, koja kao takva mora da na najboljin način osigura realizaciju širokog spektra ciljeva investitora. Treba imati u vidu da su svi ciljevi podređeni, tj. u funkciji jednog osnovnog zahteva, a to je maksimiziranje profita celokupnog projekta. U ovom smislu pod optimalnom konturom smatra se ona koja će pod postojećim uslovima obezbediti maksimalan potencijalni profit.

Postoji više konvencionalnih algoritama za određivanje optimalne konture površinskog kopa. Zajedničko obeležje svih algoritama za optimizaciju završne konture površinskog kopa, je složenost matematičkog aparata, neophodna kako bi se obuhvatila kompleksna priroda i interakcije velikog broja uticajnih faktora. Takođe, važno je napomenuti, da svi razvijeni algoritmi daju rešenja koja su optimalna (ili suboptimalna) samo za dati set ulaznih parametara. Promenom ulaznih parametara menjaju se i generisane optimalne konture kopa. Iz ovoga razloga, u praktičnom smislu, problem optimizacije završne konture površinskog kopa svodi se na pravilan odabir ulaznih parametara.

Najvažnija razlika razvijenih algoritama za optimizaciju, vezana je za njihovu efikasnost. Neke metode kao što je na primer Metoda konusa (Floating Cone), ne mogu garantovati pronalaženje optimalne konture. U malom broju, posebno složenih slučajeva, ova metoda, obezbeđuju samo suboptimalna rešenja.

Najčešće korišćena metoda optimizacije završne konture kopa je Lerchs-Grossmann (LG) metod. LG metoda garantuje (za razliku od Floating Cone metode), pronalaženje optimalne konture površinskog kopa u 3D prostoru (Lerchs and Grossmann, 1965). Za primenu metode potrebna su samo dva tipa informacija

**Ekonomska vrednost svakog bloka (EVB)** u modelu rudnog tela i **Lukovi (arcs)** koji opisuju međusoban prostorni odnos između rudnih blokova. Tokom procesa optimizacije konture kopa, na međusobni odnos blokova u modelu, ne možemo uticati. On je već predefinisiran formiranim geološkim modelom, za koji na ovom mestu važi pretpostavka da dovoljno tačno reprezentuje kvantitativne i kvalitativne osobine rudnog tela. Imajući ovo u vidu može se zaključiti da se proces optimizacije svodi na određivanje ekonomske vrednosti svakog bloka u geološkom modelu, odnosno na pravilnom odabiru parametara kojima se EVB izračunava.

Detaljan opis algoritama za optimizaciju završne konture i planiranje površinskog kopa je prikazan u poglavlju 4 ove disertacije.

Pri konvencijalnom pristupu optimizacije granica kopa, problematika vezana za utvrđivanje parametara za izračunavanje ekonomske vrednosti bloka utkana je u samu prirodu ovih parametara i u suštini rešava se analizom dva problema, i to:

- Prvi problem zasnovan je na činjenici da je potrebno utvrditi vrednosti parametara za procese koji će se odigravati u budućnosti. To znači da se utvrđivanje parametara praktično svodi na procenu tj. predviđanja cene korisne mineralne sirovine, troškova, sadržaja korisne komponente, raspoloživosti opreme, iskorišćenja itd. Ove procene zasnovane su na opsežnim analizama i iskustvima vezanim za slične rudarske projekte. Usvojena vrednost može biti određena za realni trenutak kada se analiza vrši, ili može biti procenjena vrednost sa pokušajem aproksimacije kretanja konkretnog parametra u budućnosti, ali u svakom slučaju usvojena vrednost je jedinstvena.
- Drugi problem vezan je za dinamičku prirodu svakog parametara za proračun EVB. Vrednosti parametara menjaju se u vremenu i prostoru i u ukupnom veku projekta nisu jedinstvene, tako da će tokom veka projekta isti parametar gotovo izvesno imati više vrednosti.

Konvencijalni pristup optimizaciji granica kopa ne uzima u obzir neizvesnost povezanu sa prirodom ulaznih parametara i na taj način ne vrši procenu eventualnih rizika, što može dovesti do negativnog ishoda celokupnog projekta.

Kako bi se u obzir uzeli opisani problemi vezani za vrednosti parametara EVB, razvijen je model za optimizaciju i procenu neizvesnosti pri određivanju granica površinskog kopa. Razvijeni model uključuje stohastički i deterministički pristup i u tom smislu je hibridni.

U daljem tekstu date su osnovne teretske postavke razvijenog modela kao i detaljno objašnjenje problematike vezane za optimizaciju granica kopa i procenu neizvesnosti.

### **6.1. Korišćeni matematički alati za razvoj hibridnog modela**

Kako je već napomenuto razvijeni model za optimizaciju granica kopa je prema tipu hibridan, odnosno u svoju strukturu uključuje determinističku i stohastičku komponentu.

Deterministički pristup hibridnog modela koristi Lerchs & Grossmann (LG) metodu, kao opšte prihvaćen rudarski standard. Upotrebom ove metode, model eksploatiše značajne prednosti LG metode i obezbeđuje pronalaženje optimalnog (ne suboptimalnog) rešenja, odnosno konture površinskog kopa. Detaljan opis LG metode dat je u poglavlju 4 disertacije.

Stohastička komponenta hibridnog modela koristi se za modeliranje neizvesnosti, usko povezane sa prirodom svih parametrima za proračun EVB. Konkretno za ovu namenu u model je inkorporirana Monte Carlo simulacija (MCS), koja je sposobna da proizvede rešenja pogodna za procenu neizvesnosti.

### **6.2. Izvori neizvesnosti vezani za ekonomsku vrednost bloka**

Savremeno rudarstvo okarakterisano je stalnim pogoršanjem uslova poslovanja. Ovo posebno dolazi do izražaja kada se u obzir uzme činjenica da su ležišta na kojima se eksploatacija vrši, sve češće: velike dubine, složene strukture, niskog kvaliteta ili neodgovarajućeg sastava, a često na lokacijama koja su sa infrastrukturnog aspekta veoma nepovoljna ili u regionima sa izraženom političkom nestabilnošću. Rudarski projekti, sa elementima koji garantuju ostvarenje profita, u ogromnoj većini, su stvar prošlosti. Uspešno poslovanje u uslovima ograničenih resursa, je nemoguće bez



analize svih tehničko-ekonomskih parametara i eventualnih scenarija delovanja. Imajući u vidu da je neizvesnost neizostavni deo rudarskih projekata, i da je kao takva duboko inkorporirana u samu prirodu praktično svakog elementa rudarskih projekata, jedan od prvih koraka u procesu planiranja, treba da bude identifikacija i procena uticaja neizvesnosti. Samo na ovakav način može se pravilno upravljati rizicima poslovanja. Royer (2000) naglašava da je upravljanje rizicima kritična etapa projekta jer najčešći razlog negativnog ishoda u projektu leži u činjenici da su rizici bili zanemareni ili je njihov uticaj bio potcenjen.

Procena vrednosti rudarskog projekta nije lak zadatak i kako bi procenio vrednost rudarskog projekta, analitičar ili planer rudnika treba da primeni sofisticirane tehnike procene koje mu pomažu u proceni i kvantifikovanju postojeće neizvesnosti i rizika vezanog za investiciju u projekat. Zapravo, rezultati dobijeni u procesu evaluacije pretežu među faktorima koji navode vlasnike i deoničare u njihovom odlučivanju da li da pokrenu ili napuste projekat, i pomažu planerima rudnika i inženjerima u planiranju i projektovanju svih rudarskih procesa.

Kak je već napomenuto, u inženjerskom smislu, problem optimizacije granica kopa svodi se na definisanje ekonomskog blok modela. U tom smislu izvori neizvesnosti koji se javljaju pri kreiranju ekonomskog blok modela, predstavljaju izvore neizvesnosti za proces optimizacije granica kopa. Definicija EVB kao i izvori neizvesnosti u procesu optimizacije, razmatraju se u narednim odeljcima.

### **6.2.1. Definicija ekonomske vrednosti bloka**

Postoji više jednačina za određivanje ekonomske vrednosti bloka u geološkom modelu. Sve ove jednačine su razvijene u okviru različitih komercijalnih programskih paketa (optimajzera) i kao takve razlikuju se samo u detaljima. Razlike se generišu zbog činjenice da u konkretnom slučaju jednačina može biti prilagođena osobinama ležišta i primenjene tehnologije. U opštem slučaju ekonomska vrednost bloka u geološkom modelu jednaka je vrednosti korisne mineralne sirovine (koja se uspešno može eksploatirati i preraditi) umanjena za vrednost svih troškova vezanih za eksploataciju,

preradu, prodaju itd. Opšta jednačina proračuna za proračun ekonomske vrednosti bloka (EVB) ima sledeći oblik:

$$EVB=(KMS\% \cdot Ekspl.(I) \cdot Prer.(I) \cdot CenaKMS)-(Ekspl.(T)+Prer.(T)) \quad (6.1)$$

gde je: EVB – ekonomska vrednost bloka (€/m<sup>3</sup>),

KMS%– sadržaj (kvalitet) korisne mineralne sirovine (%),

Ekspl.(I)- iskorišćenje u ležištu (%),

Prer(I)– iskorišćenje u preradi (%),

CenaKMS – cena korisne mineralne sirovine (€/%),

Ekspl.(T)– troškovi eksploatacije (€/m<sup>3</sup>),

Prer.(T) – troškovi prerade (€/m<sup>3</sup>)

Iz prethodne jednačine vidljivo je da obrazac za proračun EVB ima relativno prost oblik. I pored toga parametri koji ulaze u sastav ove jednačine predstavljaju fundamentalne veličine za svaki rudarski projekat. Takođe, ovi parametri su u opštem smislu i glavni izvori neizvesnosti u rudarskoj praksi. U tom smislu jasan je značaj pravilnog utvrđivanja ovih parametara, kao i velika složenost istog.

Prema tipu neizvesnosti parametre iz jednačine (6.1), možemo podeliti u četiri osnovne kategorije (tabela 6.1).

Tabela 6.1. Osnovni izvori neizvesnosti u parametrima za proračun EVB

Geološka neizvesnost	Tržišna neizvesnost	Neizvesnost procene troškova	Neizvesnost procene iskorišćenja
Geometrija rudnog tela ---- Kvalitet KMS (%, g/t, kJ/kg) ----- Zapreminska masa(t/m <sup>3</sup> )	Cena korisne komponente (€/t, €/m <sup>3</sup> , €/%) ----- Kursne razlike	Troškovi otkopavanja(€/m <sup>3</sup> ) ---- Troškovi prerade(€/m <sup>3</sup> )	Iskorišćenje ležišta(%) ---- Iskorišćenje u preradi(%)

Uzimajući u obzir veliki značaj, svaka od četiri navedene kategorije neizvesnosti zaslužuje detaljnije objašnjenje.

### 6.2.2. Geološka neizvesnost

Procena resursa, odnosno kasnije rezervi, predstavlja primarni input pri finansijskoj proceni projekta. Rozman (1998) je šaljivo naglasio da je svaka procena resursa i rezervi garantovano netačna, jedina je razlika u tome što su određene procene manje netačne od drugih. Imajući u vidu ovu Razmanovu konstataciju, lako se može zaključiti da je i ekonomska analiza projekta (koja kao input ima resurse i rezerve) u određenoj meri sigurno netačna. I pored ove činjenice, najčešća praksa u izradi rudarskih projekata, zasnovana je na intenzivnoj analizi i proceni kapitalnih i operativnih troškova, prognozi cene korisne mineralne sirovine odnosno produkta proizvodnje i izboru diskontnih stopa, dok je procena geološke neizvesnosti inkorporirane u procenu resursa i rezervi najčešće potpuno zanemarena.

Uticao geološke neizvesnosti posebno je dobro naglašen od strane Morley-a, Snowden-a, i Day-a (1999). Za razliku od ostalih inputa koji kao ulaz u ekonomsku ocenu projekta imaju kvantitativne vrednosti, geološka komponenta (procena resursa i rezervi) ima i svoju kvalitativnu komponentu, što je čini posebno pogodnom za generisanje neizvesnosti. Prema ovim autorima, čak i u slučaju kada je procena rezervi i resursa, potpuno korektno izvedena upotrebom klasičnih, determinističkih metoda, dobijeni rezultati odstupaju u rasponu od  $\pm 15\%$  od rezultata koji su u obzir uzeli geološku neizvesnost. Autori su ovu tvrdnju potkrepili dijagramom faza u analizi novčanog toka (slika 6.1).

Dijagramna slici 6.1 prikazuje piramidalnu strukturu procene neto sadašnje vrednosti (NPV) projekta. U samoj osnovi piramide (slika 6.1) nalazi se procena resursa i rezervi. Greške napravljene u ovom (najnižem stadijumu) prenose se na sve više nivoe u proceni NPV za projekat. Prikazana struktura zapravo ukazuje na značaj tačne procene resursa i rezervi na ceo projekat. Imajući ovo u vidu jasne su posledice koje potcenjivanje geološke neizvesnosti, može imati u ekonomskoj evaluaciji vrednosti projekta.

Proceduru procene rezervi i resursa autori dele u 4 faze:

- definisanje rudnog tela,
- geološku interpretaciju,
- procenu resursa, i
- procenu rezervi.



Slika 6.1. Dijagram faza analize neto sadašnje vrednosti u rudarskim projektima (Morley, Snowden, Day 1999)

Kako bi što bolje ukazali na pojedinačne izvore neizvesnosti pri proceni resursa i rezervi, autori (Morley, Snowden, i Day, 1999) su izdvojili aktivnosti i zadatke (tabela 6.2). Na ovaj način daje se uvid u veći ili manji doprinos pojedinačnih zadataka na moguće generisanje grešaka i neizvesnosti u proceni. Ideja je da se skretanjem pažnje i optimizacijom pojedinačnih zadataka, smanji ukupan uticaj neizvesnosti na procenu resursa i kasnije rezervi.

Tabela 6.2. Aktivnosti i zadaci pri proceni resursa i rezervi (Morley i dr., 1999)

<b>Tabela 6.2.a. Ključne aktivnosti pri definisanju rudnog tela</b>	
<b>Aktivnosti</b>	<b>Zadatak</b>
Kartiranje	Litološko, geohemijsko, strukturno i geotehničko
Istražno bušenje	Projektovanje bušotina, bušenje, logovanje bušotina
Uzorkovanje	Određivanje metoda oprobavanja, prikupljanje uzoraka
Geodetska snimanja	Snimanja usta bušotina, devijacija bušotina, konverzija koordinatnog sistema
Kartiranje jezgra	Geološko kartiranje jezgra, proračun povraćaja, geotehničko logovanje ako je neophodno
Ispitivanje	Priprema uzoraka i njihova hemijska ispitivanja
Specifična težina	Utvrđivanje metode definisanja specifične težine, i prikupljanje uzoraka
Održavanje baze podataka	Unos podataka u bazu, transkripcija podataka

<b>Tabela 6.2.b. Ključne aktivnosti tokom geološke interpretacije</b>	
<b>Aktivnosti</b>	<b>Zadatak</b>
Određivanje baze podataka	Integracija geodetskih, podataka o kvalitetu (hemijskih) i geoloških podataka u bazi
Izrada digitalnog modela terena	Modelovanje 3D površine terena
Geološko modelovanje	Litološko i strukturno modelovanje
Geostatistička analiza	Analiziranje i definisanje prostornih odnosa između podataka
Definisanje domena	Definisanje kontrolnih parametara mineralizacije

<b>Tabela 6.2.c. Ključne aktivnosti tokom procene resursa</b>	
<b>Aktivnosti</b>	<b>Zadatak</b>
Analiza podataka	Dodeljivanje domena, kompoziting, kodiranje podataka
Geostatistička analiza	Definisanje parametara modelovanja
Modelovanje zapremine	Određivanje graničnih vrednosti gustine i kvaliteta
Procena kvaliteta	Obični ili indikovani kriging

**Definisanje rudnog tela.** Pod ovu fazu spada čitav skup aktivnosti koje za cilj imaju određivanje granica i geo-hemijskih karakteristika rudnog tela. Sve aktivnosti (tabela 6.2.a) su važne za uspešan ishod procene, međutim u praksi se pokazalo da najveći potencijal da ugrozi ishod projekta, ima procedura uzimanja uzoraka. Gilfillan (1998) naglašava da posebno odabir pogrešne metode uzorkovanja, neadekvatno rukovanje i priprema uzoraka, kao i loša analitičkapraksa generišu značajan prostor za nedovoljno preciznu odnosno netačnu procenu.

**Geološka interpretacija.** Ova faza dolazi posle sakupljanja svih istražnih podataka iz prethodne faze (litologija, položaj, tip mineralizacije) i za cilj ima kreiranja geološkog modela sa obuhvaćenim geološkim kontrolama (prostornim, litološkim, strukturnim). Najčešće greške koje se javljaju u ovoj fazi su vezane za lošu procenu granica rudnog tela, kao i greške koje se javljaju u procesu određivanja mineralizacije. Najčešći uzroci generisanja ovih grešaka leže u činjenici da se geološka interpretacija po pravilu vrši na 2D podlogama (planovi, profili) i prilikom konverzije u 3D podloge javljaju se veći ili manji propusti, zbog čega je prostorna interpretacija nekonzistentna. Na probleme ovoga tipa posebno je ukazao Snowden (1993) koji je naveo primer kopa gde je loša interpretacija granica ležišta, dovela do značajnog potcenjivanja u eksploatacionim rezervama.

**Procena resursa.** Tokom ove faze sprovode se aktivnosti koje za cilj imaju procenu količina i sadržaja korisne mineralne sirovine. Najčešća mesta gde se mogu generisati greške u ovoj fazi su:

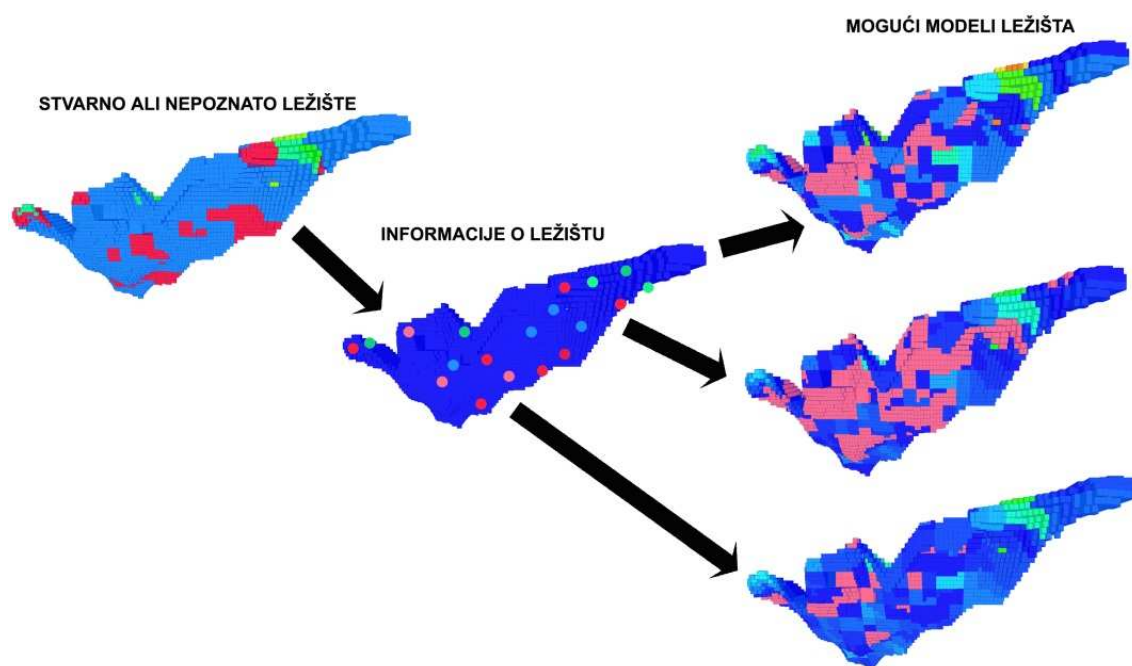
- izbor metode interpolacije prilikom procene sadržaja u rudi i
- određivanje zapreminske mase korisne mineralne sirovine i jalovine.

U opštem slučaju nivo neizvesnosti vezan za sadržaj korisne komponente u ležištu, direktno zavisi od primenjene matematičke metode interpolacije. Iz tog razloga kako bi se verno procenile kvalitativne osobine ležišta neophodno je sprovesti detaljne geološke i geostatističke analize u cilju odabira najprikladnije matematičke metode interpolacije, koja će verno oslikati jedinstvene karakteristike nekog ležišta. Pitanjem neizvesnosti u proceni sadržaja korisne komponente, posebno se bavio

Dimitrakopoulos (1993, 1998, 1999, 2004, 2011). U radovima ovoga autora, izučavanje i procena neizvesnosti vezane za sadržaj korisne komponente u ležištu, vrši se preko formiranja podjednako mogućih stohastičkih simulacionih modela ležišta (slika 6.4).

Slična razmatranja vršili su i Yamamoto (1999) i Dominy (2002). Oni su sproveli komparativne analize sa ciljem upoređenja stohastičkih simulacionih tehnika sa konvencionalnim metodama interpolacije (pre svega krigovanjem). Autori su pronašli dva osnovna razloga zašto su stohastički simulirani modeli ležišta bolji:

- Konvencionalne determinističke metode ne mogu prepoznati lokalne, nagle promene u sadržaju korisne komponente (smoothing effect).
- Mogućnost kreiranja više podjednako mogućih modela ležišta omogućava stohastičkim simulacionim modelima, procenu neizvesnosti.



Slika 6.2. Neizvesnosti u proceni resursa

Veoma je bitno napomenuti da pravilno određena zapreminska masa svakog bloka u modelu ima fundamentalni značaj za procenu resursa. Gilfillan (1998) napominje da je ovo parametar koji se sa tehničkog aspekta verovatno najmanje izučava,

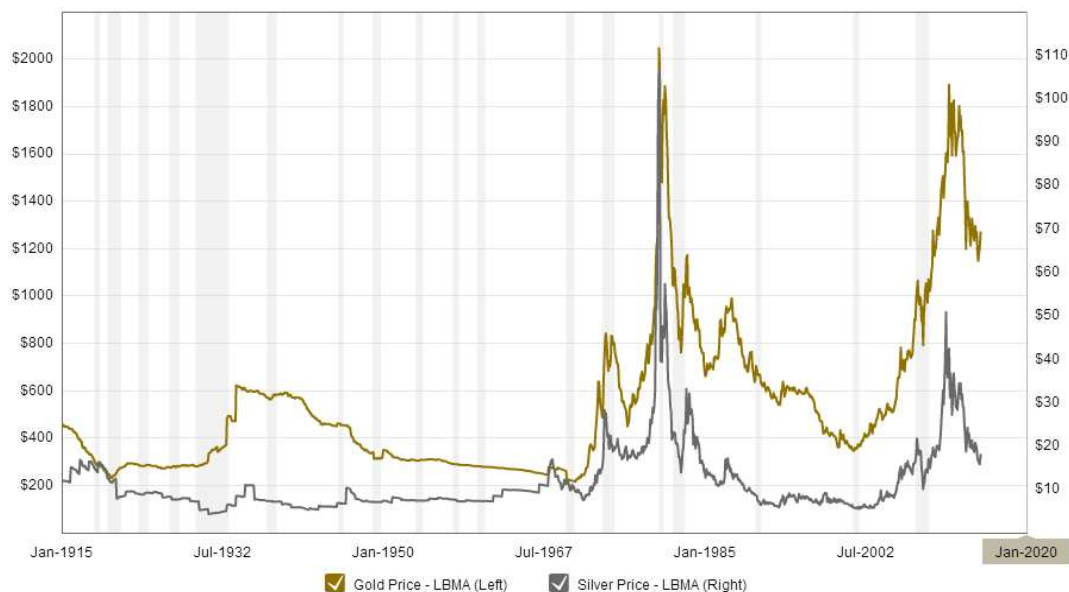
uzimajući u obzir njegovu važnost. Autor napominje da su greške u proceni zapreminske mase od  $\pm 10\%$  krajnje uobičajene i pored činjenice da se ova nepreciznost linearno, odnosno direktno prenosi u procenu resursa i kasnije rezervi. Iz tih razloga određivanje zapreminske mase, potencijalno (i po pravilu) predstavlja bitan izvor neizvesnosti.

### 6.2.3. Tržišna neizvesnost

Još jedan važan izvor neizvesnosti koji ima ključni uticaj na evaulaciju projekta površinskog kopa je vezan za ekonomsko okruženje u kojem se rudarski projekat razvija. U okviru ovog ekonomskog okruženja, buduće cene metala i troškovi su glavni izvor neizvesnosti.

U modernim uslovima, sa stalnim razvojem tehnologije, komunikacija i transporta, formiranje cena za većinu mineralnih sirovina (pre svega metala), vrši se na globalnom tržištu. Cena neke mineralne sirovine otkopane u jednom delu sveta, osetljiva je na promene ponude i tražnje na sasvim drugom kraju sveta. Iz tog razloga cena berzanskih mineralnih sirovina, poseduje veliki potencijal za nagle promene. Posmatrano u dužim vremenskim periodima (više desetina godina, protekli vek) prisutan je generalni trend povećanja cena mineralnih sirovina (slike 6.3 i 6.4). Ovo je uslovljeno sa više faktora kojima dominira stalno globalno povećanje tražnje i osetan pad profitabilnosti postojećih ležišta (siromašna, teška za eksploataciju, u udaljenim oblastima). Međutim, u kraćim vremenskim periodima (nekoliko godina, par decenija) jako je teško utvrditi trend i prirodu ponašanja cena korisne mineralne sirovine, tj. one mogu rasti ili padati, gotovo potpuno nepredvidljivo (slike ispod). Ovakva dinamična priroda, osnovni je razlog zašto se cene berzanskih mineralnih sirovina, smatraju jednim od najvažnijih izvora neizvesnosti u rudarstvu.





Slika 6.3. Prosečne cene zlata i srebra u periodu od 1915-2012. godine (izvor - macrotrends.net)

Jasno je da NPV nekog rudarskog projekta direktno zavisi od procenjene cene mineralne sirovine. Iz tog razloga se neizvesnost, inkorporirana u samu prirodu cene mineralne sirovine, direktno prenosi i u proračun NPV projekta, što za posledicu može imati fundamentalno pogrešne investicione odluke. Sabour, Dimitrakopoulos i Kumral (2008) navode da se i pored ove poznate činjenice, neizvesnost vezana za cenu mineralne sirovine najčešće u potpunosti ignoriše. U većini rudarskih projekata, dominira praksa po kojoj se cena korisne mineralne sirovine (pri proceni NPV-a, ili optimizaciji kopa) smatra potpuno izvesnom odnosno poznatom veličinom.

U rudarskoj industriji, cene metala se prirodno modeluju prosečnom cenom u prethodne tri godine (Rendu, 2006), posebno u slučaju dobara čije su cene poznate na otvorenim tržištima, poput cena skupocenih i osnovnih metala. Iako ovakav pristup olakšava poređenje među različitim kompanijama, primećeno je da ova metoda može biti nepouzdana prilikom evaluacije rudarskih projekata. Ovo posebno dolazi do izražaja, ukoliko se rudarski projekat evaluira u periodu visokih ili niskih cena. U takvom slučaju će procenjena prosečna cena biti fiksirana na visoku ili nisku, kroz ceo radni vek projekta, što može dovesti do precenjivanja ili potcenjivanja vrednosti rudarskog projekta.

Kako bi se smanjila neizvesnost vezana za ispravnu procenu cene mineralne sirovine često se primenjuju tri deterministička pristupa:

- tehnički pristup,
- fundamentalni pristup i
- kombinacija tehničkog i fundamentalnog pristupa.

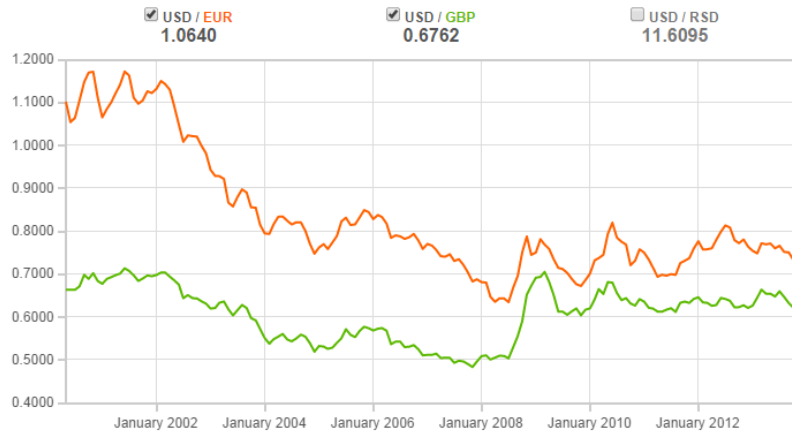
Tehnički pristup zasniva se na statističkoj obradi istorijskih podataka o kretanju cene određene mineralne sirovine, sa ciljem utvrđivanja matematičke funkcije (trenda) kojom se može opisati i predvideti ponašanje cene u budućnosti.

Fundamentalni pristup se zasniva na pokušaju procene kretanja ponude i tražnje, koji su glavni (fundamentalni) razlozi za promenu cene.

Od nabrojanih determinističkih pristupa, u dosadašnjoj praksi, pokazalo se da najbolje rezultate daje kombinacija tehničkog i fundamentalnog pristupa.

Pored dominantne primene determinističkog pristupa, u praksi je prisutan i stohastički pristup u proceni cena korisne mineralne sirovine. Cene mineralnih sirovina se modeluju kao promenljive, koje karakteriše stohastička priroda ponašanja kroz vreme. Ovo se radi kako bi se opisala složenost budućih tržišta i proizvodnje metala, kao i drugih nemerljivih faktora poput špekulacije. Cilj stohastičkih algoritama za modelovanje ponašanja budućih cena nije procena tačne vrednosti, već verovatnoća pojave neke vrednosti cena korisnih mineralnih sirovina.

Pored neizvesnosti koje je vezana za cenu korisne mineralne sirovine, u grupu tržišnih neizvesnosti ubraja se i neizvesnost vezana za kursne razlike. Cena berzanski elemenata na svetskom tržištu iskazana je najčešće u jednoj valuti koja po pravilu ne odgovara valuti zemlje gde se data sirovina eksploatiše i odakle se izvozi. Iz tog razloga za finansijske performanse nekog rudarskog projekta od velikog su značaja kretanja kursnih razlika. Na slici 6.4 dat je odnos dolara (SAD) prema euru ( $\$/\text{€}$ ), kao i odnos dolara (SAD) prema Britanskoj funti ( $\$/\text{£}$ ), za period januar 2000. – decembar 2013. god. Takođe, na slici 6.5 dat je odnos dolara prema dinaru ( $\$/\text{RSD}$ ) za isti period.



Slika 6.4. Odnos vrednosti Američkog Dolara i Eura (\$/€) i Američkog Dolara i Britanske Funte (\$/£) u periodu januar 2000-decembar 2013. godine (<http://www.oanda.com/currency/historical-rates/>)



Slika 6.5. Odnos vrednosti Američkog Dolara i RSD (\$/RSD) u periodu januar 2000-decembar 2013. godine (<http://www.oanda.com/currency/historical-rates/>)

Kako je sa slika 6.4 i 6.5 vidljivo, prisutna je velika dinamika u kretanju kursnih razlika. Ova dinamika najvećim delom je krajnje nepredvidiva i iz tog razloga generiše značajnu dozu neizvesnosti. U praksi najčešće se rudarski projekti rade na bazi dugoročnog očekivanja za kursne razlike. Ovakav princip nije dobar jer su rudarske kompanije i dalje izložene velikoj dozi neizvesnosti, koje u monetarnom smislu mogu dovesti do značajnih gubitaka.

U protekle dve decenije, mnogi autori su se bavili razvojem, metoda koje mogu dati bolje rezultate vezane za problematiku neizvesnosti inkorporirane u cenu korisne

mineralne sirovine, i promenekursne razlike. Razvijene metode predstavljaju alternativu determinističkom pristupu, koji očigledno nije kadar da ponudi odgovore na iznesenu problematiku. Posebno ste ističu radovi koji u analizi neizvesnosti vezane za cene i kursne razlike koriste metodu *Real Options Valuations (ROV)*. Primenom ove metode bavili su se Sabour, Dimitrakopulos i Kumral (2008) kao i Sabour i Wood (2009). Opšte mišljenje autora je da ROV daje znatno bolje rezultate od konvencionalnih pristupa jer ima mogućnost da oceni fleksibilnost menadžmenta pri reakciji na promene. Takođe svi se slažu da metoda ima potencijala ali da je potrebno njeno dalje usavršavanje i implementacija.

#### **6.2.4. Neizvesnost procene troškova i iskorišćenja**

Nakon analize geološke i tržišne neizvesnosti ostale su još neizvesnosti vezane za procenu troškova i različitih iskorišćenja u tehnološkim procesima, kako bi se obuhvatili svi parametri neophodni za sprovođenje optimizacije metodom Lerchs-Grossmann.

Neizvesnost u troškovima proizilazi iz nedostatka inženjerskih i ekonomskih informacija na početku rudarskog projekta. Jednostavno rečeno, rudarske firme ne poznaju sa potpunom sigurnošću koliko će morati da potroše sledećeg dana, a kamo li sledećeg meseca ili godine.

Za optimizaciju završne konture kopa, pored poznavanja cena korisne mineralne sirovine, neophodan uslov je i poznavanje svih troškova. Procena troškova direktno utiče na proces optimizacije, odnosno na količinu eksploatacionih rezervi. U tom smislu njihovo pravilno određivanje jako utiče na procenjenju ekonomsku vrednost projekta (NPV). Poput drugih parametara potrebnih za optimizaciju, i u ovom slučaju osnovni izvor neizvesnosti leži u činjenici da je potrebno utvrditi vrednost troškova i iskorišćenja, za delatnosti u budućnosti.

Uticaj neizvesnosti vezan za troškove i iskorišćenja može imati značajan uticaj na celokupan rudarski projekat, međutim generalno on je znatno manji od uticaja koji na projekat mogu imati geološka i tržišna neizvesnost. Razlog za ovo leži u činjenici

da se procena troškova i iskorišćenja javlja kasnije u strukturi procene vrednosti rudarskog projekta, kako je to već prikazano na slici 6.1. Neizvesnost vezana za početne članove, u dnu trougla, (npr. pri proceni sadržaja korisne komponente ili prodajne cene korisne sirovine) se prenose i utiču na neizvesnost i povećanje netačnost svih ostalih članova.

Kako bi se uticaj neizvesnosti smanjio pri proceni troškova i iskorišćenja koriste se istorijski podaci sa postojećih sličnih objekata ili sa objekata gde je primenjena ista ili slična tehnologija i organizacija. Morley, Snowden, i Day (1999), naglašavaju da se u trenutnoj praksi vrednosti troškova i iskorišćenja slabo analiziraju, pri čemu posebno apostrofiraju slabu analizu iskorišćenja rude u ležištu i razblaženja rude.

### **6.3. Hibridni model za optimizaciji granica površinskog kopa i procenu neizvesnosti**

U prethodnim poglavljima već je napomenuto da je neizvesnost duboko utkana u prirodu rudarske prakse. Takođe je pokazano da se elementi tj. parametri neophodni za optimizaciju kopa, mogu smatrati osnovnim izvorima neizvesnosti. Nažalost konvencionalne (determinističke) metode, na kojima se zasniva današnja praksa, nisu kadre da odgovore izazovima savremenog rudarstva. Konvencionalni pristup polazi od premise da su svi ulazni parametri apsolutno poznati i na taj način zanemaruje očigledno postojanje neizvesnosti, i izlaže projekat riziku.

U cilju prevazilaženja ograničenja konvencionalnog pristupa, odnosno u cilju uključivanja neizvesnosti u proces donošenja odluka, uloženo je mnogo napora i naučnog rada, pogotovo tokom poslednjih dvadeset godina. Proizvod ovakvog naučnog zalaganja, predstavlja više razvijenih modela i algoritama, koji se sa manje ili više uspeha nose sa navedenom problematikom (pregled modela dat u poglavljima 2 i 3 ove disertacije).

Kako bi se dodatno utvrdio uticaj neizvesnosti i kako bi se ista inkorporirala u inače kompleksan proces optimizacije granica kopa, razvijen je hibridni model.

Na ovaj način model koristi prednosti oba pristupa, i u velikoj meri neutrališe njihove međusobne mane.

Za procenu neizvesnosti, usko povezane sa prirodom svih parametra za proračun EVB, koristi se stohastički pristup. Za ovu namenu u model je inkorporirana Monte Carlo simulacija, sposobna da proizvede rešenja pogodna za procenu neizvesnosti.

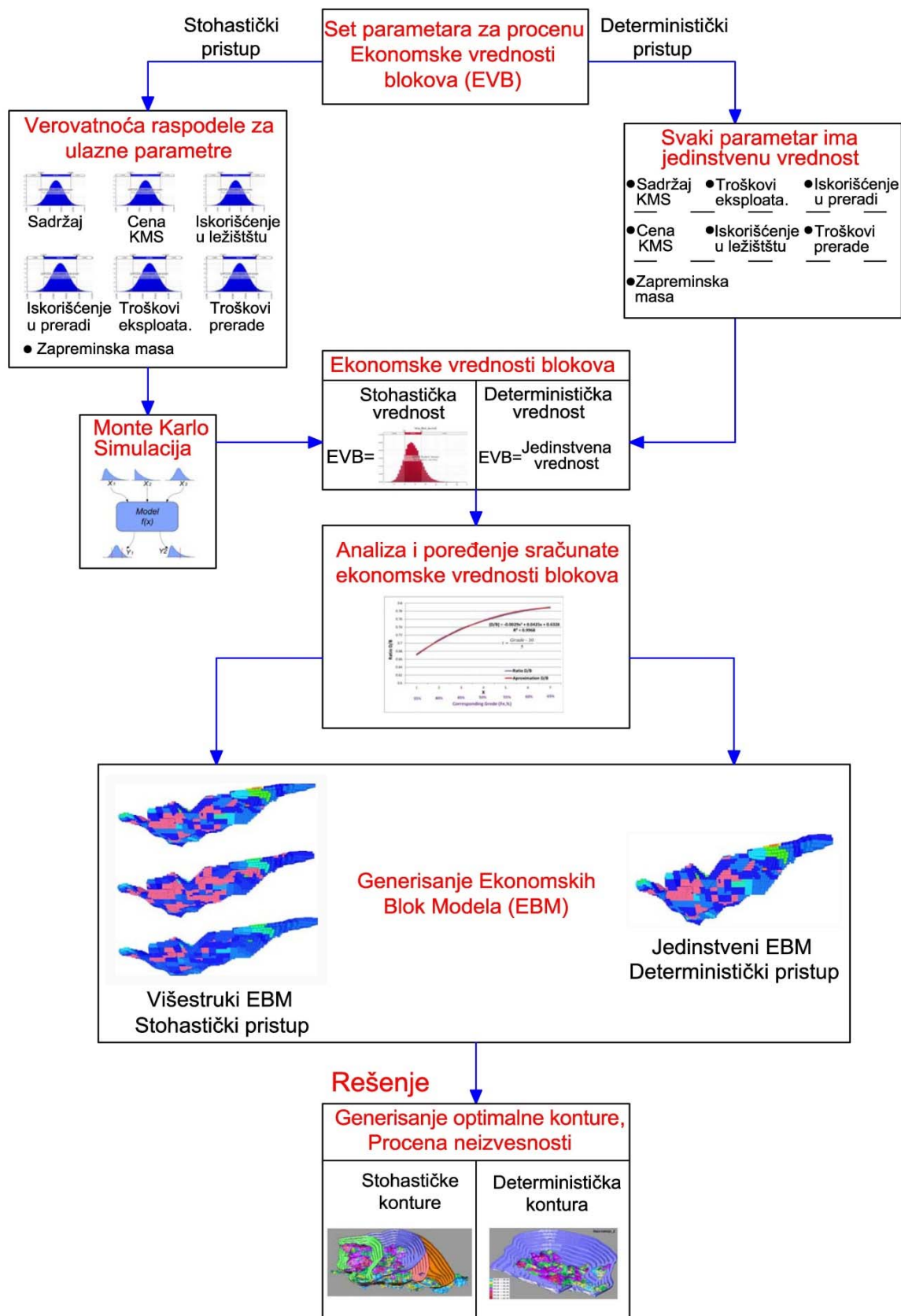
Deterministički (konvencionalni) pristup inkorporiran je u delu modela za određivanje optimalnih granica kopa. Konkretno u modelu se koristi Lerchs-Grossmann metodu. Upotrebom ove metode, obezbeđeno je da model poseduje značajne prednosti LG metode i na taj način garantuje pronalaženje optimalnog (ne suboptimalnog) rešenja, odnosno konture površinskog kopa.

### **6.3.1. Algoritam hibridnog modela**

Model generiše stohastičke i determinističke vrednosti EVB. Na osnovu ovih vrednosti dalje se generišu više stohastičkih i jedna deterministička optimalna kontura kopa. Konstruisane konture pružaju prostornu, kvantitativnu i kvalitativnu predstavu o uticaju neizvesnosti na proces optimizacije. Zahvaljujući ovom sveobuhvatnom, plastičnom prikazu generisane konture mogu poslužiti kao veoma moćan alat za donošenje krucijalnih odluka o granicama u kojima će se vršiti eksploatacija, odnosno za odluke o odabiru optimalne konture. Algoritam razvijenog modela je dat na slici 6.6.

Način funkcionisanja modela se može objasniti u četiri koraka:

1. Definisanje skupa ulaznih parametara,
2. Proračun Ekonomske Vrednosti Bloka (EVB)
3. Analiza i poređenje dobijenih EVB
4. Generisanje optimalnih kontura i procena neizvesnosti.



Slika 6.6. Algoritam razvijenog hibridnog modela

**Definisanje skupa ulaznih parametara.** U prvom koraku definiše se skup ulaznih parametara koji određuju EVB. Ovi parametri su:

- Sadržaj korisne mineralne sirovine u bloku,
- Zapreminska masa bloka,
- Prodajna cena korisne mineralne sirovine u bloku,
- Iskorišćenje u ležištu,
- Iskorišćenje u preradi,
- Troškovi prerade, i
- Troškovi prodaje.

Na bazi ovih parametara stohastičke i determinističke ekonomske vrednosti blokova, će biti proračunate. Za proračun determinističke (konvencionalne) EVB, svaki parametar ima jedinstvenu vrednost, dok za proračun stohastičke EVB svi ulazni parametri su definisani pomoću pripadajućih verovatnoća raspodele.

**Proračun Ekonomske Vrednosti Bloka (EVB).** Prilikom proračuna EVB za deterministički pristup korišćena je formula (6.1), koja je zbog lakšeg praćenja na ovom mestu ponovljena:

$$EVB = (KMS\% \cdot Ekspl.(I) \cdot Prer.(I) \cdot CenaKMS) - (Ekspl.(T) + Prer.(T)) \quad (6.2)$$

gde je: EVB – ekonomska vrednost bloka (€/m<sup>3</sup>),

KMS% – sadržaj (kvalitet) korisne mineralne sirovine (%),

Ekspl.(I) – iskorišćenje u ležištu (%),

Prer(I) – iskorišćenje u preradi (%),

CenaKMS – cena korisne mineralne sirovine (€/%),

Ekspl.(T) – troškovi eksploatacije (€/m<sup>3</sup>),

Prer. (T) – troškovi prerade (€/m<sup>3</sup>)

Kod konvencionalnog proračuna EVB je generisana automatski, na osnovu determinističke (jedinstvene) vrednosti svakog parametra, a uz pomoć Pit Optimizer-a (sastavni deo programskog paketa Surpac 6.1). Važno je ponoviti da je kod konvencionalnog pristupa proračunata EVB jedinstvena, za zadate ulazne



vrednost svakog parametara. Rezultat ovakvog proračuna je jedinstvena ekonomska vrednost za svaki blok u blok modelu.

Za stohastički pristup EVB je proračunat upotrebom MonteCarlo simulacije, a na bazi jednačine (6.1). Ulazni parametri za proračun stohastičke EVB, nemaju jedinstvene vrednosti, već su predstavljeni pripadajućim verovatnoćama raspodele. Ovakvim pristupom koristi se mogućnost MCS, da za relativno kratko vreme, generiše veliki broj hipotetičkih scenarija, zahvaljujući čemu se u obzir uzima i neizvesnost povezana sa prirodom ulaznih parametara. Rezultat stohastičkog pristupa je set različitih EVB, sa različitom verovatnoćom postojanja, i to za svaki blok u blok modelu. Sa statističke tačke gledišta, posebno je zanimljiva EVB sa najvećom verovatnoćom pojavljivanja (moda). Takođe karakteristične su i vrednosti za jednu standardnu devijaciju ( $\bar{x} \pm \sigma = 68.27 \%$ ) i dve standardne devijacije ( $\bar{x} \pm 2\sigma = 95 \%$ ) oko mode vrednosti bloka.

**Analiza i formiranje EVB za svaki blok u modelu.** Kako bi se uspešno izvršila optimizacija granica površinskog kopa primenom LG metode, potreban uslov je da svaki blok u modelu ima određenu ekonomsku vrednost. Ovo znači da je za procenu neizvesnosti u procesu optimizacije, neophodno formirati blok model sa deterministički utvrđenom EVB, i više blok modela sa stohastički utvrđenom EVB.

Kako je to već napomenuto za konvencionalni (deterministički) pristup ovo je relativno lako i izvodi se automatski, u jednom prolazu za sve blokove u modelu.

Za razliku od determinističkog, pri stohastičkom pristupu, proračun EVB je znatno komplikovaniji, sobzirom da se MCS mora izvršiti za svaki blok u blok u modelu. Kako se blok modeli obično sastoje od više stotina hiljada blokova, i kako se vreme jedne MCS meri u minutima, sprovođenje simulacije za svaki blok, bilo bi vremenski ekstremno zahtevno odnosno praktično nemoguće.

Kako bi se prevazišao ovaj problem, odnosno kako bi se dobile stohastičke EVB, za svaki blok u modelu, razvijen je poseban pristup. MCS se vrši samo za određen broj blokova u blok modelu. Dobijeni rezultati (simulacije EVB) su upoređeni sa deterministički utvrđenim EVB, za iste blokove u modelu. Na bazi ovoga upoređenja,

definiše se funkcija koja povezuje stohastičke i determinističke EVB, za određen broj blokova koji se analizira. Na osnovu ove funkcije, stohastička EVB se aproksimira za sve blokove u modelu.

Ono što je bitno za ovakav pristup je da se funkcija koja opisuje odnos deterministički i stohastički utvrđenih EVB, može definisati, i da se sa definisanom funkcijom dovoljno tačno mogu aproksimirati stohastičke EVB.

**Generisanje optimalnih kontura i procena neizvesnosti.** Nakon formiranja blok modela sa deterministički utvrđenom EVB i skupa modela sa stohastički utvrđenom EVB, LG algoritam se primenjuje kako bi se za različite modele dobila optimalna kontura. Zavisno od zahteva analize koju želimo da sprovedemo, pored konvencionalnog (deterministički) formiranog modela i optimalne konture, različit broj blok modela sa stohastički utvrđenim EVB može biti formiran, odnosno različit broj stohastičkih optimalnih kontura generisan.

Za stohastički pristup, posebno je interesantno generisati optimalne konture za EVB sa najvećom verovatnoćom pojavljivanja (moda), kao i optimalne konture sa EBV za jednu standardnu devijaciju ( $\bar{x} \pm \sigma = 68.27\%$ ) i dve standardne devijacije ( $\bar{x} \pm 2\sigma = 95\%$ ) oko mode vrednosti bloka.

### 6.3.2. Domet i ograničenja razvijenog modela

Već je napomenuto da je, sa aspekta ostvarenja profita, eksploatacija korisnih mineralnih sirovina veoma riskantna delatnost. Zbog velikog broja nepoznatih parametara, odnosno značajne neizvesnosti, donošenje krucijalnih odluka o budućnosti rudarskih projekata, je po pravilu kompleksan proces.

U tradicionalnom pristupu, većina odluka se donosi tako što se neka proračunata vrednost (koja se sa determinističkog aspekta smatra tačnom) upoređuje sa nekom standardnom (stvarno poznatom vrednošću) ili sa vrednošću koja je minimalno prihvatljiva za ishod projekta. Kako je jasno da deterministički proračunata vrednost ne uzima u obzir neizvesnost, većina donosioca odluka po pravilu posmatra proračunate vrednosti u okviru užih ili širih margina. Na ovaj način oni u

osnovi pokušavaju da u obzir uzmu neizvesnost i umanje rizik negativnog ishoda projekta. Često korišćenja metoda u ove svrhe, je metoda „*najboljeg i najgoreg slučaja*“. Posebno poznata implementacija ove metode u rudarskoj praksi vezana je za odabir optimalne konture u programskom paketu Whittle. Primenom ove metode može se formirati okvir unutar koga se prava vrednost nekog proračuna može kretati. Međutim, i dalje se ne zna ništa o poziciji stvarne vrednosti unutar okvira „*najboljeg i najgoreg slučaja*“. Takođe, samo formiranje okvira najčešće se zasniva na iskustvu i osećaju, i na taj način nedovoljno dobro je definisano.

Poput ovoga konvencionalnog, tradicionalnog pristupa („*najbolji i najgori slučaj*“) razvijeni hibridni model za procenu neizvesnosti ne može dati precizan odgovor, na pitanje koja od dobijenih optimalnih kontura kopa, najbolje obezbeđuje ciljeve investitora. Ovo ne treba shvatiti kao manu razvijenog modela, jer precizan odgovor jednostavno nije moguć. Sa neizvesnim parametrima ishod naprosto mora biti neizvestan, odnosno nije moguće predvideti budućnost. Jako je pogrešno mišljenje, zasnovano na neznanju, da su stohastičke metode gotovo svemoguće. Razvijeni model zapravo i nema ambiciju da generiše precizan odgovor i rešenja nastala iz modela, u različito vreme ili od strane različitih ljudi, se mogu različito tumačiti. U ovom smislu predložen model može obezbediti značajnu prednost prilikom donošenja odluka, ali u istom smislu, za nekoga ko ne poznaje dovoljno materiju (matematičke postavke ili prirodu ulaznih parametara) može biti i opasna igračka.

Prednost koju razvijeni model pruža ogleda se pre svega u činjenici, da se na brz i relativno praktičan način obuhvata uticaj neizvesnosti na proces optimizacije granica kopa. Stohastička komponenta (MonteCarlo simulacija) daje modelu mogućnost da preko raspodele verovatnoće pruži kompletnu sliku, sa svim mogućim ishodima. U opštem smislu prednost stohastičkih modela u odnosu na konvencionalne (determinističke) modele ogleda se u dve bitne tačke:

- **Okvir u kom se očekuje rešenje je tačnije utvrđen**, s obzirom da se pri formiranju skupa ulaznih parametara, svaka vrednost posmatra sa aspekta neizvesnosti, dobijeni okviri su proizvod raspodele verovatnoće (mogućih ishoda) i kao takvi vernije oslikavaju granična ponašanja sistema,

- **Rešenja se prezentuju u okviru raspodele verovatnoće.** U odnosu na konvencionalni pristup, razvijeni model daje kvalitetnija rešenja, u smislu da svako rešenje tj. razmatrana optimalna kontura ima dodatnu komponentu a to je informacijao verovatnoćinjenog pojavljivanja. Ovo znači da pored međusobnog upoređenja dva ishoda, sad se može izvući i zaključak o tome da je određeni ishod znatno verovatniji od drugog, što sve ukupno analizu čini značajno kvalitetnijom.

Pored ove dve generalne prednosti stohastičkih u odnosu na konvencionalne modele, razvijeni model, ima još jednu značajnu prednost. Na osnovu formiranog skupa stohastičkih optimalnih kontura, pored verovatnoće pojavljivanja svake konture, model pruža prostorni (3D) prikaz uticaja neizvesnosti na formiranje optimalnih granica kopa. Šta više, razvijeni model daje i kvantitativnu (eksploatacione rezerve) i kvalitativnu (sadržaj korisne komponente) predstavu o uticaju neizvesnosti na proces optimizacije. Ovakav plastičan prikaz u značajnoj meri smanjuje rizik i olakšava proces donošenja ispravnih odluka.

### 6.3.3. Korišćeni programski paketi

Kako je to već napomenuto model je hibridan jer koristi dva pristupa: stohastički i determinististički.

Stohastički pristup u modelu zasnovan je na MCS. Za ove potrebe korišćen je programski paket @Risk (Palisade Corporation, 1984). Na osnovu integrisane MCS, program generiše veliki broj mogućih ishoda, i za svaki od njih daje verovatnoću pojavljivanja. Na ovaj način program pruža mogućnost donošenja odluka i upravljanje rizicima u uslovima neizvesnosti. Velika funkcionalnost i lakoća upotrebe ovog programa, učinile su da on bude jedan od najprepoznatljivijih i najčešće korišćenih programskih paketa za analizu sistema u uslovima neizvesnosti. Program @Risk često korišćen i za različite analize u rudarskim projektima, a takođe je česta i njegova primena u naučnim radovima iz oblasti rudarstva (Erdem, Ö., Güyagüler T., and Demirel, N., 2012, Morley C., Snowden V., and Day D., 1999).

Deterministički pristup sproveden je kroz program Pit Optimizer, deo Surpaca 6.1 programskog paketa (Dassalt Systems-Geovia).

Surpac predstavlja jedan od najprepoznatljivijih i najčešće korišćenih programskih paketa za geologiju i rudarstvo. Program je koncipiran tako da u potpunosti zadovolji sve potrebe konvencionalnih analiza pri eksploataciji korisnih mineralnih sirovina.

Pit Optimizer je modul za optimizaciju granica površinskog kopa, i sastavni je deo Surpac 6.1 paketa. Modul optimizaciju kopa vrši na osnovu implementirane LG metode. Zahvaljujući ovoj karakteristici Pit Optimizer garantuje pronalaženje optimalne konture kopa za zadati set ulaznih parametara.

#### **6.4. Primer upotrebe razvijenog hibridnog modela na metaličnom ležištu**

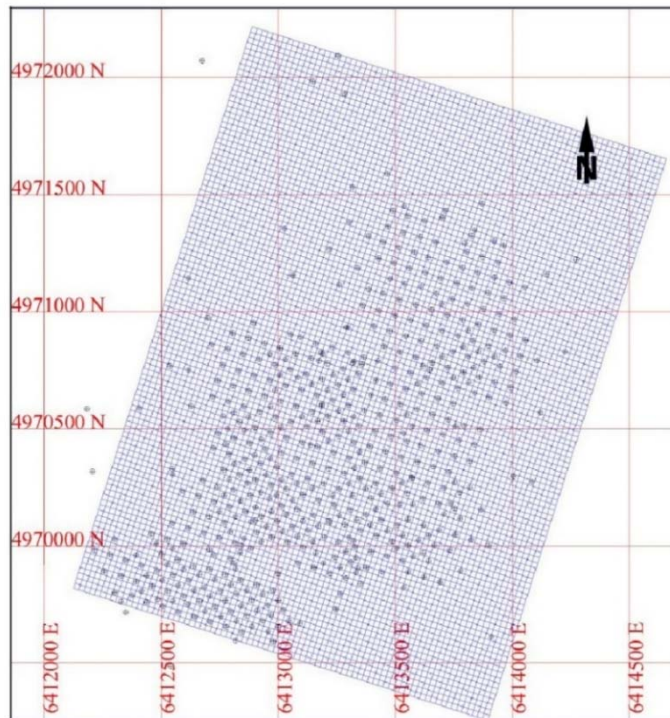
Radi boljeg objašnjenja, data je primena razvijenog modela na primeru iz prakse. Na ovakav način detaljno (korak po korak) je prikazana funkcionalnost modela kao i njegove prednosti u procesu optimizacije i odabira optimalne konture.

Ležište koje je poslužilo za analizu i primenu razvijenog modela, je metaličnog tipa. Kao osnova, poslužilo je pravo (postojeće) ležište rude gvožđa, koje je zbog razloga poverljivosti, delimično izmenjeno, pre svega u domenu kvaliteta.

Ležište je istraženo je sa 552 bušotine, na osnovu kojih je formiran geološki model ležišta (slika 6.7). Prilikom proračuna sa razvijenim modelom dobijeni su ukupni resursi od 43,7 miliona tona rude, sa srednjim sadržajem od 41,6 % gvožđa (Fe). Resursi su procenjene za granični sadržaj (cut-off) od 35 % Fe.

Svi parametri uzeti u proračun su zasnovani na iskustvu i postojećoj praksi rada na konkretnom ili sličnim lokalitetima (Stevanović, i dr., 2011; Malbašić, i dr. 2012).

Kako bi se posebno apostrofirale prednosti modela, pored stohastički dobijenih optimalnih kontura, generisana je i deterministički određena optimalna kontura. Analizom generisanih kontura može se izvršiti poređenje stohastičkog i konvencijalnog (determinističkog) pristupa.



Slika 6.7. Geološki blok model sa pozicijom bušotina

#### 6.4.1. Definisanje skupa ulaznih parametara za proračun EVB

Da bi se željena analiza sproveda neophodno je definisati set ulaznih parametara kako za deterministički, tako i za stohastički pristup.

Za deterministički (konvencionalni) proračun EVB, svi parametri, za svaki blok u modelu, imaju jednu vrednost koja se smatra apsolutno tačnom. Parametar o sadržaju korisne mineralne sirovine je jedinstvena karakteristika svakog bloka ponaosob, dok su svi ostali parametri identični za svaki blok u modelu. U tabeli 6.3 data je vrednost parametara za deterministički proračun EVB.

Tabela 6.3. Set ulaznih parametara za deterministički proračun EVB

Sadržaj korisne komponente (%)	Cena koncentrata (€/t, 51.4%Fe)	Iskorišćenje u ležištu (%)	Troškovi prerade (%)	Troškovi otkopavanja rude i jalovine (€/m <sup>3</sup> )	Troškovi prerade (€/m <sup>3</sup> )
Različito za svaki blok	91.3	94	84	4	13.47

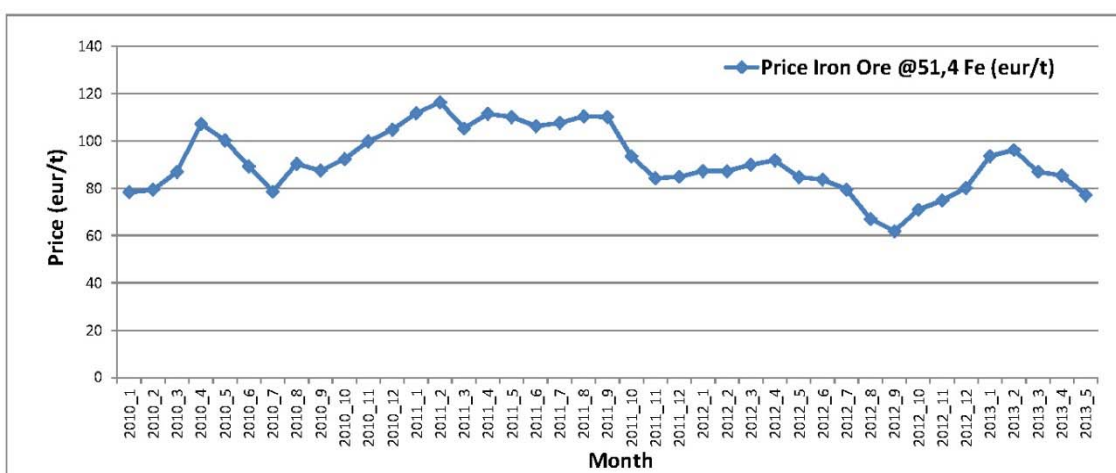
Cena koncentrata gvožđa, u determinističkom pristupu, određena je kao srednja mesečna cena za period januar 2010 – maj 2013. godine. Zbog posebno dinamične prirode, cene iz 2008 i 2009. godine, nisu uzimane u razmatranje. Za izvor podataka korišćena je baza Međunarodnog monetarnog fonda (2013) i odnosi se cene 62% Fe koncentrata, iz uvozne luke Tianjin (Kina).

Kako bi se uskladile sa standardima ovoga primera, cene koncentrata su prošle kroz dve transformacije:

- prevedene su iz Dolara (\$, SAD) u Eure (€, EU) i
- preračunate su sa cene koncentrata za 62%\_Fe za cenu od 51,4%\_Fe.

Na slici 6.8 dat je dijagram kretanja transformisanih cena koncentrata u razmatranom periodu (od januara 2010. do maja 2013.godine). Kako se sa dijagrama može videti, priroda cena, je u razmatranom periodu, bila izuzetno promenljiva sa apsolutnim maksimumom od 120 €/t koncentrata (februar 2011. godina) i apsolutnim minimumom od 60 €/t koncentrata (septembar 2012. godina).

Značaj cene koncentrata kao izvora neizvesnosti posebno je evidentan kada se uzme u obzir odnos ostvarenih apsolutnih maksimuma i minimuma, u relativno kratkom, razmatranom periodu.

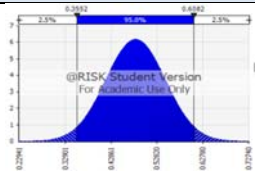
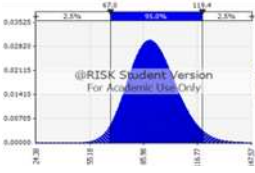
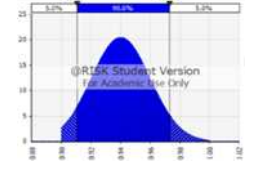
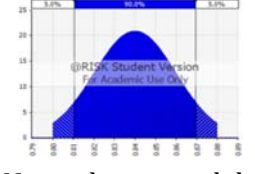
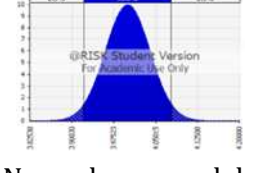



Slika 6.8. Cena koncentrata gvožđa za 51,4% Fe (China import Iron Ore - CFR Tianjin port)

Definisanje skupa ulaznih parametara za stohastički pristup je znatno kompleksniji proces. Razlog leži u činjenici da parametri nemaju jedinstvene vrednosti, već su definisani verovatnoćama raspodele.

Osnovne karakteristike verovatnoća raspodele za ulazne parametre, date su u tabeli 6.4.

Tabela 6.4. Raspodele verovatnoće za ulazne parametre

Parametar	Tip raspodele i histogram	Osnovne karakteristike raspodele
Sadržaj korisne komponente (%)	 <p>Normalna raspodela</p>	<p>Aritmetička sredina = procenjeni sadržaj za blok            Moda = procenjeni sadržaj za blok            Mediana = procenjeni sadržaj za blok            Standardna devijacija = 0.0645</p>
Cena koncentrata (€/t, @51.4%Fe)	 <p>Gama raspodela</p>	<p><math>\alpha = 46.41</math>,  <math>\beta = 1.968</math>            Aritmetička sredina = 91.34            Moda = 89.37            Mediana = 90.68            Standardna devijacija = 13.41</p>
Iskorišćenje u ležištu (%)	 <p>Normalna raspodela</p>	<p>Minimum = 0.90            Maksimum = 1.00            Aritmetička sredina <math>\approx 0.941</math>            Moda = 0.94            Mediana = 0.9405            Standardna devijacija <math>\approx 0.0187</math></p>
Iskorišćenje u preradi (%)	 <p>Normalna raspodela</p>	<p>Minimum = 0.80            Maksimum = 0.88            Aritmetička sredina <math>\approx 0.84</math>            Moda = 0.84            Mediana = 0.84            Standardna devijacija <math>\approx 0.0176</math></p>
Troškovi otkopavanja (€/m <sup>3</sup> )	 <p>Normalna raspodela</p>	<p>Minimum = 3.0            Maksimum = 5.0            Aritmetička sredina = 4.0            Moda = 4.0            Mediana = 4.0            Standardna devijacija = 0.040</p>
Troškovi prerade (€/m <sup>3</sup> )	 <p>Weibull raspodela</p>	<p><math>\alpha = 3.7961</math>  <math>\beta = 4.9516</math>            Shift = 9            Aritmetička sredina = 13.4749            Moda = 13.5684            Mediana = 13.4959            Standardna devijacija = 1.316</p>



Kako se u tabeli vidi, raspodele verovatnoće date su za svaki od ulaznih parametara. Svi parametri osim cene koncentrata i troškova prerade, su definisani kao normalna raspodela. Parametar za cenu koncentrata je definisan kao Gama raspodela, dok su troškovi prerade definisani kao Weibull raspodela. Za sve parametre, osim za sadržaj korisne komponente, definisane raspodele važe za svaki blok u geološkom blok modelu.

Takođe bitno je napomenuti da su osobine raspodele za parametar o sadržaju korisne mineralne sirovine, definisane na osnovu histograma istražnih uzoraka, nabušenih u rudnom telu.

Raspodela verovatnoće za cenu koncentrata, nastala je na osnovu podataka datih na slici 6.8, odnosno na osnovu istog izvora kao za deterministički pristup.

Za sve ostale parametre definisanje raspodela izvršeno je na osnovu postojećih rezultata iz prakse ili na osnovu istorijskih podataka o kretanju vrednosti konkretnih parametara.

Fitovanje podataka u definisane raspodele izvršeno je automatski uz pomoć modula programskog paketa @Risk. Na osnovu unetih podataka modul sprovodi više metoda (testova) ocenjujući koja raspodela najbolje definiše analizirani skup podataka.

#### **6.4.2. Proračun Ekonomske Vrednosti Bloka (EVB)**

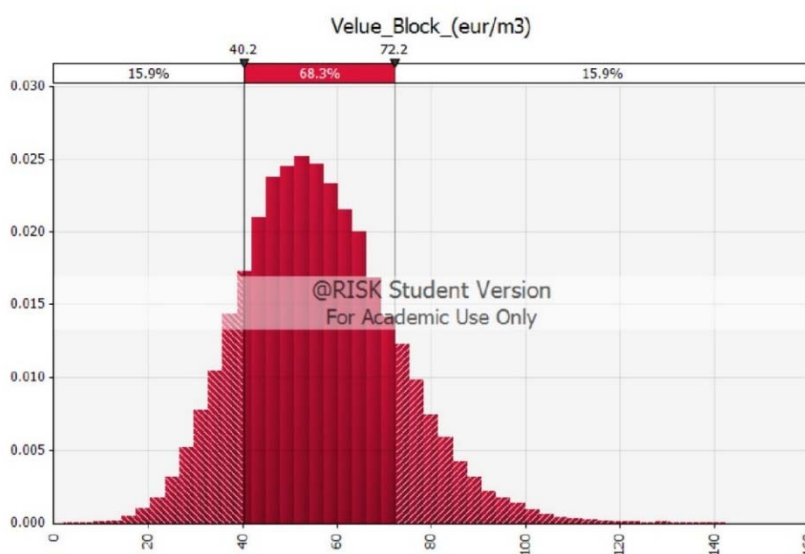
Determinističkim pristupom ekonomska vrednost bloka u modelu je sračunata na osnovu odabranog seta parametara (tabela 6.3), dok je za stohastički pristup proračun izvršen izvođenjem MCS, za definisane raspodele ulaznih parametara.

Ako se determinističkim pristupom, izračuna EVB za blok sa srednjim sadržajem korisne komponente od 41,6% Fe, dobija se jedinstvena vrednost  $EVB=55,99 \text{ €/m}^3$ .

Stohastičkim pristupom, baziranom na MCS, za isti taj blok (41,6% Fe) dobijamo mogući set rešenja EVB, sa različitom verovatnoćom pojavljivanja (slika 6.9).

Neke vrednosti dobijenog seta rešenja, su sa aspekta dalje analize, više interesantne (relevantne) od drugih. Minimalna simulirana vrednost EVB je 2,13 €/m<sup>3</sup>, dok je maksimalna EVB 142,7 €/m<sup>3</sup>. Verovatnoća pojave minimalne i maksimalne EVB je naravno jako mala. Srednja aritmetička vrednost ( $\bar{x}$ ) formiranog seta rešenja je 56,13 €/m<sup>3</sup>, a EVB sa najvećom verovatnoćom pojavljivanja je 50,46 €/m<sup>3</sup>. Standardna devijacija ( $\sigma$ ) raspodele je 16,09, i sa verovatnoćom od 68,3 % (verovatnoća u intervalu  $\bar{x} \pm \sigma$ ) **tačna** EVB će biti u rasponu od 40.2 €/m<sup>3</sup> do 72.2 €/m<sup>3</sup>. Sa verovatnoćom od 95 % (verovatnoća u intervalu  $\bar{x} \pm 2\sigma$ ) **tačna** EVB će biti u rasponu od 28,0 €/m<sup>3</sup> do 90,3 €/m<sup>3</sup>.

Bitno je napomenuti da su sve MCS, u primeru, vršene za 50.000 iteracija. Ovako veliki broj iteracija bio je neophodan kako bi se osobine formiranih setova rešenja stabilizovale.



Slika 6.9. Verovarnoća raspodele EVB (sadržaj korisne komponente 41.6%Fe)

### 6.4.3. Analiza i formiranje EVB za svaki blok u blok modelu

U prethodnom koraku je opisan proračun EVB za blok sa prosečnim sadržajem Fe za celo ležište. Proračun je dat za deterministički i stohastički pristup. Ista procedura može se sprovesti na većem broju blokova, sa različitim sadržajem korisne komponente (Fe). Za ove potrebe korišćeni su blokovi u rasponu od 35% Fe (usvojena vrednost graničnog sadržaja) do 65% Fe (maksimalan sadržaj u blok

modelu). Proračunom je urađen za blokove u navedenom rasponu, pri čemu je korišćen korak promene od 5% Fe.

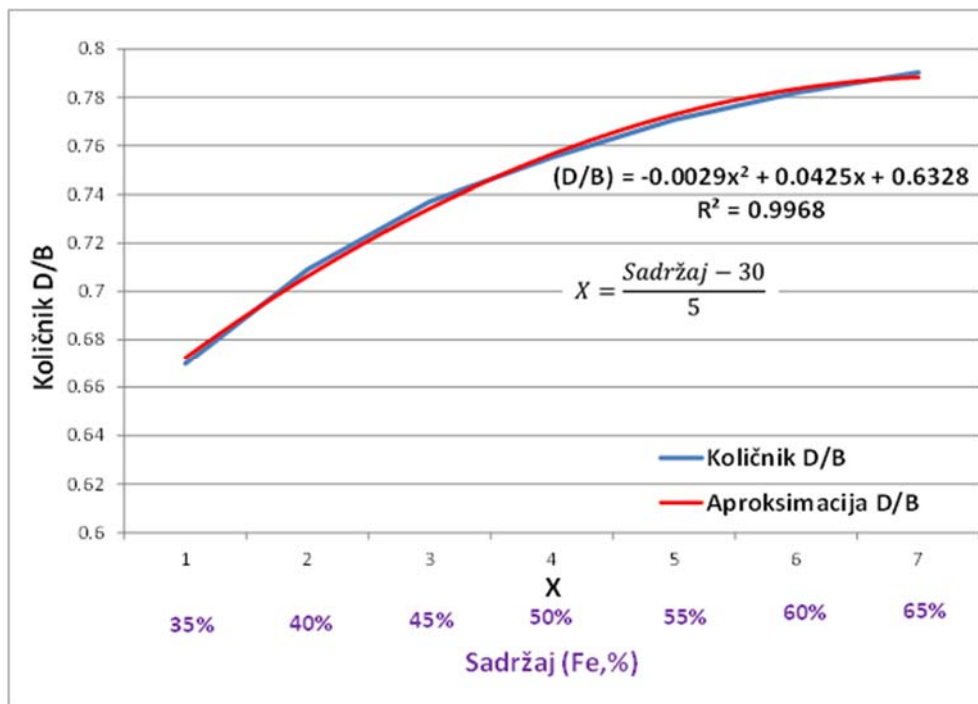
Rezultati deterministički i stohastički proračunate EVB, prikazani su u tabeli 6.5. Za deterministički pristup imamo jedinstvenu vrednost za svaki blok, dok je rezultat stohastičke simulacije raspodela rešenja sa određenom verovatnoćom. Iz ovoga seta, dva posebno zanimljiva rešenja su ona koja definišu interval  $(\bar{x} \pm \sigma)$ , odnosno rešenje koje je za vrednost jedne standardne devijacije veće od aritmetičke sredine seta, kao i rešenje koje je za istu vrednost manje od aritmetičke sredine seta.

Kako je već napomenuto, bilo bi veoma vremenski zahtevno tj. krajnje nepraktično pronaći stohastički set rešenja, odnosno izvršiti MCS, za svaki blok u blok modelu. U cilju prevazilaženja ovoga problema, razvijena je funkcija kojom se aproksimiraju stohastičke vrednosti za  $(\bar{x} \pm \sigma)$  za sve rudonosne blokove u blok modelu. To znači da se MCS vrši samo za određen broj blokova u blok modelu. Dobijeni rezultati (simulacije EVB) su upoređeni sa deterministički utvrđenim EBV, za iste blokove u modelu. Na bazi ovoga upoređenja, definiše se funkcija koja povezuje stohastičke i determinističke EVB (tabela 6.5).

Tabela 6.5. Rezultati i poređenje deterministički i stohastički dobijenih EVB

Sadržaj (%Fe)	Konvencionalni pristup	Stohastički pristup			Upoređenje Stohastički / Konvencionalni	
		A	B	C	D	E
/	Deterministička EVB (€/m <sup>3</sup> )	Standardna devijacija $\sigma$ (€)	EVB za $\bar{x} - \sigma$ (€/m <sup>3</sup> )	EVB za $\bar{x} + \sigma$ (€/m <sup>3</sup> )	Količnik D/B	Količnik E/B
35	44.34	14.87	29.7	59.1	0.670	1.333
40	53.17	15.72	37.7	68.7	0.709	1.292
45	62	16.68	45.7	78.5	0.737	1.266
50	70.84	17.57	53.5	88.4	0.755	1.248
55	79.66	18.59	61.4	98.2	0.771	1.233
60	88.5	19.59	69.2	108.1	0.782	1.221
65	97.3	20.77	76.9	118.2	0.790	1.215

Deljenjem rešenja iz kolone D sa rešenjima iz kolone B dobija se količnik D/B (tabela 6.5). Ovaj količnik predstavljen je na dijagramu (plava linija na slici 6.10) i grafički povezuje stohastičke vrednosti za  $\bar{x} - \sigma$  sa determinističkom EVB, za analiziranu vrednost sadržaja (od 35%Fe do 65%Fe, sa korakom od 5%).



Slika 6.10. Odnos stohastičke i determinističke EVB i aproksimacija stohastičke EVB za  $\bar{x} - \sigma$

Kako bi se matematički definisao odnos stohastičke vrednosti za  $\bar{x} - \sigma$  i determinističke EVB, generisana je kvadratna funkcija koja aproksimira vrednost ovog odnosa (crvena linija na slici 6.10).

Aritmetički oblik generisane funkcije dat je jednačinom:

$$(D/B) = - 0.0029x^2 + 0.0425x + 0.6328 \quad (6.3)$$

gde je: (D/B) – odnos stohastičke vrednosti za  $\bar{x} - \sigma$  sa determinističkom EVB za analiziranu vrednost sadržaja,

$$X = \frac{\text{Sadržaj} - 30}{5} \text{ je odnos vrednosti za X i sadržaja korisne komponente} \quad (6.4)$$

Koeficijent determinacije, kojim se procenjuje koliko dobro generisana funkcija obuhvata stvarne podatke, odnosno koliko je precizna aproksimacija, u ovom slučaju je  $R^2=0,9968$ .

Korišćenjem jednačine (6.3), za svaki blok u modelu, zavisno od sadržaja korisne komponente, odnos stohastičke i determinističke EVB može biti aproksimiran (odnos D/B).

Treba skrenuti pažnju da je X vrednost iz jednačine(6.3), izražena u skladu sa jednačinom (6.4). Množenjem poznate determinističke EVB (koja je za poznate parametre automatski sračunata za svaki blok u blok modelu) sa odnosom D/B, dobija se aproksimirana stohastička EVB za verovatnoću  $\bar{x} - \sigma$ .

Izvođenjem navedene procedure, veoma lako i brzo može se dobiti aproksimirana stohastička EVB za verovatnoću  $\bar{x} - \sigma$ , za svaki blok u blok modelu. Dva poslednja koraka (proračun odnosa D/B i aproksimacija stohastičkih EVB za  $\bar{x} - \sigma$ ) su izvršena automatski. U ovom slučaju to je izvršeno korišćenjem komande „attribute math“ u sastavu programskog paketa Surpac, ali takođe se može izvršiti i upotrebom jednostavnijih programa, npr. Microsoft Excel-a, ako je blok model eksportovan u \*.CSV format.

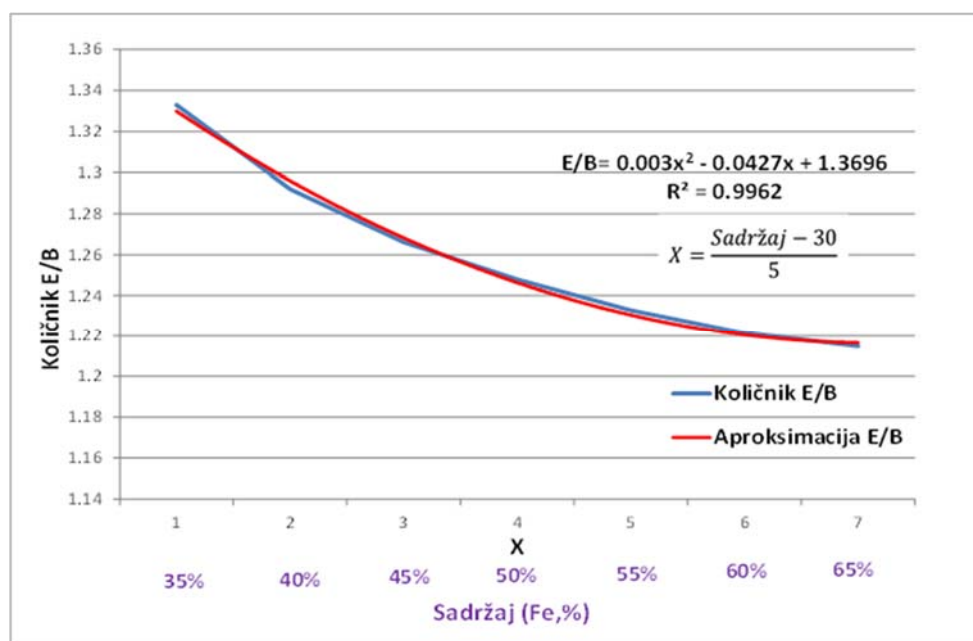
Ista procedura može se primeniti pri proračunu EVB za verovatnoću raspodele od  $\bar{x} + \sigma$  (aritmetička sredina plus vrednost jedne standardne devijacije). Upoređivanjem simuliranih vrednosti blokova za  $\bar{x} + \sigma$  (kolona E u tabeli 6.5) sa deterministički sračunatom EVB (kolona B u tabeli 6.5) možemo dobiti količnik E/B (kolona G u tabeli 6.5). Odnos E/B može se grafički predstaviti (plava linija na slici 6.11). U ovom slučaju, odnos stohastički proračunate EVB za  $\bar{x} + \sigma$ , i deterministički proračunate EVB, aproksimirana je ponovo kvadratnom funkcijom (crvena linija na slici 6.11). Ova funkcija određena je jednačinom:

$$E/B= 0.003x^2 - 0.0427x + 1.3696 \quad (6.5)$$

gde je: (E/B) – odnos stohastičke vrednosti za determinističku EVB za analiziranu vrednost sadržaja,

$$X = \frac{\text{Sadržaj} - 30}{5} \text{ je odnos vrednosti za } X \text{ i sadržaja korisne komponente} \quad (6.6)$$

Koeficijent determinacije, za ovaj slučaj aproksimacije je  $R^2 = 0.9962$ .



Slika 6.11. Odnos stohastičke i determinističke EVB i aproksimacija stohastičke EVB za  $\bar{x} + \sigma$

Na isti način kako je to već objašnjeno, korišćenjem jednačine (6.5) i izraza za vrednost  $X$  jednačina (6.6), odnos EVB za verovatnoću raspodele  $\bar{x} + \sigma$  i deterministički utvrđene EVB (odnos E/B) može biti sračunat. Množenjem poznate determinističke EVB sa proračunatim odnosom E/B, dobija se aproksimirana stohastička EVB za verovatnoću raspodele  $\bar{x} + \sigma$ . Kao u prethodnom slučaju, ovo može biti automatski urađeno za svaki blok u blok modelu.

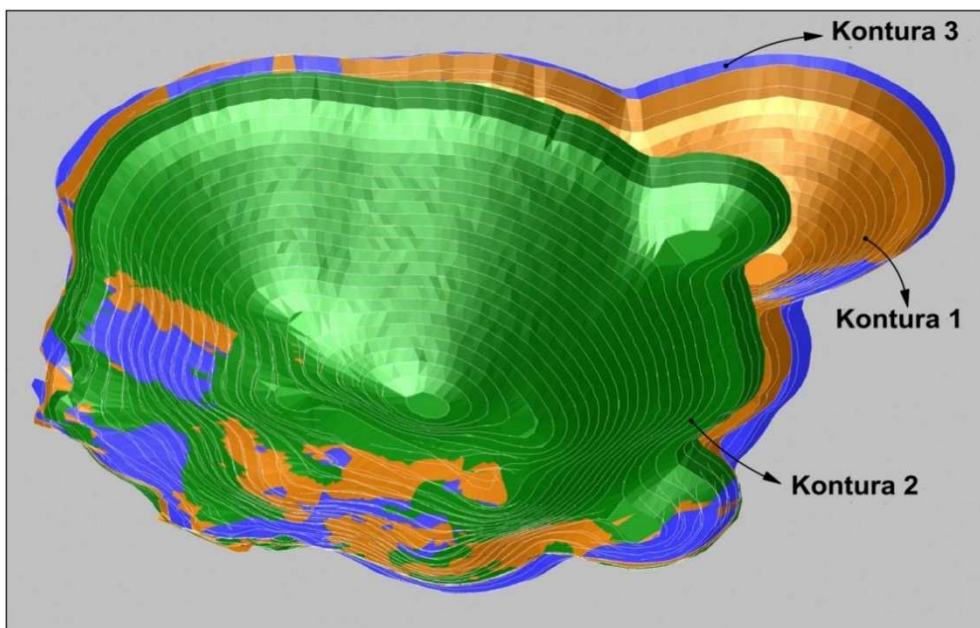
Proračunom EVB determinističkim pristupom kao i aproksimacijom stohastičke EVB za verovatnoću raspodele od  $\bar{x} \pm \sigma$ , za sve blokove u blok modelu, dobijaju se tri ekonomska blok modela. Aproksimacijom za neke druge verovatnoće raspodele može se kreirati praktično beskonačan broj ekonomskih blok modela. Ovi modeli karakteristični su po tome što svaki blok unutar njih, ima određenu ekonomsku vrednost (€/m<sup>3</sup>). Zahvaljujući ovoj osobini, generisani ekonomski modeli, ispunjavaju sve uslove za sprovođenje optimizacije LG metodom.

#### 6.4.4. Generisanje optimalnih kontura i procena neizvesnosti.

Prema opisanoj proceduri, u ovom analiziranom primeru, kreirana su tri ekonomska blok modela i to sa:

1. Deterministički proračunatim EVB,
2. Aproksimiranom stohastičkom EVB za verovatnoću  $\bar{x} - \sigma$ ,
3. Aproksimiranom stohastičkom EVB za verovatnoću  $\bar{x} + \sigma$

Na osnovu formiranih blok modela, primenom LG algoritma, mogu se generisati tri optimalne konture. Generisane optimalne konture prikazane su na slici 6.12, dok su u tabeli 6.6 date njihove osnovne eksploatacione performanse.



Slika 6.12. Generisane optimalne konture

Generisani kopovi dati su na slici 6.12 imaju sledeće oznake:

- **Optimalna kontura\_1** generisana na osnovu deterministički određene EVB
- **Optimalna kontura\_2** generisana na osnovu aproksimiranih stohastičkih EVB za verovatnoću raspodele od  $\bar{x} - \sigma$ ,
- **Optimalna kontura\_3** generisana na osnovu aproksimiranih stohastičkih EVB za verovatnoću raspodele od  $\bar{x} + \sigma$ .

Tabela 6.6. Osnovne performanse generisanih optimalnih kontura

Optimalna kontura	Kontura 1	Kontura 2	Kontura 3
Ruda(t)	36.021.000	32.604.000	36.950.000
Jalovina (m <sup>3</sup> )	61.401.000	45.707.000	66.249.000
NPV (eur)	290.355.000	192.203.000	401.160.000

Na bazi generisanih optimalnih kontura, može se sprovesti procena inkorporirane neizvesnosti u proces optimizacije granica kopa. U ovom momentu ne razmatra se više neizvesnost pojedinačnih ulaznih parametara optimizacije, već se zahvaljujući formiranim konturama, direktno procenjuje neizvesnost krajnjeg produkta optimizacije (eksploatacione rezerve i NPV kontura). Takođe zahvaljujući grafičkoj predstavi generisanih kontura (slika 6.12) na veoma plastičan način, u 3D prostoru, mogu se uočiti srazmere uticaja neizvesnosti na proces optimizacije.

Ako za generisane optimalne konture upoređujemo eksploatacione rezerve rude, možemo zaključiti da sa verovatnoćom od 68,27 % (verovatnoća raspodele  $\bar{x} \pm \sigma$ ) optimalna kontura kopa će sadržati rezerve rude u rasponu od  $32,6 \times 10^6$  t (Optimalna kontura\_2) do  $36,95 \times 10^6$  t (Optimalna kontura\_3). Razlika u eksploatacionim rezervama rude između ove dve konture je samo 13,3%, i pored toga što je razlika u EVB za verovatnoću raspodele od  $\bar{x} + \sigma$  i od  $\bar{x} - \sigma$ , znatno veća i kreće se u rasponu od 100% do 50%. Odnosno, u ovom konkretnom slučaju, može se zaključiti da i pored značajne neizvesnosti povezane sa ulaznim parametrima (i iskazane u razlici između EVB za  $\bar{x} + \sigma$  i  $\bar{x} - \sigma$ ) razlika u količinama između optimalnih kontura 2 i 3 nije značajna.

Ovakvo razmatranje može biti značajne informacije investitoru, jer mu govori da je verovatnoća da će optimalna kontura zahvatiti rezerve rude manje od  $32,6 \times 10^6$  t rude samo 15,66%. Verovatnoća, da će ulazni parametri posedovati vrednosti koje obezbeđuju formiranje optimalne konture sa rezervama iznad  $36,95 \times 10^6$  t, takođe iznosi 15,66%.

Razlika u rezervama rude za Optimalnu konturu\_1 ( $36,02 \times 10^6$  t) i Optimalnu konturu\_2 ( $36,95 \times 10^6$  t) je minimalna i iznosi samo 0,3 %. Ovakvo mala razlika u



količini rude upućuje na zaključak da sa povećavanje EVB sa deterministički utvrđene vrednosti na vrednost  $\bar{x} + \sigma$  praktično ne utiče, na količine eksploatacionih rezervi. Razlog za ovakvo ponašanje je vezan za prirodu ležišta, odnosno za prostornim rasporedom rudnjau ležištu.

Ako se za generisane optimalne konture porede ostvarene NPV performanse (tabela 6.6), može se videti da su razlike znatno veće nego što je to slučaj sa rezervama rude. Za sve generisanje optimalne konture, prilikom proračuna NPV-a, korišćeni su isti ulazni parametri. Za godišnji kapacitet usvojena je vrednost od  $2 \times 10^6$  t, a vrednost diskontne stope je 8%. Razlika ostvarenog NPV-a, između Optimalne konture\_1 i Optimalne konture\_2 je 51,5%, između Optimalne konture\_1 i Optimalne konture\_3 je 38,2%, dok razlika između Optimalne konture\_2 i Optimalne konture\_3 dostiže 208,8%.

Ako se uporede NPV performanse kontura, sa verovatnoćom od 68,3% (verovatnoća raspodele od  $\bar{x} \pm \sigma$ ) optimalna kontura će imati vrednost u rasponu od  $192,2 \times 10^6$ € (Optimalna konura\_2) i  $401,2 \times 10^6$ € (Optimalna konura\_3). Takođe može se izvući zaključak da je verovatnoća ostvarenja NPV manjeg od 192,2 samo 15,6%. Ista verovatnoća vezana je za mogućnost ostvarenja NPV preko  $401,2 \times 10^6$ €.

Iz prikazane analize možemo takođe zaključiti, da će za veliki broj mogućih scenarija, optimalna kontura kopa biti mnogo više senzitivna na NPV, nego na količine eksploatacionih rezervi rude. Značajne razlike u ostvarenim NPV su očekivane, s obzirom da se generišu iz proračunatih EVB, dok su ostvarene razlike u eksploatacionim rezervama osobina konkretnog primera, i u drugom slučaju (drugo ležište) mogle bi biti veće ili manje.

Na kraju možemo zaključiti da uticaj neizvesnosti na proces optimizacije granica kopa u značajnoj meri može uticati na uspeh rudarskog projekta. Iz tog razloga neizvesnost ne treba ignorisati, već treba primeniti metode koje inkorporiraju izvore neizvesnosti, i daju rezultate sposobne da redukuju prisutan rizik.

Iz navedenog primera može se zaključiti da pozitivne rezultate i pomake, u rešavanju navedene problematike, pružaju mnogobrojni razvijeni stohastički

modeli. U odnosu na konvencionalne, stohastički modeli su sposobni da pokriju veliki broj mogućih scenarija i na taj način pruže znatno realnija rešenja. Ipak i pored pozitivnih pokazatelja, zbog kompleksne prirode rudarske prakse, jasno je da su neophodna dalja istraživanja u cilju poboljšanja stohastičkog pristupa i šire implementacije istih u rešavanju rudarskih problema.

## 7. ZAKLJUČAK I PREPORUKE ZA DALJI RAD

Savremeno rudarstvo izloženo je stalnom trendu pogoršanja uslova poslovanja. Mogućnost ostvarenja ekonomskih i drugih ciljeva rudarskog projekta kompromitovana je stalnim smanjenjem kvaliteta mineralne sirovine u ležištu, kao i značajnoj dozi neizvesnosti povezane sa geološkim, ekonomskim i tehničkim parametrima. U ovako kompleksnim uslovima poslovanja prostor za neefikasnost u procesu planiranja, a kasnije i proizvodnje, praktično ne postoji. Takođe matematički modeli sposobni da odgovore značajnim izazovima, odnosno ponude optimalna rešenja kojima se garantuje maksimalno ispunjenje projektovanih ciljeva, nameće se kao neophodnost.

Broj elemenata koji figurišu u procesima optimizacije i planiranja, kao i njihova međusobna zavisnost, dovoljno govore o složenosti problematike i prostoru za optimaizaciju u cilju dobijanja kvalitetnijih rešenja.

Konvencionalni pristup modeliranju oslanja se na determinističke modele. Ovi modeli nisu u mogućnosti da u potpunosti odgovore na savremene složene zahteve rudarske prakse. To se pre svega odnosi na nemogućnost determinističkog pristupa da ponudi praktične metode za rešavanje izuzetno kompleksnih problema, kao i na nemogućnost uzimanja u obzir neizvesnosti utkane unutar mnogih elemenata rudarskih problema.

Kao reakcija na ograničenja determinističkog pristupa, tokom protekle dve decenije, razvijeno je više stohastičkih modela. Osnovna naučna hipoteza postavljena u ovoj disertaciji pod nazivom "Optimizacija i planiranje površinskih kopova stohastičkim modelima" jeste uvođenje stohastičkih metoda, u procese rešavanja rudarskih problema, radi unapređenja konvencionalnog pristupa i generisanja praktičnijih i kvalitetnijih rešenja. Shodno tome, cilj postavljen u ovoj disertaciji vezan je za razvoj stohastičkih modela koji su prilagođeni različitim rudarskim problemima i vrstama ležišta.

U skladu sa razlikama koje postoje u prirodi ležišta koje opisuju i tehnologiji rada na ležištima lignitskih ugljeva i metaličnim ležištima razvijeni su različiti modeli. Prvi model tretira problematiku vezanu za eksploataciju ležišta lignita kontinualnom tehnologijom, dok je drugi model razvijen za primer metaličnog ležišta rude gvožđa.

Razvijeni modeli razlikuju se i prema tipu problema koji tretiraju. Model razvijen za ležišta lignita tretira problem optimizacije proizvodnje u uslovima strogih ograničenja u odnosu na kvalitet uglja koji se isporučuje termoelektranama. Nasuprot njemu model razvijen za metalična ležišta, tretira problem optimizacije granica kopa uzimajući u obzir faktore neizvesnosti.

Prvi razvijeni model implementira genetski algoritam za rešavanje problema optimizacije. Algoritam pronalazi kapacitete sa kojima bageri treba da rade da bi odstupanje kvaliteta od zadate vrednosti bilo minimalno, uz poštovanje tehnoloških i geoloških ograničenja (tj. ograničenja radne sredine). Matematički model je pretočen u skup klasa kojima se softverski implementira algoritam optimizacije i njegovo integrisanje u sistem za operativno planiranje proizvodnje uglja. Simulacijom rada više bagera u definisanom vremenskom periodu na planiranim pozicijama u sistemu, a u cilju obezbeđenja zadanog kapaciteta i kvaliteta uglja, razvijeni model je sposoban da obuhvati sve elemente kompleksnog sistema proizvodnje na površinskom kopu lignita.

Ulazne parametre optimizacionog modela predstavljaju, sa jedne strane parametri kvaliteta uglja na radnim pozicijama bagera (tehnološkim blokovima) i tehnološka ograničenja angažovane otkopne opreme, koja mora biti u potpunosti zadovoljena. Poštujući striktna ulazna ograničenja, model generiše operativni plan koji ispunjava postavljene ciljeve: potrebni kapacitet proizvodnje u planskom periodu i zahtevani kvalitet uglja koji se isporučuje termoelektranama.

Drugi model, razvijen za rešavanje problema optimizacije granica površinskog kopa, hibridnog je tipa, odnosno koristi determinističku i stohastičku komponentu pri optimizaciji granica kopa.

Model na osnovu formiranog skupa stohastičkih optimalnih kontura, pored verovatnoće pojavljivanja svake konture, pruža prostorni (3D) prikaz uticaja neizvesnosti na formiranje optimalnih granica kopa. Šta više, ovaj model daje i kvantitativnu (eksploatacione rezerve) i kvalitativnu (sadržaj korisne komponente) predstavu o uticaju neizvesnosti na proces optimizacije. Ovakav plastičan prikaz u značajnoj meri smanjuje rizik i olakšava proces donošenja ispravnih odluka pri odabiru završne konture koja najbolje obezbeđuje ciljeve projekta.

U naučnom smislu modeli potvrđuju polaznu hipotezu da se uvođenjem stohastičkog pristupa, za slučajeve izuzetno kompleksnih sistema, kao i u slučajevima izražene neizvesnosti u procesu donošenja odluka, omogućava unapređenje konvencionalnog pristupa i generisanje praktičnijih i kvalitetnijih rešenja

Koristeći prednosti determinističkog i stohastičkog pristupa razvijeni modeli eliminiše pojedinačne mane oba pristupa. Zahvaljujući ovoj osobini, modeli generiše verodostojnija rešenja, i unapređuju postojeću čisto determinističkom metodologiju. U širem smislu metodologija, implementirana u razvijene stohastičke modele za upravljanje kvalitetom uglja na površinskim kopovima lignita i optimizaciju granica površinskih kopova, može se primeniti i na druge klase kompleksnih problema, prisutnih u rudarstvu.

U praktičnom smislu, model za planiranje upravljanja kvalitetom, pruža okvir sposoban da poveže sve elemente proizvodnog ciklusa u eksploataciji uglja i generiše optimalan operativni plan sa kojim treba da radi svaki od raspoloživih rotornih bagera na osnovu definisanih tehničkih i tehnoloških ograničenja kao i na osnovu podataka o kvalitetu uglja u blokovima, odnosno podetažama koje bageri istovremeno otkopavaju.

Drugi razvijeni model, inkorporiranjem neizvesnosti u proces optimizacije granica kopa, daje sveobuhvatniju osnovu za donošenje jedne od najvažnijih strateških odluka u rudarskom projektu, a to je odabir optimalnih granica kopa. Ovim se stvaraju uslovi za tačniju evaulaciju rudarskog projekta i olakšava donošenje odluke

o eventualnom investiranju u razmatrani projekat, što predstavlja i osnovni praktični doprinos razvijenog modela.

\*\*\*

Pored velikog truda koji su mnogi autori uložili u razvoj stohastičkih modela, i rezultata tog rada koji snažno sugerišu da je stohastički pristup često daje značajno kvalitetnija rešenja, još uvek nema širokog prihvatanja ovakvog pristupa.

Razlozi za ovo pre svega su vezani za veći stepen kompleksnosti stohastičkih modela. Za implementaciju ovakvog pristupa potrebno je mnogo bolje poznavanje složenog matematičkog aparata, nego što je to slučaj sa determinističkim pristupom. Takođe zbog kompleksnosti, inženjeri koji se bave planiranjem, često nemaju osećaj da kontrolišu sistem, koji analiziraju. Zbog toga i ne čudi čest otpor koji se u praksi, među inženjerima, javlja prema primeni stohastičkog pristupa.

Takođe, kako je u više navrata napomenuto primenom stohastičkog pristupa omogućava se uključivanje neizvesnosti u proces donošenja odluka. Ova značajna prednost stohastičkog u odnosu na deterministički pristup, ima i svoje negativne posledice koje se pre svega ogledaju u većem obimu uloženog inženjerskog rada i truda. Za formiranje vrednosti određenog ulaznog parametra stohastički pristup koristi raspodelu verovatnoće, koju je po pravilu teže definisati nego jedinstvenu vrednost (deterministički pristup). Takođe, konvencionalnim t.j. čisto determinističkim pristupom problem se rešava generisanjem jedinstvenog rešenja. Za razliku od ovoga, stohastičkim pristupom se generišu višestruka rešenja sa različitom verovatnoćom realizacije. Generisanje višestrukih rešenja zahteva više vremena i informatičke podrške odnosno generalno posmatrano više uloženog inženjerskog truda. U ekonomskom poređenju sa ostalim resursima inženjerski trud nije previše vredan resurs, i jasno je da se isplati njegovo veće ulaganje u cilju formiranja kvalitetnijih rešenja, ali u isto vreme veća potreba za istim stvarima dodatan otpor stručne javnosti (koja dodatni trud treba da uloži) ka široj implementaciji stohastičkih modela.

Značajna matematička kompleksnost kao i velika potreba za dodatnim inženjerskim trudom i naporom, predstavljaju osnovne mane stohastičkih modela, ali u isto vreme prostor i pravac za dalji naučni rad i unapređenje pristupa. Prioritet u daljem istraživanju treba dati razvoju stohastičkih modela i njihovoj implementaciji u programske pakete sposobne da praktičnim načinom upotrebe, anuliraju sada prisutne mane i u potpunosti iskoriste potencijale pristupa.

## 8. LITERATURA

**Akaike, A. and Dagdelen, K.**, 1999, A strategic production scheduling method for an open pit mine, Proceedings of the 28th Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, str. 729–738.

**Albor, F., Dimitrakopoulos R.**, 2009, Stochastic mine design optimisation based on simulated annealing: pit limits, production schedules, multiple orebody scenarios and sensitivity analysis, Mining Technology, vol. 118, str. 80-91

**Allen H**, Aspects of evaluating mining projects, Imperial College of Science and Technology, London, UK, pristupljeno 05.06. 2013. god, dostupno na: [http://www.maden.org.tr/resimler/ekler/aad95253aee7437\\_ek.pdf](http://www.maden.org.tr/resimler/ekler/aad95253aee7437_ek.pdf)

**Anderson, Herbert L.** 1986, Metropolis, Monte Carlo and the MANIAC, Los Alamos Science vol.14, str. 96–108.

**Askari-Nasab, H, i Awauh-Offei, K**, 2009, Open pit optimisation using discounted economic block values, Mining Technology, vol. 118, str. 1-12.

**Aykul H, Yalcın E, Ediz I.G, Dixon-Hardy D.W, Akcakoca H**, 2007, Equipment selection for high selectiveexcavation surface coal mining, The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, vol. 107, str. 195-210.

**Barber J.** 2011, 2D and 3D models, Geovia white papers, dostupno na: [[http://es.geovia.com/sites/default/files/whitepaper/Minex\\_2D\\_3DModels.pdf](http://es.geovia.com/sites/default/files/whitepaper/Minex_2D_3DModels.pdf)]

**Barnes, R, J**, 1982, Optimising the ultimat pit, Master teza, Colorado Shool of Mines.

**Barnes, R, J, Johnson, T, B**, 1982, Bounding techniques for the Ultimate Pit Limit Problem, XVII-ti APCOM, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, str. 263-273

**Benndorf, J. Dimitrakopoulos, R.**, 2007. New efficient methods for conditional simulation of large orebodies. Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, The Australasian Institute of Mining.



**Braticevic, D, B**, 1983, Open Pit Optimization Method, XVIII APCOM, Institute of Mining and Metallurgy, London, England

**Caccetta, L. and Hill, S.P.**, 2003, An application of branch and cut to open pit mine scheduling. *J. Global Optim.*, vol. 27, str. 349 – 365.

**Caccetta, L., Kelsey, P., Giannini, L.M.**, 1998, Open pit mine production scheduling, 3rd Regional Proceedings of Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, str. 65 – 72.

**Cebesoy, T**, 1997, Surface Mining Equipment Cost Analysis with a Developed Linear Break Even Model, *Surface Mining and Reclamation*, vol. 11, str. 53–58.

**Chance D., M.**, 2008, Lecture Notes: Monte Carlo Simulation. Louisiana State University, E.J. Ourso College of Business, (accessed July 2008) <http://www.bus.lsu.edu/academics/finance/faculty/dchance/Instructional/TN96-03.pdf>

**Chiwaye H.T., Stacey T.R.**, 2010, A comparison of limit equilibrium and numerical modelling approaches to risk analysis for open pit mining, *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, vol. 110, str. 571-579

**Consuegra F.R.A.**, 2010, Exploring stochastic optimization in open pit mine design, Department of Mining and Materials Engineering, McGill University, Montreal

**Coombes J**, 2004, Resource Estimation, Snowden Mining Industry Consultants

**Cowan E.J, Beatson R.K, Ross H.J., Fright W.R**, 2003, Practical Implicit Geological Modeling, 5th International Mining and Geology Conference, Bedingo, Victoria, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, str. 89-99.

**Černý, V.**, 1985, Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm, *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 45, str 41–51

**Dagdelen, K**, 1985, Optimum Multi-Period Open Pit Mine Production Scheduling by Lagrangian Parameterization, doktorska disertacija, Colorado School of Mines, Golden, Colorado

**Dagdelen, K. and Johnson, T.B.**, 1986, Optimum open pit mine production scheduling by Lagrangian parameterization, Proceedings of the 19th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Poglavlje 13, str. 127–142.

**Darwen, J, P**, 2001, Genetic Algorithms and Risk Assessment to Maximise NPV With Robust Open-Pit Scheduling, Strategic Mine Planning Conference, Perth

**David M**, 1971, Geostatistical Ore Reserve calculation, step by step Case Study. Decision Making in the Mineral Industry, CIM Bulletin, vol. 12, str. 185-191.

**David M**, 1977, Geostatistical Ore Reserve Estimation, Amsterdam, Elsevier.

**Davis, R, E, Williams, C, E**, 1973, Optimisation Procedures for Open Pit Mine Scheduling, XI-ti APCOM, University of Arizona, Tucson, Arizona, Vol. 1C, str. 1-18

**Denby B, Clarke M.P, Schofield D**, 1990, Decision Making Tools for Surface Mining Equipment Selection, Mining Science and Technology, vol. 10, str. 323–335.

**Denby, B. and Schofield, D.**, 1994, Open pit design and scheduling by use of genetic algorithms. Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy, Section A), Vol. 103, str.21-26.

**Dimitrakopoulos R.**, 2011, Strategic mine planning under uncertainty, stochastic optimization for strategic mine planning: a decade of developments, Journal of Mining Science, Vol. 47, str. 138-150

**Dimitrakopoulos R., Griffin W.H.**, 1993, Geology-based Conditional Simulation in the Athabasca Oil Sands Deposit, Alberta, Canada, Natural Resources Research, Volume 2, str. 49-61

**Dimitrakopoulos R, Farrelly C, Godoy M**, 2002, Moving forward from traditional optimization: Grade uncertainty and risk effects in open pit design, *Mining Technology*, Vol. 111, str. 82-87.

**Dimitrakopoulos R, Ramazan S**, 2008, Stochastic integer programming for optimizing long term production schedules of open pit mines: methods, application and value of stochastic solutions, *Mining Technology, Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy, Section A*, Vol. 117, No. 4, str. 155-167.

**Dimitrakopoulos R, Ramazan S**, 2004, Uncertainty based production scheduling in open pit mining, *SME Transactions*, vol. 316

**Dimitrakopoulos, R**, 1998, Conditional simulation algorithms for modeling orebody uncertainty in open-pit optimization. *International Journal of Surface Mining Reclamation and Environment*, Vol. 2, No. 4, str. 173–179.

**Dominy S. C., Noppe M. A., Annels A. E.**, 2002, Errors and Uncertainty in Mineral Resource and Ore Reserve Estimation: The Importance of Getting it Right. *Exploration Mining Geology*, vol. 11, str. 77–98.

**Dowd P.A., & Onur A.H.**, 1993, Optimization of Open-pit Mine Design-Part 1: Optimal Open-pit Design, *Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy, (Section A, Mining Industry)*, vol. 102, str. A95-A104

**Dowd, P, A, Pardo-Igúzquiza, E**, 2002, The Incorporation of Model Uncertainty in Geostatistical Simulation, *Geographical and Environmental Modelling*, Vol.6, str. 147-169.

**Dowd, P. A. and Onur, A. H.**, 1992, Optimizing open pit design and sequencing, *Proceedings of the 23rd International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in The Mineral Industries*, str. 411–422.

**Dowsland, K.A.** 1995, Simulated Annealing. In *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems* (ed. Reeves, C.R.), McGraw-Hill

**Elevli, B.**, 1995, Open pit mine design and extraction sequencing by use of OR and AI concept, International Journal of Surface Mining Reclamation and Environment., Vol.9, str. 149 – 153.

**Erarслан, K. and Celebi, N.**, 2001, A simulative model for optimum open pit design. CIM Bulletin., Vol. 94, str. 59 – 68.

**Erasmus J. H.**, 1995, Bulk Raw Materials Storage Selection,  
<http://www.beltcon.org.za/docs/b1111.pdf>

**Erdem, Ö., Güyagüler T., and Demirel, N.**, 2012. Uncertainty assessment for the evaluation of net present value: a mining industry perspective, The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, Volume 112, str. 405 - 412

**Eriçok Ö.**, 2004, Uncertainty Assessment in Reserve Estimation of a Naturally Fractured Reservoir, Master Thesis, Middle East Technical University. p.169. Ankara.

**Gershon, M.E.**, 1983, Optimal mine production scheduling: evaluation of large scale mathematical programming approaches. International Journal of Mining Engenering, , vol. 1, str. 315 – 329

**Gibson R.**, 2006, Sustainability assessment and conflict resolution: Reaching agreement to proceed with the Voisey's Bay nickel mine, Journal of Cleaner Production, vol. 14. str. 334-348

**Gilfillan, J.F.**, 1998, Testing the data—The Role of technical due diligence. Oreserves and Finance Seminar. Sydney June 1998. AusIMM, Melbourne

**Godoy M. C.**, 2003, The efficient management of geological risk in longterm production scheduling of open pit mines, doktorska disertacija, University of Queensland, Brisbane, Australia.

**Godoy M. C., Dimitrakopoulos R.**, 2004, Managing risk and waste mining in long-term production scheduling, SME Transactions, 316

**Goonatilake S., Khebbal S.,** 1995, Intelligent Hybrid Systems, John Wiley & Sons.

**Goovaerts P,** 1997, Geostatistics for Natural Resources Evaluation. Oxford University Press, New York, str. 512

**Grobler, F., Elkington, T., & Rendu, J.-M,** 2011, Robust decision making- Application to mine planning under price uncertainty, 35th APCOM Symposium, Wollongong, str. 371-380

**Hall, B.** 2006, Short-term gain for long-term pain, How focussing on tactical issues can destroy long-term value, 2nd International Seminar Strategic versus Tactical Approaches in Mining , Australian Centre for Geomechanics, Perth, sec. 14, str. 1-19,

**Humphrey J, & Wagner J,** 2011, Mechanical extraction, loading, and hauling, SME Mining Engineering Handbook, treće izdanje str. 903-929.

**Hustrulid W, Kuchta M,** 1998, Open Pit Mine Planning and Design, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, vol. 1, ISBN 9054101814.

**Janičić P., Nikolić,** 2010 Veštačka inteligencija, Univerzitet u Beogradu - Matematički fakultet, skripta,  
<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~janicic//courses/vi.pdf> [pristupljeno jul 2014]

**Jean-Michel Rendu,** 2014, An introduction to cut-off grade estimation, ISBN 978-0-87335-393-9, drugo izdanje, Society for Mining, Metallurgy & Exploration (SME), Engelwood, Colorado

**Jewbali A., Dimitrakopoulos R.,** 2004, Conditional simulation by successive residuals: Updating of existing orebody realisations, Orebody Modelling and Strategic Mine Planning Conference, Pert, str. 121-127

**Johnson, T, B,** 1968, Optimum Open Pit Mine Production Scheduling, doktorska disertacija, University of California, Berkeley, Mining Engineering.

**Johnson, T. B. i Sharp, W. R.**, 1971, A ThreeDimensional Dynamic Programming, Method for Optimal Open Pit Design, Bureau of Mines, U.S. Dep. of the Interior

**Johnson, T.B.**, 1969, Optimum production scheduling, Proceedings of the 8th International Symposium on Computers and Operations Research, str. 539– 562.

**Jon Von Neumann, S. Ulam**, 1947, Statistical Methods in Neutron Diffusion

**Journel A**, 1989, Fundamentals of geostatistics in five lessons. Short course in geology, vol. 8., American Geophysical Union.

**Journel A**, 1996, Modeling uncertainty and spatial dependence: Stochastic imaging, International Journal of Geographical Information Systems, Vol. 10, str. 517-522.

**K. Rezaie, M.S. Amalnik, A. Gereie, B. Ostadi b, M. Shakhseniaee**, 2007, Using extended Monte Carlo simulation methodfor the improvement of risk management: Consideration of relationships between uncertainties, Applied Mathematics and Computation, Vol. 190 str. 1492–1501

**King, B.**, 2011, Optimal mining practice in strategic planning, Journal of Mining Science, vol. 47, str. 247-253.

**Kirkpatrick, S., Gelatt Jr, C. D., Vecchi, M. P.**, 1983, Optimization by Simulated Annealing, Science, vol. 220, str. 671–680.

**Knežević, D., Kolonja, B., Tomašević, A., Nišić, D.**, (2014), Dimenzionisanje deponija za ugalj, Jedanaesta međunarodna konferencija o površinskoj eksploataciji OMC, 2014, Zlatibor, 15-18 oktoba 2014, Jugoskovenski komitet za površinsku eksploataciju, Zlatibor 2014, str. ISBN 225-236, 978-86-83497-21-8.

**Knudsen, H., P.**, 1981, Development of a conditional simulation model of a coal deposit, doktorska disertacija, The University of Arizona

**Korobov, S**, 1974, Method for Determining Optimal Open Pit Limits, Rapport Technique, Department of Mineral Engineering Ecole Polytechnique Montreal, Canada

**Lane G.R., M. Terblanche G. Meyer N. Sasto**, 2013, Case study on quantitative risk modelling to obtain a realistic risk-adjusted project evaluation, The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, Volume 113, str. 181-190

**Lane K.F**, 1988, The Economic Definition of Ore Cutoff Grades in Theory and Practice, Communications Ltd; 1ST edition, ISBN: 0900117451

**Lee T.D**, 1984, Planning and mine feasibility study – An owners perspective, Proceedings of the 1984 NWMA short Course “Mine Feasibility – Concept to Completion”, Spokane

**Leite A. N.**, 2008, Stochastic optimization approaches to open pit mineplanning: Applications for and the value of stochastic approaches, master teza, Department of Mining and Materials Engineering, McGill University, Montreal, Quebec

**Leite, A, Dimitrakopoulos, R**, 2007, Stochastic optimisation model for open pit mine planning: application and risk analysis at copper deposit, Mining Technology, vol. 106, no. 3, str. 109-118.

**Lemieux, M**, 1979, Moving Cone Optimizing Algorithm, Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME, str 329-345

**Lerchs, H and Grossmann**, 1965, Optimum design of open pit mines, Transactions CIM Bullitin, vol. 58, str. 17-24.

**Lipkewich M.,P., Borgman, L.**, 1969, Two and three-dimensional pit design optimization techniques, A Decade of Digital Computing in the Mineral Industry, AIME, New york

**Long K**, 2009, A test and re-estimation of Taylor's empirical capacity-reserve relationship, Natural Resources Research, vol. 18, str. 57-63.

**Lundy, M., Mees, A.**, 1986. Convergence of an Annealing Algorithm. Math. Prog., vpl. 34, str. 111-124

**Malbašić, V., Stevanović, D., Čelebić, M.**, 2012. Optimization of waste transportation system for open pit Buvač, Tehnika, Beograd

**Mario, J. M, Salma, J, P**, 1973, Ore Reserve Education and Open Pit Planning, X-ti APCOM, Johanesburg, South Africa

**Martinez, L. A.** 2003. Can quantification of geological risk improve open pit mine design? MPhil, In Academic. DepartmentThe University of Queensland, Brisbane, str. 168.

**Mathieson G.A**, 1982, Open pit sequencing and scheduling, First International SME-AIME fall meeting, Honolulu, Hawaii.

**McCarthy, P.** 2002, Setting plant capacity. Proceedings Metallurgical Plan Design and Operating Strategies, The Australian Institute of Mining and Metallurgy.

**McKenzi B.W**, 1980, Looking for the improbable needle in haystack, The economics of base metal exploration in Canada, Centre for Resource Studies, Queen's University, Ontario, rad br. 19

**McSpadden G, Schaap W**, 1984, Technical note-A test and comment on Taylor's rule of mine life, Proceesings of the Australasian Institute of Mining and Metallurgy vol. 289, str. 217-223.

**Međunarodni monetarni fond (MMF)**, Prices & Forecasts, Monthly Data, dostupno na: <http://www.imf.org/external/np/res/commod/index.aspx>, pristupljeno adresi 10 jula 2013.

**Metropolis, N.,Ulam, S.** 1949, The Monte Carlo Method, Journal of the American Statistical Association (American Statistical Association), Vol. 44 (247): str. 335-341



**Morley C., Snowden V., and Day D.,** 1999, Financial impact of resource/reserve uncertainty, The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, str. 293-302

**Murphy, T.D., Brown, K.E.,** 1993, Combining geostatistics and simulation to predict sulphur at a central Illinois coal mine, Mining Engineering ,vol. Str. 45, 284–287.

**Nicholas, M; Rosenbluth, A, W, Rosenbluth, M, N., Teller, A, H., Teller, E,** 1953, Equation of State Calculations by Fast Computing Machines, The Journal of Chemical Physics, vol. 21

**Osanloo, M, Gholamnejad J, i Karimi, B,** 2008, Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms, International Journal of Mining, Reclamation and Environment, Vol. 22, No. 1, str. 3-35

**Pana, M. T, Carlson, T.R,** 1966, A Description of Computer Technique Used in Mine Planning of the Utah Mine of Kennecott Copper Corp, VI APCOM, State College, Pennsylvania

**Parker, H.,** 1979, The Volume Variance Relationship: A Useful Tool for Mine Planning. Engineering and Mining Journal, vol. 180, str.106–123.

**Philips, P, A,** 1973, Optimum Design of Open Pit, X-ti APCOM, Johanesburg, South Africa

**Pit Optimizer,** Surpaca 6.1, Dassalt Systems-Geovia, dostupno na adresi:<http://www.gemcomsoftware.com/products/Surpac>, pristupljeno adresi 08 marta 2013.

**Pitkanen, P,** 1997, Open Pit Optimization, Calculating the Optimum Pit Limits, Helsinki University of Technology, Laboratory of Rock Engineering, ISBN 951-22-3877-2

**Ramazan S,** 2001, Open pit mine scheduling based on fundamental tree algorithm, doktorska disertacija, Colorado School of Mines.

**Ramazan, S, Dimitrakopoulos, R,** 2007, Production scheduling with uncertain supply: A new solution to the open pit mining problem, COSMO Stochastic Mine Planning Laboratory, Technical Report 2007, str. 257-294.

**Ramazan, S., Dagdelen, K., Johnson, T.B.,** 2005, Fundamental tree algorithm in optimizing production scheduling for open pit mine design. Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy, (Section A, Mining Industry), vol. 114, str. 45-114.

**Ravenscroft, P, J,** 1992, Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation, Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy, (Section A, Mining Industry), Vol. 101, str. 104 – 108.

**Ravenscroft, P. J.,**1992, Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation, Transcript of the Institution of Mining and Metallurgy, Vol. 101, str. 104-108.

**Rayward-Smith, V.J., Osman, I.H., Reeves, C.R., Smith, G.D.,** 1996. Modern Heuristic Search Methods. John Wiley & Sons.

**@Risk,** Palisade Corporation, 1984, dostupno na <http://www.palisade.com/risk/>

**Robinson, G.K.,** 2004, How much would a blending stockpile reduce variation?, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, vol. 74, no. 1, pp. 121–133

**Roman, R.J.,** 1974, The role of time value of money in determining an open pit mining sequence and pit limits, 12th Symposium on the Application of Computers and Operation Research in the Mineral Industries (APCOM), str. 72 – 85

**Rossiter, D. G.,** 2009, Introduction to the R Project for Statistical Computing for use at ITC, 3rd Edition. International Institute for 15 Geo-information Science & Earth Observation (ITC), Enschede, Netherlands

**Royer PS.** 2000, Risk Management: The Undiscovered Dimension of Project Management, PM Network, vol. 14, str. 31–40..

**Rozman, L.I.**,1998, Measuring and managing the risk in resource and reserves. Ore Reserves and Finance Seminar. AusIMM, Sydney

**Sabour S. A. and Dimitrakopoulos R.**, 2011, Incorporating geological and market uncertainties and operational flexibility into open pit mine design, Journal of Mining Science, Vol. 47, No. 2, str. 191-201

**Sabour S. A., Wood G.**, 2009, Modeling financial risk in open pit mine projects: implications for strategic decision-making, Southern African Institute of Mining and Metallurgy, vol. 109, str. 169 – 175

**Samik Raychaudhuri**, 2008, Introduction to Monte Carlo simulation, Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conferenc, str. 91-100

**Sattarvand J. and Niemann-Delius, C.** 2008. Perspective of Meta heuristic optimization methods in open pit production planning. Mineral Resources Management, Vol. 24 (4), str. 143-155.

**Sattarvand, J.**, 2009, Long-Term Open-Pit Planning by Ant Colony Optimization, doktorska disertacija, The Faculty of Georesources and Materials Engineering of the RWTH Aachen University

**Sevim H, Sharma G.** 1991, A Computer Economics Analysis of Transportation System in Surface Coal Mines, Surface Mining and Reclamation, vol. 5, str. 17–23.

**Sevim H., Lei D. D.**, 1998, The problem of production planning in open pit mines, INFOR (Information systems and operational research) vol. 36, no. 1/2, str. 1-12

**Sharma, N.K.**, 1999, An Alternative Approach to Procurement of Equipment: Coal India's Experience, International Conference on the Management of Mining Machinery, MGMI, Calcutta, India, 8–9 July

**Singer D, Menzie W, Long K**, 1998, A simplified economic filter for open-pit gold-silver mining in the United States. Open-File Report 98-207. United States Geological Survey.

**Smith M., Dimitrakopoulos R.,** 1999. The influence of deposit uncertainty on mine production scheduling, *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, Vol. 13 (1999), str. 173-178

**Smith, L,** 1997, A critical examination of the methods and factors affecting the selection of an optimum production rate. *CIM Bulletin*, vol. 90, str. 48-54.

**Snowden D. V., Glacken I. and Noppe M.,** 2002, Dealing With Demands of Technical Variability and Uncertainty along the Mine Value Chain. Paper presented at Value Tracking Symposium. Brisbane, Qld.

**Snowden, D.V.,** 1993, Improving predictions by studying reality. *Geostatistics for the next century*, Kluwer Academic Publishers, str. 330—337.

**Soderman A,** 2010, Society for Mining, Metallurgy & Exploration (SME), Engelwood, Colorado, *Mining Engineering Handbook*.

**Souza, M.J.F.,** 2010, A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem, *European Journal of Operational Research*, doi:10.1016/j.ejor.2010.05.031

**Stanković R.,** 2000, Sprezanje metoda veštačke inteligencije u cilju razvoja jednog hibridnog inteligentnog sistema, magistarska teza, 2000, Matematički fakultet u Beogradu, Magistarski rad.

**Stanković R., Lilić N., Obradović I.,** 1997, Predikcija aerozagađenja sprežanjem neuronskih mreža i genetskih algoritama, *Informatika, ekologija i menadžment u površinskoj eksploataciji mineralnih sirovina*, Jugoslovenski komitet za površinsku eksploataciju, Arandjelovac, str. 211-220.

**Stevanović D, Kolonja, B, Stanković, R, Knežević, D, Banković, M,** 2014, Application of stochastic models for mine planning and coal quality control, *Thermal Science*, vol. 18, str. 1361-1372

**Stevanović D., Banković M., Pešić M.,G, Stanković R.,** (2014), Approach to operational mine planning: Case study Tamnava West, *Tehnika*, ed. Smiljan

Vukanović, Vol. 6, Savez inženjera i tehničara Srbije, Beograd, str. 952-959, ISSN 0040-2176, UDC 62(062.2)(497.1).

**Stevanović D., Radović R., Malbašić V, Kolonja B,** 2011, Optimization of final pit limits for open pit Buvač using the software package Whittle, International symposium Sustainable development of mining and energy industry ORRE 11, Serbia, 11-15 September 2011.

**Stevanović D., Radović R., Malbašić V, Kolonja B,** 2011. Optimization of final pit limits for open pit Buvač using the software package Whittle. International symposium Sustainable development of mining and energy industry ORRE 11, Serbia, 11-15 September 2011.

**Sturgul J.R, Jacobson W.L,** 1994 A Simulation Model for Testing a Proposed Mining Operation: Phase I, Pasamehmetoglu A.G. et al. (eds.), Proceedings of Mine Planning and Equipment Selection Symposium, Rotterdam: Balkema, str. 281–287.

**Taylor H.K,** 1986, Rates of working of mines – simple rule of thumb, Trans. Institut of mining and metalurgy, Section A - Mining industry, vol. 95.

**Taylor H.K,** 1991, Ore reserves – the mining aspect, Trans. Institut of mining and metalurgy, Section A - Mining industry, vol. 100, str. 146-158

**Thomas G.S.,** 1996, Optimization & Scheduling of Open Pits via Genetic Algorithms and Simulated Annealing, Proceedings of the 1st Int. Sym. on Mine Simulation, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, str. .44-59.

**Thorley U,** 2012, Open pit mine planning: analysis and system modeling of conventional and oil sands applications, doktoska disertacija, Queen's University Kingston, Ontario, Canada

**Tolwinski, B. and Golosinski, T.S.,** 1995, Long term open pit scheduler, in Proceedings of the International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, str. 256–270.

**Tolwinski, B., Underwood, R.,** 1992, An algorithm to estimate the optimal evolution of an open pit mine, Proceedings of the 23rd International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in The Mineral Industries, str. 399 – 409.

**Usable M.A.,** 1998, Applications to risk theory of a Monte Carlo multiple integration method, Insurance Mathematics and Economics 23, str. 71–83.

**Vivas R.E., Nava A,** 2014, An integrated mine plan: Connecting long-, medium- and short-term planning, Mining engineering, str. 29-34

**Wang Q.,Sevim H.,** 1995 “Alternative to parameterization in finding a series of maximum-metal pits for production planning” Mining engineering, str. 178-182

**Wharton C.,** 2000, Add value to your mine through improved long term scheduling”, Whittle north American strategic mine planning conference, Colorado, str. 1-13

**White J. A., Agee M. H. and Case K. E,** 1989, Principles of Engineering Economic Analysis. New York: John Wiley & Sons.

**Whittle J.,** 1999, A decade of open pit mine planning and optimization - The craft of turning algorithms into packages, Proceedings of 28th APCOM symp., Golden, Colorado School of Mines, str. 15-24

**Whittle korisničko uputstvo,** 2014, Geovia, Dessault Systemes, dostupno na [<http://www.geovia.com/node/483/?WT.ac=%20Whittle%20Whitepaper%20CTA>]

**Whittle, D.,** 1997. The relation between economic design objectives and reserve estimates. Proceedings of the resources to reserves inputs seminar, AusIMM, Melbourne.

**Whittle, J,** 1990, Open pit optimization, Surface Mining, Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Littleton, Co, 2nd Edition (str. 470-475).

**Whittle, J.**, 2011, Long-term scheduling. Proceedings of the 35th International Symposium: Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, str.76-80

**Whittle, J.**, 1989, The Facts and Fallacies of Open Pit Optimization, (Whittle Programming Pty Ltd: North Balwyn, Victoria).

**Wolpers FM**, 1995, Homogenization of bulk material in longitudinal and circular stockpile arrangements, Beltcon 8, <http://www.saimh.co.za/beltcon/beltcon8/paper818.html>

**Yamamoto J. K.**, 1999, Quantification of Uncertainty in Ore-Reserve Estimation:Applications to Chapada Copper Deposit, State of Goias, Brazil. Natural ResourceResearch, 8.

**Zador A.T.**, 1994, Technology and Economy of blending and mixing, The best of bulk solids handling: Stacking, Blending and Reclaiming of bulk materials - B/94, Trans Tech Publication

**Zhao, Y, Kim, Y, C**, 1992, A new Optimum Pit Design Algorithm, XXIII-ti APCOM, str. 423-434

## 9. BIOGRAFIJA

Dejan Stevanović, dipl. rud. inž. rođen je 5. juna 1978. godine u Lazarevcu. Nakon završene gimnazije školske 1997/1998. godine, upisao je Rudarsko-geološki fakultet, Univerziteta u Beogradu, smer za Površinsku eksploataciju ležišta mineralnih sirovina.

Osnovne studije završio je 2004. godine, odbranom diplomskog rada sa temom "Idejno rešenje završne konture konture površinskog kopa Potrlica". Završio je studije sa prosečnom ocenom 8,75.

Od 2006. godine stalno zaposlen na Rudarsko – geološkom fakultetu, na mestu stručnog saradnika, a u 2015. godini, izabran je u zvanje asistenta, za užu naučnu oblast "Eksploatacija čvrstih mineralnih sirovina i mehanika stena". Kao saradnik u nastavi na Rudarsko – geološkom fakultetu angažovan od je 2006. godine. U tom periodu učestvovao u izvođenju i pripremi nastave iz sledećih predmeta: Transport na površinskim kopovima, Projektovanje površinskih kopova, Optimizacija i planiranje površinskih kopova, Sistemi površinske eksploatacije.

U dosadašnjem periodu, Dejan Stevanović je objavio 13 naučnih radova. U svojim radovima kandidat se fokusirao na problematiku vezanu za optimizaciju granica kopa, planiranje proizvodnje na površinskim kopovima, kao i upravljanje i kontrolu kvaliteta u površinskoj eksploataciji uglja.

Dejan Stevanović u svojstvu istraživača učestvuje od 2011. godine u realizaciji naučno istraživačkog projekta (Projekat TR 33039) koji se finansira od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja, u okviru programa istraživanja u oblasti tehnološkog razvoja.

Uporedo sa naučnim i nastavnim radom Dejan Stevanović se intenzivno bavi i stručnim radom iz domena površinske eksploatacije. Kao odgovorni projektant ili saradnik učestvovao je u izradi velikog broja studijskih rešenja i rudarskih projekata.



Прилог 1.

## Изјава о ауторству

Потписани-а Дејан Р. Стевановић

број индекса Р703/07

### Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

ОПТИМИЗАЦИЈА И ПЛАНИРАЊЕ ПОВРШИНСКИХ КОПОВА СТОХАСТИЧКИМ  
МОДЕЛИМА

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 25.02.2015. год.

  
\_\_\_\_\_

Прилог 2.

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора      Дејан Р. Стевановић

Број индекса                      Р703/07

Студијски програм    Рударско инжењерство

Наслов рада    ОПТИМИЗАЦИЈА И ПЛАНИРАЊЕ ПОВРШИНСКИХ КОПОВА  
СТОХАСТИЧКИМ МОДЕЛИМА

Ментор    Проф. др Никола Лилић

Потписани/а    Дејан Р. Стевановић



Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 25.02.2015. год.



Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

ОПТИМИЗАЦИЈА И ПЛАНИРАЊЕ ПОВРШИНСКИХ КОПОВА СТОХАСТИЧКИМ МОДЕЛИМА

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 25.02.2015. год.

