

Primena popravke za zakrivljenost sloja (Bulard B) pri računanju gravimetrijskih anomalija

Andrew Idakwo



Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду

[ДР РГФ]

Primena popravke za zakrivljenost sloja (Bulard B) pri računanju gravimetrijskih anomalija | Andrew Idakwo | | 2022 | |

<http://dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/0006230>

Univerzitet u Beogradu
Rudarsko-geološki Fakultet



Primena popravke za zakrivljenost sloja (Bulard B) pri računanju
gravimetrijskih anomalija

-MASTER RAD-

Mentor:
dr Ivana Vasiljević, vanredni profesor

Kandidat:
Andrew Idakwo, G605/20

U Beogradu, jun 2022. godine

Komisija

1. dr Ivana Vasiljević, vanredni profesor , mentor

Rudarsko-geološki fakultet, Beograd

2. dr Snežana Ignjatović, vanredni profesor, član

Rudarsko-geološki fakultet, Beograd

3. dr Lidija Beko, vanredni profesor, član

Rudarsko-geološki fakultet, Beograd

Datum odbrane: _____

Abstrakt

U radu je prikazano sveobuhvatno objašnjenje gravimetrijskih popravki sa prikazom svih neophodnih jednačina i parametara vezanih za savremene standarde (posebno popravku za zakrivljenost sloja), koji se primenjuju u cilju poboljšanja preciznosti računanja anomalija gravitacionog ubrzanja. To obuhvata razmatranje teorijskih ili normalnih vrednosti gravitacionog ubrzanja, referentnih sistema vezanih za računanje gravimetrijskih anomalija, faktora koji utiču na anomalije gravitacionog ubrzanja, kao i tehnika za računanje popravki zarad poboljšanja tačnosti anomalija gravitacionog ubrzanja.

Popravka LaFera (engl. LaFehr) za zakrivljenost sloja primenjena je na podatke iz baze gravimetrijskih podataka Srbije (transformisane u WGS84 koordinatni sistem). Posebno su razmatrani uticaji primene geocentričnog poluprečnika i geografske širine različitih tačaka osmatranja u poređenju sa primenom prosečne vrednosti poluprečnika Zemlje od 6371 km u proračunima. Postupak je primenjen u cilju dobijanja preciznijih podataka na test području u centralnoj Srbiji. Poređenje između Bulard B popravke sračunate sa konstantnom vrednošću poluprečnika Zemlje i geocentričnim poluprečnikom pokazalo je povećanje od $8 \cdot 10^{-9} \text{ ms}^{-2}$ na geografskoj širini od 45 stepeni i visini od 1000 m. Rezultati primene tri različite aproksimativne formule upoređeni su sa rezultatima primene prave Bulard B formule i ona se pokazala kao efikasna i jednostavna za upotrebu u rutinskoj obradi podataka, obezbeđujući pritom veću preciznost.

Ključne reči: anomalije gravitacionog ubrzanja, gravimetrijski referentni sistem, Bugeova popravka, geocentrični poluprečnik, popravka za zakrivljenost sloja.

Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Anomalije gravitacionog ubrzanja.....	2
2.1. Teorijska (normalna) vrednost gravitacionog ubrzanja.....	2
2.2. Referentni sistemi za računanje gravitacionog ubrzanja.....	3
2.3. Popravke pri računanju gravimetrijskih anomalija.....	4
2.3.1. Popravka za visinu.....	4
2.3.2. Potpuna Bugeova popravka.....	5
2.3.3. Popravka za uticaj atmosfere.....	7
2.3.4. Dodatne popravke.....	7
2.4. Prethodni standardi za računanje anomalija gravitacionog ubrzanja.....	8
2.5. Savremeni standard za računanje anomalija gravitacionog ubrzanja.....	9
3. Popravka za zakrivljenost sloja (Bulard B).....	10
3.1. Prava Bulard B formula.....	10
3.2. Aproksimacije popravke za zakrivljenost sloja.....	13
4. Primena popravke za zakrivljenost sloja (Bulard B) na test području.....	14
4.1. Test područje u Srbiji.....	15
4.2. Uticaj geografske širine i geocentričnog poluprečnika.....	16
4.3. Ispitivanje ekstremnih vrednosti popravke za zakrivljenost sloja na teritoriji Republike Srbije i test područja.....	17
4.4. Proračun poravke za zakrivljenost sloja za test područje u Srbiji.....	18
4.5. Analiza rezultata.....	24
5. Zaključak.....	32
Literatura.....	33

1. Uvod

Jedna od faza analize gravimetrijskih podataka predstavlja konverziju merenih vrednosti gravitacionog ubrzanja u anomalije gravitacionog ubrzanja. Za određivanje anomalije gravitacionog ubrzanja potrebno je poznavanje teorijske (normalne) vrednosti gravitacionog ubrzanja. Arafin (2004) je definisao anomaliju gravitacionog ubrzanja, u tački osmatranja na površi Zemlje, kao odstupanje normalne vrednosti gravitacionog ubrzanja Zemlje od merene vrednosti gravitacionog ubrzanja na istoj tački osmatranja. Normalna vrednost gravitacionog ubrzanja predstavlja teorijski sračunatu vrednost, koja se odnosi na gravitaciono ubrzanje koje bi bilo proizvedeno od strane uniformne i elipsoidalne Zemlje. Ako se pretpostavi da je Zemlja rotacioni elipsoid, normalna vrednost gravitacionog ubrzanja će varirati sa geografskom širinom tačke osmatranja. Rotacioni elipsoid se dobija rotiranjem elipse oko njene kraće ose. Zemlja je na polovima malo „spljoštena“, dok je na ekvatoru „ispupčena“. Rotacioni elipsoid predstavlja geometrijsku figuru koja se koristi za aproksimaciju oblika Zemlje (Okiwelu et al., 2010).

Različiti gravitacioni referentni sistemi su bili prihvatani, primenjivani i odbacivani tokom godina, u skladu sa razvojem naprednijih i sofisticiranijih tehnologija. Primer za takvu promenu predstavlja prelaz sa primene fizičkih klatna ka gravimetrima sa oprugom, u cilju dobijanja preciznijih gravimetrijskih mernih podataka i anomalija gravitacionog ubrzanja istražnog prostora. Različite promene su dovele do trenutno korišćenih i svetski prihvaćenih referentnih sistema kao što su Geodetski Referentni Sistem 1980 (engl. Geodetic Reference System 1980 - GRS80) i Svetski Geodetski Sistem 1984 (engl. World Geodetic System 1984 - WGS84), koji su takođe korišćeni u ovom radu, kao i u drugim geofizičkim i geološkim proračunima.

Pored drugih gravimetrijskih popravki koje se uobičajeno primenjuju, kompletna Bugeova popravka uključuje i popravku za zakrivljenost sloja (Bulard B), kao i popravku za uticaj reljefa (Bulard C), pored jednostavne Bugeove popravke za sloj (Bulard A),.

Značaj primene popravke za zakrivljenost sloja (Bulard B ili BB), prilikom preciznog određivanja anomalija gravitacionog ubrzanja na istražnom prostoru, ne sme da se podceni, pošto kada se zanemari ta popravka, vrednost anomalije gravitacionog ubrzanja može da sadrži grešku. Svrha primene Bulard B popravke je u promeni geometrije za računanje Bugeove popravke od horizontalnog sloja beskonačnog pružanja u sferni isečak, čija je debljina jednaka visini tačke osmatranja, a čiji je poluprečnik (lučna dužina) jednak 166.735 km (poluprečnik Hajford-Bovijevog topografskog sistema) (LaFehr, 1991b).

Baza gravimetrijskih podataka Srbije se sastoji od 86370 mernih tačaka. Gravimetrijska merenja su vršena u periodu od 1952. godine do 1984. godine, uglavnom koristeći gravimetar tipa Vorden (Vasiljević et al., 2017). Gustina gravimetrijskih mernih tačaka varira u različitim oblastima. Srednja gustina tačaka merenja iznosi 1 tačka/km² (Bilibajkić i dr., 1979). Nova osnovna gravimetrijska mreža Srbije ustanovljena je u periodu od 2004. godine do 2006. godine korišćenjem Scintrex CG5 gravimetra. Mreža tačaka merenja sastoji se od 78 stanica. Apsolutna gravimetrijska merenja su obavljena na tri stanice 2007. godine, korišćenjem apsolutnog gravimetra Micro-g LaCoste FG5. Progušćivanje osnovne gravimetrijske mreže odpočelo je 2007. godine, ali je do danas premereno samo 15% od planiranih 2317 tačaka (Odalović et al., 2012).

LaFer (LaFehr, 1991a, b) je prikazao diskusiju i preporučio novi standard i jednačinu za računanje Bulard B popravke, kao jedan od glavnih koraka prilikom redukcije gravimetrijskih mernih podataka u vrednosti anomalija gravitacionog ubrzanja.

2. Anomalije gravitacionog ubrzanja

Anomalije gravitacionog ubrzanja (Δg) predstavljaju razliku između lokalno osmatrane (merene) vrednosti gravitacionog ubrzanja (g_m) i teorijski sračunate vrednosti gravitacionog ubrzanja (g_0) u tački osmatranja sa istom geografskom širinom, koja najbolje opisuje lokalne varijacije gustine podpovršine. Matematički, anomalija gravitacionog ubrzanja može da se izrazi kao:

$$\Delta g = g_m - g_0. \quad (1)$$

Prilikom gravimetrijskih istraživanja, podpovršinska građa se istražuje na osnovu varijacija gravitacionog polja Zemlje, koje oslikava razlike u gustini stena u podpovršini. Osnovni koncept predstavlja definisanje uzročnika anomalije, koji se može opisati kao stenska masa sa različitom gustinom u odnosu na stene koje je okružuju. Uzročnik predstavlja podpovršinsku anomalnu masu koja proizvodi lokalne smetnje u gravitacionom polju, odnosno anomalije gravitacionog ubrzanja. Na terenima različite geološke građe javljaju se zone anomalnih masa koje mogu da izazovu anomalije gravitacionog ubrzanja značajnog intenziteta. Na manjoj razmeri, prekriveni reljef osnovne stene (podloga sedimentata) može da proizvede merljive vrednosti anomalije gravitacionog ubrzanja. U većoj razmeri, negativne anomalije mogu da budu povezane sa prisustvom sonih doma. Anomalije gravitacionog ubrzanja značajnog intenziteta mogu da budu proizvod prisustva granitoidnih plutona ili sedimentnih basena. Interpertacija anomalija gravitacionog ubrzanja daje mogućnost da se odrede nejverovatnija dubina i oblik takvih uzročnika (Keary et al., 2002).

2.1. Teorijska (normalna) vrednost gravitacionog ubrzanja

Teorijska ili normalna vrednost gravitacionog ubrzanja uzima u obzir masu, oblik i rotaciju Zemlje, a računa se kao gravitaciono ubrzanje na površi rotacionog elipsoida, čiji parametri najbolje odgovaraju realnim parametrima Zemlje (Hinze et al., 2005).

Jednačina Somiljana (Somigliana, 1930) u zatvorenom obliku za teorijski sračunatu vrednost gravitacionog ubrzanja g_0 na elipsoidu sa geografskom širinom φ data je u obliku:

$$g_0 = \frac{g_e(1+k\sin^2\varphi)}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}, \quad (2)$$

gde je g_e normalna vrednost gravitacionog ubrzanja na ekvatoru, e^2 je kvadrat prvog ekscentriciteta, a k je izvedena konstanta.

Standardna način prikaza jednačine Somiljana je aproksimaciju drugog reda razlaganjem u niz prethodne jednačine, čime se dobija:

$$g_0 = g_e(1 + \alpha_1\sin^2\varphi - \alpha_2\sin^2 2\varphi), \quad (3)$$

gde je g_e vrednost gravitacionog ubrzanja na ekvatoru, α_1 i α_2 su koeficijenti čije vrednosti zavise brzine rotacije Zemlje, a φ je geografska širina tačke osmatranja (merjenja). Koeficijenti su definisani kao

$\alpha_1 = \frac{g_p - g_e}{g_e}$ - gravimetrijska spljoštenost, gde je g_p vrednost gravitacionog ubrzanja na polovima,

$\alpha_2 = \frac{1}{4}(-\frac{1}{2}\alpha_1^2 + \frac{5}{2}fm)$, gde je

$f = \frac{a-b}{a}$ - spljoštenost elipsoida,

$$m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM_e},$$

ω predstavlja ugaonu brzinu, a je ekvatorijalni poluprečnik, b je polarni poluprečnik, G je geocentrična gravitaciona konstanta, a M_e je masa Zemlje.

Vrednosti većine prethodno prikazanih parametara variraju sa primenom različitih standarda tokom godina, što predstavlja jednu od osnova za definisanje ranije primenjivanih i savremenih standarda za računanje anomalija gravitacionog ubrzanja.

Prema Okiwelu et al. (2010) primenom jednačine (3) dobija se Međunarodna gravimetrijska jednačina iz 1930. godine (GRS30)

$$g_0 = 978049 (1 + 0.0052884\sin^2\varphi - 0.0000059\sin^2 2\varphi), \quad (4)$$

i Međunarodna gravimetrijska jednačina iz 1980. godine (GRS80)

$$g_0 = 978032.7 (1 + 0.0053024\sin^2\varphi - 0.0000058\sin^2 2\varphi). \quad (5)$$

2.2. Referentni sistemi za računanje gravitacionog ubrzanja

Potreba za uspostavljanjem jedinstvenog globalnog geodetskog sistema je rasla i postala relevantna kada su odpočela međunarodna istraživanja svemira, a takođe i kako se povećavala potreba za međukontinentalnim geodetskim informacijama, za formiranjem svetskih baza podataka, kao i potreba za izradom karata za navigaciju i naučne svrhe. To je dovelo do formiranja periodičnih sistema standarda od Bečkog gravimetrijskog sistema, do novijih gravimetrijskih i geodetskih sistema, kao što su Geodetski Referentni Sistem ili Svetski Referentni Sistem, koji su klasifikovani u zavisnosti od godine u kojoj su usvojeni.

a) Bečki i Potsdamski gravimetrijski sistem

Prvi internacionalno prihvaćen gravimetrijski referentni sistem bio je poznat pod nazivom Bečki gravimetrijski sistem. Usvojen je 1900. godine na 13. Konferenciji Internacionalne asocijacije za geodeziju, koja je bila održana u Parizu. Relativna tačnost tog referentnog sistema iznosila je $\pm 10 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$.

Potsdamski gravimetrijski sistem je uveden ubrzo nakon Bečkog i usvojen 1909. godine na skupu Internacionalne asocijacije za geodeziju (IAG) u Londonu. Relativna tačnost ovog sistema je procenjana na $\pm 3 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$, time popravljajući Bečki sistem za $-6 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$. Apsolutna gravimetrijska merenja u prethodnim decenijama ukazala su na grešku od $+12 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ do $+16 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ za apsolutne vrednosti u Potsdamskom sistemu.

Pri kraju Drugog svetkog rata bila je očigledna potreba za novim apsolutnim merenjima gravitacionog ubrzanja, ali i za mrežom međusobno povezanih relativnih gravimetrijskih merenja u cilju definisanja novog gravimetrijskog sistema (Morelli et al., 1972).

b) Internacionalna gravimetrijska standardizaciona mreža 1971

Tokom šezdesetih godina prošlog veka postalo je očigledno da Potsdamski datum ima grešku od $-14 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ i uloženi su naponi se formira nova svetska gravimetrijska mreža, koja se zasniva na

rezultatima merenja klatnom i mehaničkim gravimetrima, kao i da se uključe merenja apsolutnim gravimetrom u usaglašavanje mreže. Takvi podaci su kombinovani i uključeni u formiranje mreže, a zatim i publikovani kao Internacionalna Gravimetrijska Standardizaciona Mreža 1971, IGSN-71 (International Gravity Standardization Net, NOAA, 2021).

c) Svetski geodetski sistem

Svetski geodetski sistem (World Geodetic System, WGS) predstavlja standard koji se koristi u kartografiji, geodeziji i satelitskoj GPS navigaciji. Standard sadrži definisanje osnovnih i izvedenih konstanti koordinatnog sistema, normalnu vrednost gravitacionog ubrzanja Zemlje (Earth Gravitational Model, EGM), opis pridruženog svetskog magnetnog modela (World Magnetic Model, WMM), kao i savremenu listu podataka za transformacije lokalnog datuma (NGA Geomatics, 2014). Savremeni WGS geocentrični rotacioni elipsoid je korišćen u ovom radu, kao i njegovi parametri.

d) Geodetski referentni sistem

Geodetski datum ili geodetski sistem (geodetski referentni datum, geodetski referentni sistem ili geodetski referentni okvir) je globalni referentni datum za precizno određivanje lokacija na Zemlji ili drugim nebeskim telima (Jensen, Jensen, 2013).

Referentni nivoi - datumi su vrlo značajni za primenu bilo koje tehnologije ili tehnike koja se zasniva na prostornoj poziciji, što uključuje geodeziju, navigaciju, geografske informacione sisteme, daljinsku detekciju i kartografiju.

2.3. Popravke pri računanju gravimetrijskih anomalija

Gravimetrijska merenja lokalnih promena gravitacionog polja izražavaju se anomalijama gravitacionog ubrzanja. Te promene su posledica različitih uticaja, kao što su gustina stena u podpovršini, prisustvo šupljina ili kaverni, lokalnih razlika u topografiji (prisustvo planina), dubokih tektonskih struktura (koje mogu da izazovu lokalne i regionalne promene gravitacionog ubrzanja), visine tačke osmatranja u odnosu na geoid ili elipsoid, lokacije ili geografska širina tačke osmatranja u odnosu na ekvator, plime, oseke, kao i promena temperature tokom meranja.

Da bi se dobile istinite vrednosti anomalija, potrebno je da se ukloni većina tih uticaja. Tehnike za ukljanjanje različitih uticaja će biti prikazane u radu.

2.3.1. Popravka za visinu

U odnosu na nivo elipsoida, povećanje visine (h) rezultuje smanjenjem vrednosti gravitacionog ubrzanja. Popravka za visinu je poznata i kao popravka za slobodan vazduh (Δg_h) i data je izrazom:

$$\Delta g_h = g_m - g_h, \quad (6)$$

gde su

$$g_m = \frac{GM_e}{R^2} \quad \text{i} \quad g_h = \frac{GM_e}{(R+h)^2} \equiv \frac{GM_e}{R^2} \left(\frac{1-2h}{R} \dots \right),$$

a onda je

$$\Delta g_h = - \frac{2GM_e \cdot h}{R^2 \cdot R} = - \frac{2g_m h}{R}, \quad (7)$$

gde je $g_m = 9817,855$ g.u. (prosečno gravitaciono ubrzanje na nivou mora), $R = 6\,371\,000$ m (prosečna vrednost poluprečnika Zemlje), dok je h dato u metrima. Dalje se dobija

$$\Delta g_h = - 3.082h \text{ [g.u]} \quad (8)$$

gde je $\text{g.u.} = \mu\text{ms}^{-2} = 10^{-1}$ milligal (mGal) = 10^{-6} ms^{-2} . Prethodna jednačina koristi samo prvi član reda i ne koristi se u ovom obliku u primenjenoj geofizici.

Za Međunarodni elipsoid iz 1924. godine, aproksimacija popravke za visinu drugog reda je (Li, Gotze, 2001):

$$\Delta g_h = - (0.30877 - 0.00045 \sin^2\varphi)h + 0.000072h^2. \quad (9)$$

Zanemarivanjem člana drugog reda i uvođenjem vrednosti $\varphi=45^\circ$, aproksimacija popravke za visinu se dobija kao:

$$\Delta g_h = - 0.3086h \text{ [} 10^{-5} \text{ ms}^{-2}\text{]}. \quad (10)$$

Jednačina (10) se rutinski koristi kao aproksimacija popravke za visinu. U primenjenoj geofizici ovaj izraz se naziva popravka za visinu prvog reda, a čestose se koristi sa ortometrijskom visinom H , a ne sa elipsoidalnom visinom h .

Iznad referentnog nivoa vrednost Δg_h je negativna, dok je ispod referentnog nivoa Δg_h pozitivna. Popravka za visinu varira sa geografskom širinom i ima vrednosti od $3.082 \cdot 10^{-6} \text{ ms}^{-2}$ na ekvatoru, do $3.088 \cdot 10^{-6} \text{ ms}^{-2}$ na polovima. Pošto savremeni gravimetri imaju preciznost od $1.0 \cdot 10^{-7} \text{ ms}^{-2}$ potrebno je da je visina poznata u opsegu od 3-5 cm za većinu istraživanja, dok je ta vrednost manja (1-2 cm) za vrlo precizna istraživanja (Reynolds, 2011).

Za GRS80 elipsoid, jednačina drugog reda je predstavljena kao

$$\Delta g_h = - (0.3087691 - 0.0004398 \sin^2\varphi)h + 7.2125 \cdot 10^{-8}h^2 \text{ [} 10^{-5} \text{ ms}^{-2}\text{]}. \quad (11)$$

Jednačina (11) se, u savremenim uslovima, primenjuje prilikom obrade gravimetrijskih podataka.

2.3.2. Potpuna Bugeova popravka

Potpuna Bugeova popravka (Δg_{CBC}) predstavlja popravku koja se izvodi iz tri faze, u koje se ubrajaju jednostavna Bugeova popravka za sloj, popravka za zakrivljenost sloja i popravka za reljef (Swick, 1942).

a) Jednostavna Bugeova popravka - popravka za sloj (Δg_s)

Bugeova popravka za sloj uzima u obzir mase između tačke osmatranja i tačke na referentnom nivou. Izraz za popravku za sloj glasi:

$$\Delta g_s = 2\pi G\rho h, \quad (12)$$

gde je

G - Univerzalna gravitaciona konstanta koja iznosi $G = 6.6743 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

Zamenom $\beta = 2\pi G \approx 0.04193 \text{ [} 10^{-5} \text{ ms}^{-2}\text{]}$ u jednačini (12), dobija se:

$$\Delta g_s = \beta h \quad (13)$$

odnosno,

$$\Delta g_s = 0.4193\rho h \text{ g.u ili } 0.04193\rho h \cdot [10^{-5} \text{ ms}^{-2}], \quad (14)$$

gde je h - visina izražena u metrima, a ρ - gustina izražena u g/cm^3 (Reynolds, 2011).

b) Popravka za zakrivljenost sloja (Δg_{BB})

Bulard B popravka (Δg_B) ili popravka za zakrivljenost sloja se dodaje na jednostavnu Bugeovu popravku za sloj. Popravka za zakrivljenost sloja će detaljno biti prikazana u poglavlju 3.

c) Popravka za uticaj reljefa (Δg_t)

Popravka za uticaj reljefa upotrebljava se kada postoji odstupanje realne površi Zemlje od idealizovane referentne površi. Prisustvo planina u okolini tačke osmatranja rezultuje privlačenjem, čime se smanjuju merene vrednosti gravitacionog ubrzanja. U slučaju postojanja doline neće uopšte biti gravitacionog privlačenja, zbog čega se merene vrednosti gravitacionog ubrzanja takođe redukuju. Adekvatne informacije o reljefu su potrebne zarad primene ove popravke.

Gravimetrijska ispitivanja u brdovitim oblastima su podložna greškama, koje mogu biti mnogo veće od grešaka neredukovanih vrednosti, osim, ako se ne izvrše precizne popravke za gravimetrijske uticaje izražene topografije. Takve popravke su se nekada određivale sa tačnošću koja je reda veličine instrumentalne preciznosti gravimetara, korišćenjem tabela sa popravkama za uticaj reljefa (Hammer, 1939), uz korišćenje adekvatnih topografskih podataka.

Proračun za table je zasnovan na poznatom izrazu za gravitacioni uticaj vertikalnog, šupljeg cilindra u tački osmatranja, koja se nalazi na osi, na vrhu cilindra:

$$g = 2\pi G\rho \cdot \left[R_2 - R_1 + \sqrt{(R_1^2 + h^2)} - \sqrt{(R_2^2 + h^2)} \right], \quad (15)$$

gde su R_1 i R_2 - spoljašnji i unutrašnji poluprečnik cilindričnog prstena, a r - visina cilindra (koja predstavlja srednju visinu reljefa).

Proračun se vrši rešavanjem jednačine (15) za parametar h za odgovarajuće poluprečnike, usvojene za definisanje jednačine za gravitaciono ubrzanje za jedan segment. Da bi se dobili približno „kvadratni” segmenti, odnos spoljašnjeg i unutrašnjeg poluprečnika (tj. radijalne dužine) zone bio je povezan sa širinom segmenata u toj zoni uslovom $R_2/R_1 = (n+\pi)/(n-\pi)$, gde je n broj segmenta u zoni (Hammer, 1939).

Danas se popravka za uticaj reljefa računa korišćenjem različitih numeričkih metoda, u zavisnosti od tipa topografije i raspoloživog digitalnog elevacionog modela.

Prve dve popravke su funkcija samo visine i gustine stena, dok je treća popravka funkcija oblika okolne topografije (LaFehr, 1991a). Potupna Bugeova popravka predstavlja sumu neophodnih popravki, koje je potrebno primeniti na normalnu vrednost gravitacionog ubrzanja u tački osmatranja, da bi se preciznije prikazao uticaj geologije u toj tački kroz sračunatu anomaliju.

2.3.3. Popravka za uticaj atmosfere

Masa Zemljine atmosfere je uračunata u masu Zemlje prilikom određivanja teorijske vrednosti gravitacionog ubrzanja na elipsoidu prema Međunarodnoj gravimetrijskoj jednačini iz 1980. godine (Moritz, 1980). Masa atmosfere iznad tačke osmatranja, međutim, ne utiče na merenu vrednost gravitacionog ubrzanja na toj tački pod pretpostavkom da je atmosfera građena od homogenih ljuski (Hinze et al., 2005). Gravitacioni potencijal koji se pridaje homogenim ljuskama u bilo kojoj tački unutar tih ljuski je konstantan, a time je gravitaciono ubrzanje cele ljuske jednako nuli. Gravitacioni uticaj atmosferskih masa (Δg_{atm}) je aproksimiran modelom atmosfere korišćenjem analitičkog izraza datog u Ecker i Mittermayer (1969) i kasnije Moritz (1980) i sračunat do na stoti deo miligala (10^{-5} ms^{-2}) do visine od 10 km, koristeći izraz (Wenzel, 1985)

$$\Delta g_{\text{atm}} = 0.874 - 9.9 \cdot 10^{-5}h + 3.56 \cdot 10^{-9}h^2, \quad (16)$$

gde je vrednost gravitacionog uticaja atmosfere data u 10^{-5} ms^{-2} , a h je visina stanice u metrima.

Popravka za uticaj atmosfere je neophodna prilikom detaljnih istražnih radova, na terenima sa velikim rasponom visina. Prilikom obrade, popravka za uticaj atmosfere se oduzima od normalne vrednosti gravitacionog ubrzanja na stanici.

2.3.4. Dodatne popravke

Dodatne popravke mogu da se koriste prilikom gravimetrijskih istraživanja na određenom istražnom prostoru i u njih se ubrajaju: popravka za indirektni efekat i popravka za uticaj izostazije.

a) Popravka za indirektni efekat

Geofizički indirektni efekat, koji može da se primeni prilikom računanja svih tipova anomalija, predstavlja gravitacioni uticaj koji nastaje kada se koriste različiti vertikalni datumi (referentni nivoi) prilikom određivanja visine merne stanice i prilikom određivanja teorijske vrednosti gravitacionog ubrzanja. Pridev „geofizički“ dodaje se da bi se ovaj efekat razlikovao od geodetskog indirektnog efekata, koji predstavlja popravku koja se primenjuje na kompenzovani geoid (kogeoid), koji je izveden iz anomalija gravitacionog ubrzanja produžavanjem polja naniže do nivoa geoida (Hinze et al., 2005). Ranije je bilo uobičajeno da se koristi visina stanice nad geoidom (nadmorska visina) pri računanju gravimetrijskih popravki, dok se normalna vrednost gravitacionog ubrzanja određuje na nivou elipsoida. Razlika između visine nad elipsoidom h i ortometrijske visine H nad geoidom dostiže maksimalne vrednosti od ± 100 m na nivou cele Zemlje. Indirektni efekat kombinuje uticaj razlike u visini sa gravitacionim uticajem masa između dva referentna nivoa, na način sličan računanju Bugeove popravke. Pod pretpostavkom da imamo horizontalni sloj čija debljina odgovara rastojanju između referentnih nivoa, indirektni efekat može da se izrazi kao:

$$\Delta g_{\text{IE}} = (0.3086 - 2\pi G\rho)N = 0.1976N, \quad (17)$$

odnosno

$$\Delta g_{\text{IE}} = 1.976N \cdot 10^{-6} \text{ ms}^{-2}, \quad (18)$$

gde je N visina geoida izražena u metrima ($N = h - H$), a ρ je pretpostavljena gustina sloja, koja iznosi 2670 kg/m^3 (Hinze et al, 2013).

Inidektni efekat, koji ima isti znak kao i visina geoida, blago varira sa rastojanjem zbog niskih vrednosti horizontalnog gradijenta undulacija geoida. Amplituda Promene amplitude visine geoida, za rastojanja manja od 10 km, su uglavnom manje od 10 cm i značajno su manje od 1 m za talasne dužine manje od 100 km. Ova popravka je često zanemarena prilikom lokalnih istraživanja zbog vrlo malog uticaja, ali, prilikom regionalnih istraživanja, popravka za indirektan efekat se primenjuje kao deo procesa razdvajanja regionalne i reziudalne komponente. Sa druge strane, indirektan efekat može da utiče na interperataciju anomalija sa velikim talasnim dužinama, koje su od značaja prilikom kartiranja terena kontinentalnih razmera.

Korišćenje GRS80 elipsoida, kao referentnog nivoa u sklopu Međunarodnog referentnog okvira za Zemlju (engl. International Terrestrial Reference Frame - ITRF), eliminiše razlike koje proizvode inidektni efekat. Zbog toga se ova popravka ne uključuje u savremene procedure za obradu gravimetrijskih podataka.

b) Popravka za uticaj izostazije

Popravka za uticaj izostazije predstavlja gravimetrijski uticaj, koji je izveden iz geološkog modela zasnovanog na teoriji izostazije, koja smatra da su regionalne topografske varijacije kompenzovane promenama u gustini litosfere, čime se postiže hidrostatička ravnoteža na određenoj dubini u Zemlji (Hinze et al., 2005). Kao posledica izostazije, javlja se izražena indirektna korelacija između regionalnih struktura i Bugeovih anomalija. Da bi se umanjio uticaj regionalnih varijacija gustine na anomalije gravitacionog ubrzanja, njihov gravitacioni uticaj se modelira pod pretpostavkom da debljina kore varira u skladu sa lokalnom topografijom.

Popravka za uticaj izostazije se računa na sličan način kao popravka za uticaj reljefa, koristeći Eri-Haiskanen model (Heiskanen i Vening Meinesz, 1958) sa modifikovanom verzijom procedure Jachens-a i Roberts-a (Hinze et al., 2005), koja pretpostavlja lokalnu izostatičku kompenzaciju. Popravka za promenu dubine do hipotetičke granice kora-mantl, koja je prouzrokovana različitim topografskim ili batimetrijskim opterećenjima iznad ili ispod referentnog elipsoida, obično pretpostavlja razliku gustine od 300 kg/m^3 i debljinu kore od 30 km, na osnovu prosečne globalne razlike u gustini na granici kora-mantl (Hinze et al., 2005). Topografija se modelira sa pretpostavkom da je gustina kontinentalne kore 2670 kg/m^3 , koristeći 3 minuta široke elemente topografije do 166.7 km sa interpolovanim vrednostima od 166.7 km do 180 stepeni. U budućnosti bi bilo poželjno da se popravke za uticaj izostazije računaju korišćenjem globalnih dihitalnih modela visina i batimetrije i uzimanjem u obzir eliptičnost Zemlje. Ove modifikacije će imati zanemarljive uticaje na većinu geofizičkih istraživanja, ali će svakako unaprediti preciznost i smanjiti greške.

2.4. Prethodni standardi za računanje anomalija gravitacionog ubrzanja

Tokom godina, naprednija i sofisticiranija tehnološka oprema i tehnike proračuna omogućile su unapređenja gravimetrijske metode i njene primene za istraživanje i proučavanje Zemlje. Zbog toga se povremeno usvajaju novi standardi, koji uključuju preciznije određenje parametare modela Zemlje u cilju poboljšanja određivanja normalne vrednosti gravitacionog ubrzanja i anomalija gravitacionog ubrzanja u bilo kojoj tački osmatranja.

Klasičan pristup redukciji merenih vrednosti gravitacionog ubrzanja je uključivao GRS30 jednačinu za normalnu vrednost gravitacionog ubrzanja, aproksimaciju popravke za visinu prvog reda, jednostavnu Bugeovu popravku (jednačina za gravitaciono privlačenje horizontalnog sloja beskonačnog pružanja) i popravku za uticaj reljefa za poluprečnik od 20 km (Vasiljević et al., 2017).

Za normalnu vrednost gravitacionog ubrzanja, prethodni standardi predstavljaju unapređenje od zastarelih modela na WGS72 (World Geodetic System 1972) ili GRS67 (Geodetic Reference System 1967), u zavisnosti koji je referentni sistem korišćen.

Za vrednost anomalije gravitacionog ubrzanja, prethodni standardi nisu uključivali sve neophodne popravke normalne vrednosti gravitacionog ubrzanja, stoga je anomalija računata kao:

$$\Delta g = g_m - g_0 - \Delta g_h - \Delta g_s + \Delta g_t. \quad (19)$$

2.5. Savremeni standard za računanje anomalija gravitacionog ubrzanja

Savremeni standard za računanje anomalija gravitacionog ubrzanja uključuje primenu svih popravki koje su potrebne.

Upotreba prethodno prikazanih popravki dobila je podsticaj zbog veće dostupnosti preciznijih baza podataka o reljefu i geoidu, poboljšane mogućnosti računarske obrade podataka i upotrebe tehnologije globalnog sistema pozicioniranja (GPS) za utvrđivanje lokacije i visine tačaka osmatranja (Fairhead et al., 2003).

Konvencionalna Bugeova popravka se računa kao gravitacioni uticaj horizontalnog sloja beskonačnog pružanja. Dodatna popravka je uključena, da bi se u obzir uzela i zakrivljenost Zemlje. Bulard B popravka ili popravka za zakrivljenost Zemlje je korišćena da se geometrija horizontalnog sloja beskonačnog pružanja transformiše u geometriju sfernog isečka. Jednačina za sferni isečak sa poluprečnikom od 166.7 km, data od strane LaFer-a (LaFehr, 1991a), se primenjuje za računanje popravke za zakrivljenost sloja (koristi se vrednost gustine od 2.67 g/cm³ ili druga prigodna vrednost) (Vasiljević et al., 2017).

Za normalnu vrednost gravitacionog ubrzanja, savremeni standard predstavlja unapređenje sa WGS72 (World Geodetic System 1972) ili GRS67 (Geodetic Reference System 1967) standarda na GRS80 (Geodetic Reference System 1980) ili WGS84 (World Geodetic System 1984) standard, u zavisnosti koji sistem se koristi.

Savremeni elipsoid koji je preporučen od strane Međunarodne unije geodeta i geofizičara (Union of Geodesy and Geophysics) je GRS80 (Moritz, 1980), dok je jednačina Somiglijana (Somigliana, 1930) preporučena za računanje normalne vrednosti gravitacionog ubrzanja g_0 na elipsoidu na datoj geografskoj širini φ .

Jednačina (2) predstavlja savremeni standard za računanje normalne vrednosti gravitacionog ubrzanja (Hinze et al., 2005), GRS80 referentni elipsoid sadrži vrednost g_e koja iznosi 9.7803267715 ms⁻² za normalnu vrednost gravitacionog ubrzanja na ekvatoru, kao i izvedenu konstantu k od 0.001931851353 i konstantu e^2 od 0.0066943800229, gde je e prvi ekscentricitet.

Za savremeni način računanja anomalija gravitacionog ubrzanja, sve neophodne popravke se primenjuju po potrebi. Zbog toga, anomalija gravitacionog ubrzanja može biti napisana kao:

$$\Delta g = g_m - g_0 + \Delta g_{atm} - \Delta g_h - \Delta g_s - \Delta g_{BB} + \Delta g_t. \quad (20)$$

Uticaj zakrivljenosti Zemlje, odnosno popravka za zakrivljenost sloja (Δg_{BB}), je vrlo bitan parametar koji poboljšava preciznost gravimetrijskih anomalija na istražnom prostoru.

3. Popravka za zakrivljenost sloja (Bulard B)

Prilikom računanja uticaja masa, koje se nalaze između referentnog nivoa i tačke osmatranja, pomoću izraza za gravitacioni uticaj horizontalnog sloja beskonačnog pružanja, odnosno standardne popravke za sloj, ne razmatra se uticaj zakrivljenosti Zemlje. Razlika gravitacionog uticaja horizontalnog i zakrivljenog sloja (sferni isečak) može da postane značajna prilikom gravimetrijskih istraživanja visoke preciznosti, koja prekrivaju istražni prostor sa velikim razlikama u visini tačaka. Uticaj zakrivljenosti Zemlje se izražava kao popravka za zakrivljenost sloja ili Bulard B popravka. U suštini, popravka za zakrivljenost sloja je usko povezana sa popravkom za sloj i popravkom za uticaj reljefa. Popravka za zakrivljenost sloja ima najveće vrednosti prilikom istraživanja na terenima velike nadmorske visinane (Hinze et al., 2013).

Popravka razmatra dva uticaja, zakrivljenost Zemlje i ograničeno pružanje sfernog isečka. Prvi uticaj uključuje povećanje gravitacionog privlačenja u tački osmatranja zbog zakrivljenosti sfernog isečka nadole u poređenju sa privlačenjem horizontalnih sloja, dok drugi uticaj uključuje smanjenje gravitacionog privlačenja sfernog isečka usled ograničenog pružanja do rastojanja od približno 166.7 km od tačke osmatranja. Popravkom za zakrivljenost sloja (Bulard B) modifikuje se vrednost uticaja jednostavnog Bugeovog sloja (Bulard A) u vrednost uticaja sfernog isečka, čiji je poluprečnik skoro 167 km, a čija debljina je jednaka debljini horizontalnog sloja beskonačnog pružanja (visina tačke osmatranja). Ekvivalent tome je uklanjanje uticaja svih horizontalnih slojeva iznad Zemljine površi i na rastojanju većem od 167 km, bilo da su ispod ili iznad površi Zemlje (oblast sa linearnom šrafurom na slici 1) i dodavanje dela sfernog isečka ispod horizontalnog sloja (oblast obojena crno na slici 1). Deo sfernog isečka prikaznog na slici 1 je zajednički za sferni isečak i za horizontalni sloj (oblast sa tačkastom šrafurom), te stoga ne ulazi u Bulard B popravku. Suma šrafirane i zone obojene crnom bojom predstavlja ceo sferni isečak. Dimenzije svih elemenata prikazane na slici 1 su preuveličane radi jasnijeg prikazivanja popravke za zakrivljenost sloja (LaFehr, 1991b).

Talvani (Talwani, 1998) je uočio da uticaj popravke za deo terena na rastojanju većem od 166.7 km od tačke posmatranja uglavnom malo varira na celom istražnom prostoru. Zbog toga, ako apsolutne vrednosti nisu od značaja, Bulard B popravka može da bude zanemarena za istražne prostore dimenzija par kilometara ili manje.



Slika 1. Geometrija sfernog isečka u odnosu na horizontalni sloj beskonačnog pružanja (LaFehr, 1991b)

3.1. Prava Bulard B formula

LaFer (LaFehr, 1991b) je izveo sledeću jednačinu za sferni isečak sa poluprečnikom od 166,7 km za kopnena istraživanja, koja se takođe naziva prava Bulard B formula:

$$BB_E = 2\pi G\rho(\mu h - \lambda R), \quad (21)$$

gde su

BB_E - prava Bulard B popravka,

- G - gravitaciona konstanta,
 ρ - gustina,
 h - visina,
 R - poluprečnik Zemlje do tačke osmatranja ($R = R_0 + h$, gde je R_0 radijus Zemlje),
 $2\pi G\rho h$ - jednostavna Bugeova formula za uticaj horizontalnog sloja beskonačnog pružanja,
 μ i λ - bezdimenzioni koeficijenti koji su definisani kao

$$\mu = (1/3\eta^2 - \eta), \quad (22)$$

$$\lambda = \frac{1}{3} \left\{ (d + f\delta + \delta^2)[(f - \delta)^2 + k]^{1/2} + p + m \log_e \frac{n}{f - \delta + [(f - \delta)^2 + k]^{1/2}} \right\}, \quad (23)$$

gde su

$$\eta = h/R; \quad \delta = R_0/R; \quad (24)$$

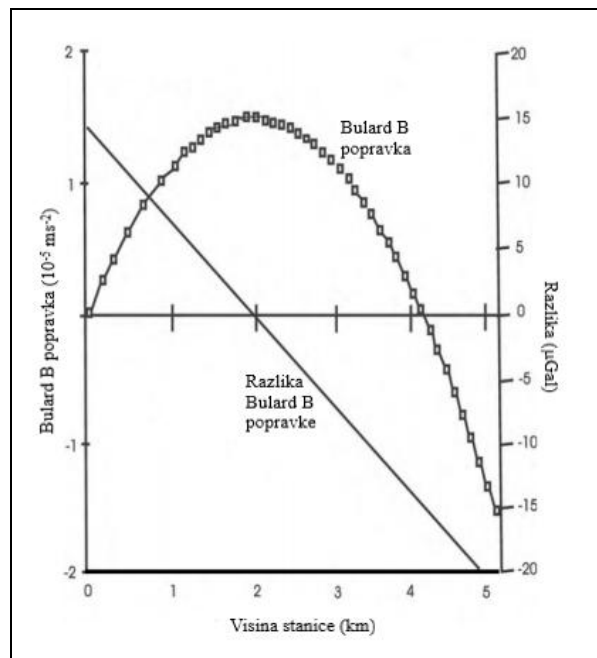
$$d = 3\cos^2\alpha - 2; \quad f = \cos\alpha; \quad k = \sin^2\alpha, \quad (25)$$

$$p = -6\cos^2\alpha \sin(\alpha/2) + 4\sin^3(\alpha/2), \quad (26)$$

$$m = -3\sin^2\alpha \cos\alpha \text{ and } n = 2[\sin(\alpha/2) - \sin^2(\alpha/2)], \quad (27)$$

a α je polovina ugla koji zaklapaju kraci koji polaze iz centra Zemlje sa obodom sfernog isečka na nivou mora, za koji je rastojanje od tačke posmatranja na površi Zemlje uglavnom 166.7 km, odnosno odgovata spoljašnji poluprečniku Hejford-Bouvijeve zone O.

LaFer (LaFehr, 1991b) je tabelarno prikazao vrednosti Bulard B popravke do tačnosti od jednog mikrogala za intervale od 100 m do nadmorske visine od 6300 m. Grafički prikaz tih podataka dat je na slici 2. Proračuni LaFera su zasnovani na korišćenjem vrednosti poluprečnika Zemlje od 6371 km, gustine sfernog isečka od 2670 kg/m^3 i Bulard B poluprečnika na površi (S) od 166.735 km (LaFehr, 1991a).

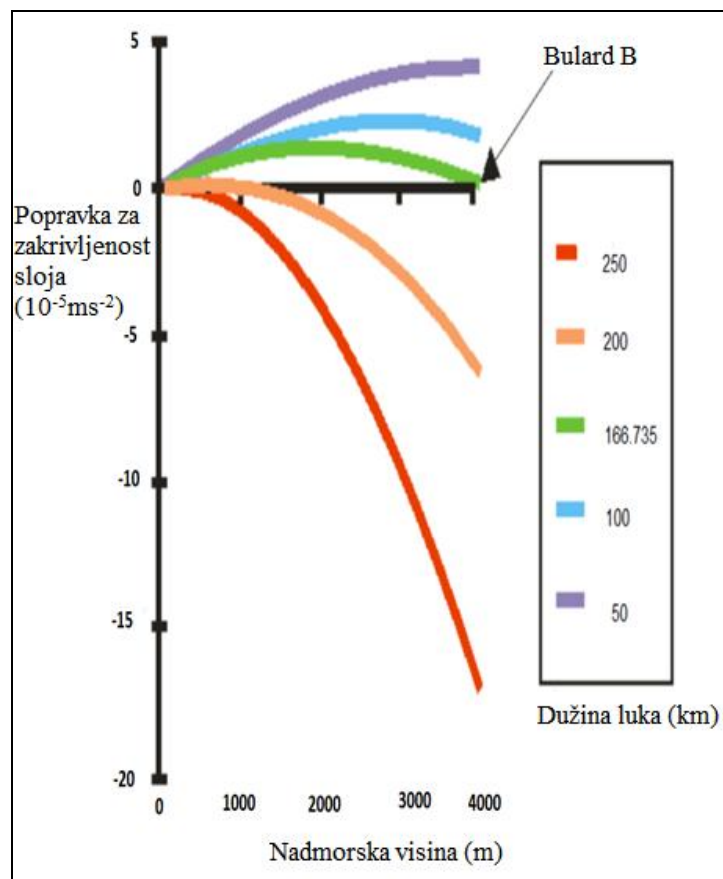


Slika 2. Grafik Bulard B popravke u funkciji visine (LaFehr, 1991b)

Analiza grafika sa slike 1 i 2 pokazala je da za male vrednosti visine, deo sfernog isečka koji se nalazi direktno ispod horizontalnog sloja beskonačnog pružanja (slika 1- crna zona) ima najveći uticaj na vrednost popravke, dok je uticaj skraćenja sloja je relativno mali. Za nadmorske visine od 4150 m, popravka je jednaka nuli, tako da je uticaj skraćenja sloja u ravnoteži sa uticajem sfernog isečka u bazi horizontalnog sloja beskonačnog pružanja. Na većim visinama u vrednosti popravke dominira uticaj skraćenja sloja (LaFehr, 1991b).

Razlike u vrednostima na grafiku na slici 2 ukazuju da Bulard B popravka, pri visoko-preciznim istraživanjima, može da dostigne vrednost od 14 mGal/m razlike u visini, pri niskim vrednostima visine. Ta razlika je funkcija vertikalne separacije tačaka osmatranja, a ne njihove horizontalne udaljenosti (LaFehr, 1991b).

Slika 3 prikazuje krive sračunate na osnovu prave Bulard B formule, slično grafiku na slici 2, za sferni isečak čiji poluprečnik na površi (S) iznosi 50, 100, 167, 200 i 250 km. Najmanje odstupanje od ose koja predstavlja nula korekcije dobijeno je za sferni isečak radijusa 167 km (Bulardov radijus). Detaljnija analiza rezultata dobijenih korišćenjem prave Bulard B formule (u kojoj je poluprečnik na površi povećavan za intervale od jednog metra) pokazuje da Bulardov radijus daje minimalne vrednosti standardne devijacije za opseg visina od 0 m do nešto manje od 4000 m (LaFehr, 1991b).



Slika 3. Popravke za zakrivljenost sloja računata za različite poluprečnik na površi (LaFehr, 1991b)

3.2. Aproksimacije popravke za zakrivljenost sloja

Aproksimacije popravke za zakrivljenost sloja predložene su od strane Geološkog Zavoda Sjedinjenih Američkih Država (engl. United States Geological Society - USGS), LaFera i Vitmana.

(a) Aproksimacija popravke za zakrivljenost sloja Geološkog zavoda Sjedinjenih Američkih Država - USGS aproksimacija

Geološki Zavod Sjedinjenih Američkih Država (Oliver, 1980) razvio je aproksimaciju Bulard B popravke (BB_{US}) zasnovanu na razvijanju niza, datu kao:

$$BB_{US} \approx Ah - Bh^2 + Ch^3. \quad (28)$$

Koeficijenti A, B i C prikazani u jednačini (28) su se vremenom menjali u zavisnosti od odabira mernih jedinica za visinu i broja decimalnih cifara. Koeficijenti koji daju najmanju grešku su korišćeni i prikazani kao niz (LaFehr, 1991a).

Treći set niza koeficijenata (isključivo zarad smanjenja greške) može da bude izračunat (LaFehr, 1991a). Uvođenjem koeficijenata, koji su korišćeni u radu, dobija se aproksimativni izraz u obliku:

$$BB_{US} \approx 1.464 \cdot 10^{-3}h - 3.533 \cdot 10^{-7}h^2 + 4.5 \cdot 10^{-14}h^3. \quad (29)$$

(b) Aproksimacija LaFera

Koristeći izraz (29), LaFer (LaFehr, 1991a) je sračunao novi niz koeficijenata sa ciljem da smanji grešku aproksimacije. Aproksimativni izraz LaFera (BB_L) dat je u obliku:

$$BB_L \approx 1.46308 \cdot 10^{-3}h - 3.52725 \cdot 10^{-7}h^2 + 5.1 \cdot 10^{-14}h^3. \quad (30)$$

(c) Aproksimacija Vitmana

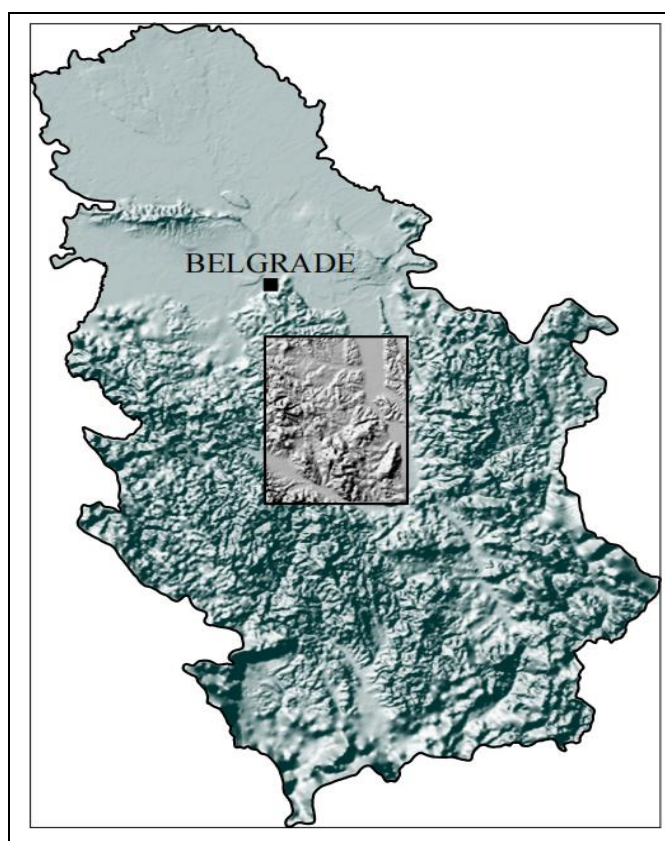
Vitman (Whitman, 1990) je razvio aproksimaciju prave Bulard B formule, koristeće realne vrednosti parametara Zemlje (LaFehr, 1991b). Aproksimativni izraz Vitmana (BB_W) glasi:

$$BB_W = 2\pi G\rho\{\alpha/2 - \eta[1 + 1/(2\alpha)]\}, \quad (31)$$

a sve veličine u izrazu date su u poglavlju 3.1. Aproksimacija Vitmana može da se prikaže i u obliku niza, a dobijeni koeficijenti mogu dalje da se porede sa koeficijentima Geološkog zavoda Sjedinjenih Američkih Država ili LaFera. Aproksimativni izraz Vitmana zasniva se na fizičkim osnovama koje su prikazane na slikama 1 i 2 (LaFehr, 1991b).

4. Primena popravke za zakrivljenost sloja (Bulard B) na test području

Minimalna i maksimalna geografska širina za Republiku Srbiju iznose 42.21667°N i 46.18333°N , dok su iste veličine za test istražni prostor 43.00883°N i 44.48333°N . U cilju osavremenjavanja baze gravimetrijskih podataka Srbije, popravka za zakrivljenost sloja (Bulard B) određena je na test području (Slika 4) površine 8034 km^2 , na kojem postoji 9059 gravimetrijskih stanica, koristeći geocentrični poluprečnik umesto prosečnog poluprečnika Zemlje, koji iznosi 6371 km. Promene geocentričnog poluprečnika sa geografskom širinom, kao i različite visiname tačaka osmatranja, dovode do osetne razlike u rezultatima. Na primer, za geografsku širinu od 45 stepeni i visinu od 1000 m, razlika popravke za zakrivljenost sloja dobijene korišćenjem geocentričnog i osrednjenog poluprečnika Zemlje iznosi $0.008 \cdot 10^{-6}\text{ ms}^{-2}$.



Slika 4. Topografska karta Srbije sa označenim test područjem (Vasiljević et al., 2017)

Grafički prikazi rezultata (dobijenih primenom prave Bulard B formule i aproksimativnih izraza) izrađeni su u programu Surfer 15 (Golden Software). Razlike u rezultatima primene prave Bulard B formule i aproksimativnih izraza su sračunate u cilju sagledavanja raspona greške, koja može da se očekuje.

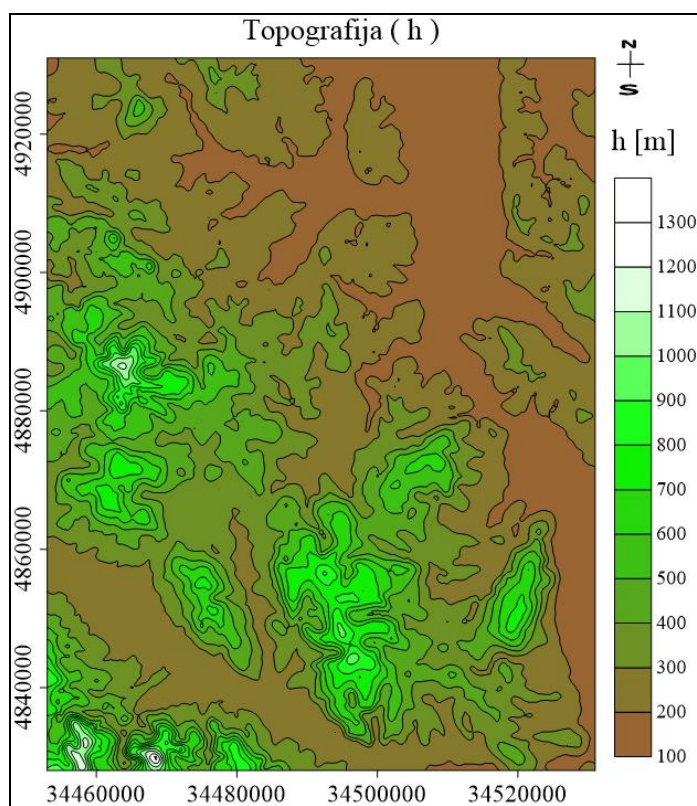
Aproksimativni izrazi su korišćeni radi poređenja rezultata i istorijskog pregleda primenjivanih postupaka (LaFehr, 1991b), ali primena prave Bulard B formule daje najpreciznije rezultate. Važno je da se naglasi da, kada se u pravu Bulard B formulu koristi geocentrični poluprečnik za bilo koji istražni prostor, dobija se preciznija vrednost popravke i anomalija gravitacionog ubrzanja.

4.1. Test područje u Srbiji

Baza gravimetrijskih podataka Srbije sadrži 86370 gravimetrijskih mernih tačaka. Gravimetrijska merenja su izvedena u periodu od 1952. godine do 1984. godine, uglavnom koristeći gravimetar Vorden („Worden“). Gustina tačaka varira u različitim područjima. Prosečna gustina tačaka gravimetrijskih merenja iznosi 1 tačka po km². Nova Osnovna gravimetrijska mreža Srbije je postavljena u periodu od 2004. godine do 2006. godine korišćenjem Scintrex CG5 gravimetra. Mreža se sastoji od 78 stanica. Apsolutna gravimetrijska merenja su izvedena na tri lokacije 2007. godine korišćenjem apsolutnog gravimetra Micro-g LaCoste FG5. Progušćavanje Osnovne gravimetrijske mreže je započelo 2007. godine, ali je za sada izmereno samo 15% od planirane 2371 tačke (Vasiljević et al., 2017).

Standardizacija gravimetrijske baze podataka je izvedena na test području površine 8034 km² (dimenzija 78 km sa 103 km), koje se nalazi u centralnoj Srbiji (Slika 4). Revizija podataka je izvršena radi ukljanjanja nepouzdanih podataka (različite vrste grešaka i nehomogenosti). Iz originalnog seta podataka uklonjeno je oko 2% gravimetrijskih tačaka, a ostalo je 8650 tačaka za dalju obradu (Vasiljević et al., 2017).

Koordinate su transformisane iz lokalnog državnog koordinatnog sistema Srbije u WGS84 (1984 World Geodetic System) koordinatni sistem. Transformacija horizontalnog datuma prouzrokuje mali otklon u geografskoj širini (manje od 0.4"). Mnogo značajnije promene nastaju transformacijom vertikalnog datuma. Visine (h) gravimetrijskih stanica u setu podataka variraju u opsegu od 122 m do 1320 m (Slika 5). Prelazak iz lokalnog koordinatnog sistema u WGS84 koordinatni sistem označava i promenu referentnog nivoa sa geoida na elipsoid (Vasiljević et al., 2017).



Slika 5. Topografska karta test prostora u Srbiji

4.2. Uticaj geografske širine i geocentričnog poluprečnika

Geocentrični poluprečnik $R_{(\varphi)}$ predstavlja udaljenost od centra Zemlje do tačke na površi elipsoida ili sferoida sa geografskom širinom (φ). Računa se na osnovu jednačine:

$$R_{(\varphi)} = \sqrt{\frac{(a^2 \cos \varphi)^2 + (b^2 \sin \varphi)^2}{(a \cos \varphi)^2 + (b \sin \varphi)^2}}, \quad (32)$$

a korišćeni su WGS84 parametri, odnosno ekvatorijalni poluprečnik $a = 6378137.0$ m i polarni poluprečnik $b = 6356752.314245$ m.

Primenom popravke za zakrivljenost sloja na test području, precizniji rezultati su dobijeni uzimanjem u obzir geografske širine (φ) svake merne tačke i korišćenjem geocentričnog poluprečnika $R_{(\varphi)}$ u proračunu, nego korišćenjem konstantne vrednosti prosečnog poluprečnika Zemlje od 6371 km za sve tačke. U tabeli 1 prikazane su neke od vrednosti geocentričnog poluprečnika $R_{(\varphi)}$ za tačke osmatranja različite geografske širine. Geocentrični poluprečnik varira na različitim geografskim širinama, što, uz promenu visine tačke posmatranja, utiče na različite parametre koji su u direktnoj zavisnosti od geocentričnog poluprečnika, kao što je popravka za zakrivljenost sloja (prava Bulard B formula).

Tabela 1. Vrednosti geocentričnog poluprečnika $R_{(\varphi)}$ za tačke osmatranja na različitim geografskim širinama

Redni broj stanice	φ [rad]	$R_{(\varphi)}$ [m]
323	0.766023654	6367903.683
342	0.767110716	6367880.461
2448	0.770528483	6367807.435
2401	0.769027899	6367839.500
310	0.765708140	6367910.423
3801	0.775711107	6367696.665
531	0.764353329	6367939.360
1825	0.769228594	6367835.211
3341	0.772648334	6367762.131
3668	0.776460145	6367680.653
180	0.774770784	6367716.765
3248	0.763887288	6367949.314
89	0.773744329	6367738.706
3510	0.764043665	6367945.974
3246	0.773151188	6367751.384
1931	0.769665160	6367825.883
3650	0.761395368	6368002.526
793	0.764782223	6367930.200
2439	0.770010379	6367818.506
530	0.764436048	6367937.594

4.3. Ispitivanje ekstremnih vrednosti popravke za zakrivljenost sloja na teritoriji Republike Srbije i test područja

Ispitivanje ekstremnih vrednosti popravke za zakrivljenost sloja je urađeno za teritoriju Republike Srbije. Minimalne i maksimalne vrednosti geografske širine su date u stepenima i iznose 42.21667 i 46.18333 stepeni respektivno, dok je srednja vrednost 44.2 stepena. Odgovarajući poluprečnici su sračunati i dati u tabeli 2. Geocentrični radijus $R_{(\varphi)}$ se smanjuje za 1478.371 m počevši od juga ka severu Srbije.

Tabela 2. Vrednosti geocentričnog poluprečnika $R_{(\varphi)}$ za tačke sa ekstremnim vrednostima geografske širine na teritoriji Republike Srbije

Geografska širina	φ [rad]	$R_{(\varphi)}$ [m]
Minimum	0.7368198330	6368526.224
Maksimum	0.8060512260	6367047.853
Srednja vrednost	0.7714355295	6367786.612

Koristeći prethodno prikazane vrednosti, primenom prave Bulard B formule sračunate su ekstremne vrednosti popravke za zakrivljenost sloja na teritoriji Republike Srbije, (Tabela 3). Ekstremne vrednosti visine u Srbiji su korišćene za proračun. Uočava se da varijacije u geografskoj širini dovode do malih promena vrednosti popravke za zakrivljenost sloja za stanice koje se nalaze na maloj visini, dok je za stanice na velikoj visini promena vrednosti popravke znatno izraženija.

Tabela 3. Tačna vrednost popravke za zakrivljenost sloja (BB_E) za tačke sa ekstremnim vrednostima geografske širine i visine na teritoriji Republike Srbije

Geografska širina	h [m]	$R_{(\varphi)}$ [m]	R [m]	μ [10^{-3}]	λ [10^{-6}]	BB_E [10^{-5}ms^{-2}]
Minimum	20	6368526.224	6368546.224	-0.00314	-0.04092	0.02917
Maksimum	20	6367047.853	6367067.853	-0.34529	-0.04094	0.02918
Minimum	2200	6368526.224	6370726.224	-0.00314	-2.24249	1.51456
Maksimum	2200	6367047.853	6369247.853	-0.34537	-2.24406	1.51529

Tabela 4 prikazuje proračun tačne vrednosti popravke za zakrivljenost sloja (BB_E) korišćenjem prosečnog poluprečnika Zemlje od 6371000 m (BB_{E1}) i istinite vrednosti $R_{(\varphi)}$ (BB_{E2}) za tačke na različitim visinama na geografskoj širini od 45 stepeni.

Tabela 4. Tačna vrednost popravke za zakrivljenost sloja (BB_E) za tačke na različitim visinama na geografskoj širini od 45 stepeni, za prosečnu ($R_{(\varphi)1}$) i tačnu ($R_{(\varphi)2}$) vrednost poluprečnika

φ [°]	h [m]	BB_{E1} [10^{-5}ms^{-2}] ($R_{(\varphi)1} = 6371000 \text{ m}$)	BB_{E2} [10^{-5}ms^{-2}] ($R_{(\varphi)2} = 6367489.544 \text{ m}$)	$BB_{E2} - BB_{E1}$ [10^{-5}ms^{-2}]
45	100	0.14295	0.14303	0.00008
45	1000	1.11148	1.11228	0.00080
45	2000	1.51670	1.51827	0.00157
45	3000	1.21635	1.21869	0.00234

Tačne vrednosti popravke za zakrivljenost sloja (BB_E) za različite geografske širine od 0 do 90 stepeni, pri konstantnoj visini od 1000 m, prikazane su u tabeli 5.

Tabela 5. Tačna vrednost popravke za zakrivljenost sloja (BB_E) za različite vrednosti geografske širine sa konstantnom vrednošću visine

φ [°]	$R_{(\varphi)}$ [m]	R [m]	μ [10^{-3}]	λ [10^{-6}]	BB_E [10^{-5} ms^{-2}]
0	6378137.000	6379137.000	-0.15675	-1.57873	1.11008
10	6377497.402	6378497.402	-0.15677	-1.57910	1.11022
20	6375653.951	6376653.951	-0.15681	-1.58014	1.11064
30	6372824.420	6373824.420	-0.15688	-1.58176	1.11129
40	6369344.863	6370344.863	-0.15697	-1.58374	1.11208
45	6367489.544	6368489.544	-0.15702	-1.58480	1.11228
50	6365631.518	6366631.518	-0.15706	-1.58587	1.11292
60	6362132.224	6363132.224	-0.15715	-1.58787	1.11372
70	6359272.456	6360272.456	-0.15722	-1.58951	1.11437
80	6357402.414	6358402.414	-0.15726	-1.59058	1.11479
90	6356752.314	6357752.314	-0.15728	-1.59096	1.11494

Tabela 6 prikazuje tačne vrednosti popravke za zakrivljenost sloja (BB_E) za stanice sa ekstremnim vrednostima visine na test području u Srbiji, koje iznose 1369.057 m za stanicu na najvećoj visini i 122.071 m za najnižu stanicu. Opseg popravke za zakrivljenost sloja na test području iznosi $1.17074 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$.

Tabela 6. Tačna vrednost popravke za zakrivljenost sloja (BB_E) za stanice sa ekstremnim vrednostima visine na test području u Srbiji

Redni broj stanice	φ [rad]	h [m]	$R_{(\varphi)}$ [m]	μ [10^{-3}]	λ [10^{-6}]	BB_E [10^{-5} ms^{-2}]
1378	0.776993016	122.071	6367669.261	0.01917	-0.24395	0.17367
468-67	0.761334053	1369.057	6368003.835	-0.21493	-1.93132	1.34441

4.4. Proračun poravke za zakrivljenost sloja za test područje u Srbiji

Primenom kompjuterskog softvera WPS Excel urađeni su proračuni Bulard B popravke za test područje u Srbiji, koristeći sledeće jednačine i parametre:

- $R = R_{(\varphi)} + h$ gde je $R_{(\varphi)}$ poluprečnik Zemlje ili geocentrični poluprečnik tačke osmatranja, dok je h visina tačke osmatranja,
- $R_{(\varphi)}$ je definisan kao u jednačini (32) koja predstavlja geocentrični poluprečnik tačke osmatranja sa geografskom širinom φ , ekvatorijalnim poluprečnikom a i polarnim poluprečnikom b,
- prava Bulard B jednačina je primenjena kao što je prikazano u poglavlju 3.1, a primenjeni aproksimativni izrazi su dati u poglavlju 3.2.

Koristeći prethodno prikazane parametre, tačna vrednost popravke za zakrivljenost sloja sračunata je za 9059 tačaka na test području površine 8034 km^2 , sa gustinom tačaka od 1.13 tačaka/ km^2 , a neki od rezultata su prikazani u tabeli 7 (prikaz je ograničen na odabrane tačke).

Tabela 7. Vrednosti popravke za zakrivljenost sloja dobijene korišćenjem prave Bulard B formule za neke od tačaka na test području u Srbiji

h [m]	φ [rad]	$BB_E [10^{-5} \text{ms}^{-2}]$	h [m]	φ [rad]	$BB_E [10^{-5} \text{ms}^{-2}]$
122.071	1.50027	0.17367	253.16100	1.50025	0.34844
122.981	1.50027	0.17493	253.71300	1.50020	0.34914
123.116	1.50027	0.17512	253.73300	1.50020	0.34917
124.125	1.50027	0.17651	253.82500	1.50025	0.34930
124.326	1.50027	0.17678	253.82700	1.50021	0.34929
126.058	1.50027	0.17917	253.85300	1.50020	0.34932
126.077	1.50027	0.17920	253.90300	1.50026	0.34940
126.085	1.50027	0.17921	339.00000	1.50026	0.45631
126.094	1.50027	0.17922	339.02000	1.50020	0.45631
126.212	1.50027	0.17938	339.22200	1.50025	0.45658
158.480	1.50027	0.22343	339.22700	1.50022	0.45657
158.522	1.50022	0.22348	339.24100	1.50021	0.45659
158.544	1.50025	0.22352	339.36400	1.50020	0.45673
158.580	1.50026	0.22357	341.29700	1.50021	0.45911
158.587	1.50026	0.22358	341.33600	1.50025	0.45917
158.607	1.50022	0.22360	440.79900	1.50023	0.57746
159.215	1.50022	0.22442	440.80600	1.50022	0.57747
159.223	1.50022	0.22443	440.96100	1.50020	0.57764
159.277	1.50026	0.22451	443.09900	1.50019	0.58010
159.311	1.50023	0.22455	443.17300	1.50023	0.58020
159.313	1.50026	0.22456	500.76500	1.50022	0.64540
251.906	1.50026	0.34683	501.43000	1.50020	0.64613
252.041	1.50025	0.34700	501.83000	1.50020	0.64658
252.084	1.50019	0.34704	662.89200	1.50020	0.81636
252.092	1.50020	0.34706	663.47800	1.50022	0.81696
252.102	1.50025	0.34708	702.24100	1.50025	0.85508
252.117	1.50026	0.34710	709.82600	1.50021	0.86239
252.143	1.50020	0.34712	761.48100	1.50023	0.91127
253.097	1.50027	0.34837	790.32100	1.50020	0.93770
253.111	1.50025	0.34838	863.87300	1.50019	1.00251
253.117	1.50027	0.34839	1000.96300	1.50019	1.11311
253.149	1.50027	0.34843	1369.05700	1.50019	1.34441
253.160	1.50020	0.34843			

Vrednosti popravke za zakrivljenost sloja u svim tačkama su sračunate i korišćenjem aproksimativnih izraza Geološkog zavoda Sjedinjenih Američkih Država (oznake BB_{US} za USGS koeficijente i BB_L za koeficijente LaFera) i Vitmana (BB_w), kao što je prikazano u poglavlju 3.2, dok su ostali parametri (geografska širina i visina) ostali isti. Tabela 8 prikazuje vrednosti popravke za zakrivljenost sloja, koje su dobijene pravom Bulard B formulom i aproksimativnim izrazima.

U tabeli 9 su date razlike između vrednosti dobijenih pravom Bulard B formulom i aproksimativnim izrazima, kao i odgovarajuće procentualne greške. Oznake u tabeli 9 su:

- a. ΔBB_1 je razlika između BB_E i BB_{US} , a $\Delta BB_1\%$ je odgovarajuća procentualna greška,
 b. ΔBB_2 je razlika između BB_E i BB_L , a $\Delta BB_2\%$ je odgovarajuća procentualna greška,
 c. ΔBB_3 je razlika između BB_E i BB_W , a $\Delta BB_3\%$ je odgovarajuća procentualna greška.

Tabela 8. Uporedni prikaz vrednosti popravke za zakrivljenost sloja dobijenih korišćenjem prave Bulard B formule i aproksimativnih izraza za neke od tačaka na test području u Srbiji

[m]	$BB_E [10^{-5} \text{ms}^{-2}]$	$BB_{US} [10^{-5} \text{ms}^{-2}]$	$BB_L [10^{-5} \text{ms}^{-2}]$	$BB_W [10^{-5} \text{ms}^{-2}]$
122.071	0.17367	0.17345	0.17334	0.17368
122.981	0.17493	0.17470	0.17460	0.17494
123.116	0.17512	0.17489	0.17478	0.17512
124.125	0.17651	0.17628	0.17617	0.17651
124.326	0.17678	0.17655	0.17645	0.17679
126.058	0.17917	0.17893	0.17883	0.17918
126.077	0.17920	0.17896	0.17885	0.17920
126.085	0.17921	0.17897	0.17887	0.17921
126.094	0.17922	0.17898	0.17888	0.17923
126.212	0.17938	0.17915	0.17904	0.17939
158.480	0.22343	0.22314	0.22301	0.22345
158.522	0.22348	0.22320	0.22307	0.22350
158.544	0.22352	0.22323	0.22310	0.22353
158.580	0.22357	0.22328	0.22315	0.22358
158.587	0.22358	0.22329	0.22315	0.22359
158.607	0.22360	0.22331	0.22318	0.22361
159.215	0.22442	0.22413	0.22400	0.22443
159.223	0.22443	0.22415	0.22401	0.22444
159.277	0.22451	0.22422	0.22409	0.22452
159.311	0.22455	0.22426	0.22413	0.22456
159.313	0.22456	0.22427	0.22414	0.22457
251.906	0.34683	0.34637	0.34618	0.34685
252.041	0.34700	0.34655	0.34635	0.34702
252.084	0.34704	0.34660	0.34641	0.34707
252.092	0.34706	0.34661	0.34642	0.34708
252.102	0.34708	0.34662	0.34643	0.34710
252.117	0.34710	0.34664	0.34645	0.34712
252.143	0.34712	0.34668	0.34648	0.34714
253.097	0.34837	0.34790	0.34771	0.34839
253.111	0.34838	0.34792	0.34773	0.34840
253.117	0.34839	0.34793	0.34773	0.34841
253.149	0.34843	0.34797	0.34777	0.34845
253.160	0.34843	0.34798	0.34779	0.34845
253.161	0.34844	0.34799	0.34779	0.34847
253.713	0.34914	0.34869	0.34850	0.34916
253.733	0.34917	0.34872	0.34852	0.34919
253.825	0.34930	0.34884	0.34864	0.34932
253.827	0.34929	0.34884	0.34864	0.34931
253.853	0.34932	0.34887	0.34868	0.34934
253.903	0.34940	0.34894	0.34874	0.34942

h [m]	BB _E [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	BB _{US} [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	BB _L [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	BB _w [10 ⁻⁵ ms ⁻²]
339.000	0.45631	0.45570	0.45545	0.45634
339.020	0.45631	0.45572	0.45548	0.45635
339.222	0.45658	0.45597	0.45572	0.45661
339.227	0.45657	0.45597	0.45573	0.45661
339.241	0.45659	0.45599	0.45575	0.45662
339.364	0.45673	0.45614	0.45590	0.45677
341.297	0.45911	0.45851	0.45826	0.45914
341.336	0.45917	0.45855	0.45831	0.45920
440.799	0.57746	0.57669	0.57639	0.57751
440.806	0.57747	0.57669	0.57640	0.57752
440.961	0.57764	0.57687	0.57658	0.57769
443.099	0.58010	0.57934	0.57904	0.58015
443.173	0.58020	0.57942	0.57913	0.58025
500.765	0.64540	0.64453	0.64421	0.64546
501.430	0.64613	0.64527	0.64495	0.64619
501.830	0.64658	0.64571	0.64540	0.64664
662.892	0.81636	0.81524	0.81488	0.81645
663.478	0.81696	0.81582	0.81547	0.81705
702.241	0.85508	0.85387	0.85351	0.85519
709.826	0.86239	0.86119	0.86083	0.86250
761.481	0.91127	0.90997	0.90960	0.91138
790.321	0.93770	0.93638	0.93601	0.93782
863.873	1.00251	1.00108	1.00072	1.00265
1000.963	1.11311	1.11147	1.11114	1.11329
1369.057	1.34441	1.34222	1.34205	1.34469

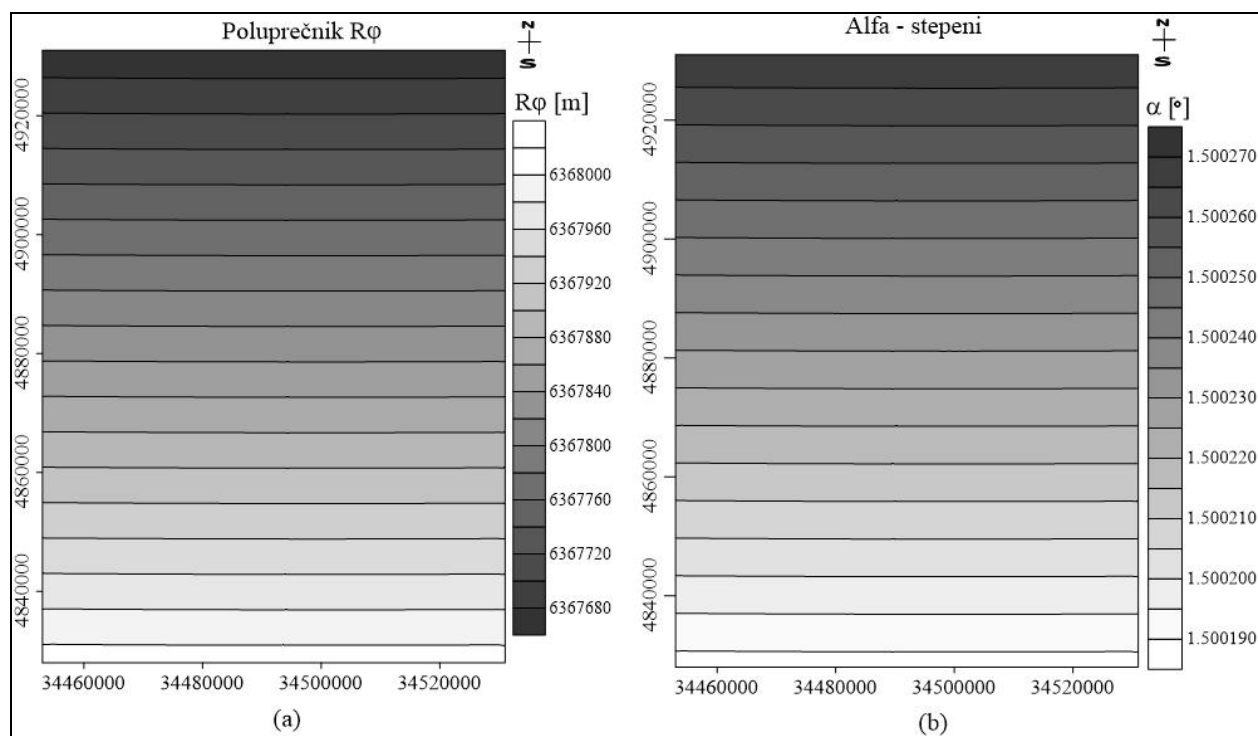
Tabela 9. Razlike između vrednosti dobijenih pravom Bulard B formulom BB_E i aproksimativnim izrazima i odgovarajuće procentualne greške

h [m]	ΔBB_1 [10^{-5} ms^{-2}]	ΔBB_2 [10^{-5} ms^{-2}]	ΔBB_3 [10^{-5} ms^{-2}]	ΔBB_1 %Error	ΔBB_2 %Error	ΔBB_3 %Error
122.071	0.00023	0.00033	-0.77456	0.13073	0.19046	-0.00446
122.981	0.00023	0.00033	-0.78225	0.13074	0.19044	-0.00447
123.116	0.00023	0.00033	-0.78339	0.13072	0.19041	-0.00447
124.125	0.00023	0.00034	-0.79195	0.13079	0.19047	-0.00449
124.326	0.00023	0.00034	-0.79366	0.13069	0.19036	-0.00449
126.058	0.00023	0.00034	-0.80845	0.13082	0.19044	-0.00451
126.077	0.00023	0.00034	-0.80861	0.13065	0.19027	-0.00451
126.085	0.00023	0.00034	-0.80868	0.13065	0.19027	-0.00451
126.094	0.00023	0.00034	-0.80875	0.13060	0.19023	-0.00451
126.212	0.00023	0.00034	-0.80977	0.13075	0.19037	-0.00451
158.480	0.00029	0.00042	-1.10336	0.13137	0.19015	-0.00494
158.522	0.00029	0.00042	-1.10367	0.12805	0.18683	-0.00494
158.544	0.00029	0.00042	-1.10395	0.13033	0.18911	-0.00494
158.580	0.00029	0.00042	-1.10430	0.13048	0.18926	-0.00494
158.587	0.00029	0.00042	-1.10438	0.13094	0.18971	-0.00494
158.607	0.00029	0.00042	-1.10450	0.12816	0.18694	-0.00494
159.215	0.00029	0.00042	-1.11035	0.12799	0.18675	-0.00495
159.223	0.00029	0.00042	-1.11043	0.12815	0.18691	-0.00495
159.277	0.00029	0.00043	-1.11103	0.13098	0.18974	-0.00495
159.311	0.00029	0.00042	-1.11129	0.12864	0.18740	-0.00495
159.313	0.00029	0.00043	-1.11137	0.13080	0.18956	-0.00495
251.906	0.00046	0.00065	-2.13841	0.13222	0.18850	-0.00617
252.041	0.00046	0.00065	-2.14007	0.13174	0.18801	-0.00617
252.084	0.00044	0.00064	-2.14040	0.12772	0.18399	-0.00617
252.092	0.00045	0.00064	-2.14055	0.12861	0.18488	-0.00617
252.102	0.00046	0.00065	-2.14084	0.13192	0.18819	-0.00617
252.117	0.00046	0.00065	-2.14105	0.13225	0.18852	-0.00617
252.143	0.00044	0.00064	-2.14116	0.12816	0.18443	-0.00617
253.097	0.00046	0.00066	-2.15335	0.13289	0.18913	-0.00618
253.111	0.00046	0.00066	-2.15346	0.13176	0.18800	-0.00618
253.117	0.00046	0.00066	-2.15361	0.13309	0.18933	-0.00618
253.149	0.00046	0.00066	-2.15400	0.13304	0.18927	-0.00618
253.160	0.00045	0.00064	-2.15390	0.12834	0.18458	-0.00618
253.161	0.00046	0.00066	-2.15409	0.13178	0.18802	-0.00618
253.713	0.00045	0.00065	-2.16085	0.12856	0.18478	-0.00619
253.733	0.00045	0.00064	-2.16109	0.12839	0.18461	-0.00619
253.825	0.00046	0.00066	-2.16241	0.13169	0.18791	-0.00619
253.827	0.00045	0.00065	-2.16229	0.12878	0.18501	-0.00619
253.853	0.00045	0.00064	-2.16258	0.12805	0.18427	-0.00619
253.903	0.00046	0.00066	-2.16343	0.13243	0.18865	-0.00619

h [m]	ΔBB_1 [10^{-5} ms^{-2}]	ΔBB_2 [10^{-5} ms^{-2}]	ΔBB_3 [10^{-5} ms^{-2}]	ΔBB_1 %Error	ΔBB_2 %Error	ΔBB_3 %Error
339.000	0.00061	0.00086	-3.33515	0.13389	0.18771	-0.00731
339.020	0.00059	0.00084	-3.33514	0.12985	0.18367	-0.00731
339.222	0.00061	0.00085	-3.33842	0.13320	0.18701	-0.00731
339.227	0.00060	0.00084	-3.33834	0.13119	0.18500	-0.00731
339.241	0.00060	0.00084	-3.33850	0.13059	0.18440	-0.00731
339.364	0.00059	0.00084	-3.34028	0.12980	0.18361	-0.00731
341.297	0.00060	0.00085	-3.36933	0.13093	0.18469	-0.00734
341.336	0.00061	0.00086	-3.37013	0.13381	0.18756	-0.00734
440.799	0.00078	0.00107	-4.99097	0.13422	0.18501	-0.00864
440.806	0.00077	0.00107	-4.99104	0.13373	0.18452	-0.00864
440.961	0.00076	0.00106	-4.99357	0.13205	0.18284	-0.00864
443.099	0.00076	0.00106	-5.03102	0.13126	0.18198	-0.00867
443.173	0.00078	0.00107	-5.03267	0.13439	0.18510	-0.00867
500.765	0.00087	0.00119	-6.08415	0.13496	0.18389	-0.00943
501.430	0.00086	0.00118	-6.09655	0.13363	0.18253	-0.00944
501.830	0.00086	0.00118	-6.10410	0.13346	0.18235	-0.00944
662.892	0.00112	0.00147	-9.41766	0.13709	0.18063	-0.01154
663.478	0.00113	0.00149	-9.43095	0.13889	0.18240	-0.01154
702.241	0.00121	0.00158	-10.30010	0.14204	0.18419	-0.01205
709.826	0.00120	0.00156	-10.47230	0.13927	0.18115	-0.01214
761.481	0.00130	0.00167	-11.67260	0.14275	0.18275	-0.01281
790.321	0.00132	0.00169	-12.35820	0.14086	0.17978	-0.01318
863.873	0.00143	0.00179	-14.15500	0.14246	0.17854	-0.01412
1000.960	0.00164	0.00198	-17.64540	0.14713	0.17757	-0.01585
1369.060	0.00219	0.00236	-27.31320	0.16315	0.17553	-0.02032

4.5. Analiza rezultata

Vrednost radijusa sfernog isečka (S) ostaje konstantna u svim tačkama osmatranja na test području, ali se geocentrični poluprečnik (R_{ϕ}) menja zbog uticaja geografske širine tačke, kao i vrednost polovine centralnog ugla (α), što ima uticaja na proračun Bulard B popravke. Nižim vrednostima geografske širine ϕ odgovaraju više vrednosti geocentričnog poluprečnika $R_{(\phi)}$ odgovarajuće tačke. Slika 6 prikazuje da, dok $R_{(\phi)}$ raste ka južnom delu test područja (Slika 6a), vrednost ugla α opada ka južnom delu test područja (Slika 6b).

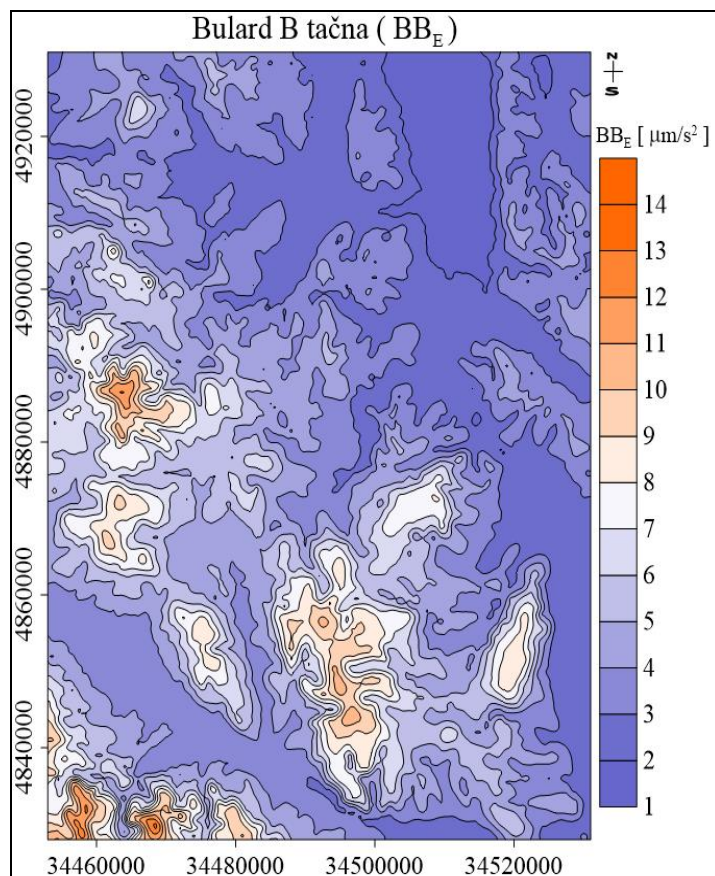


Slika 6. (a) Karta raspodele geocentričnog poluprečnika na test području i (b) karta raspodele vrednosti polovine centralnog ugla zakrivljenosti na test području

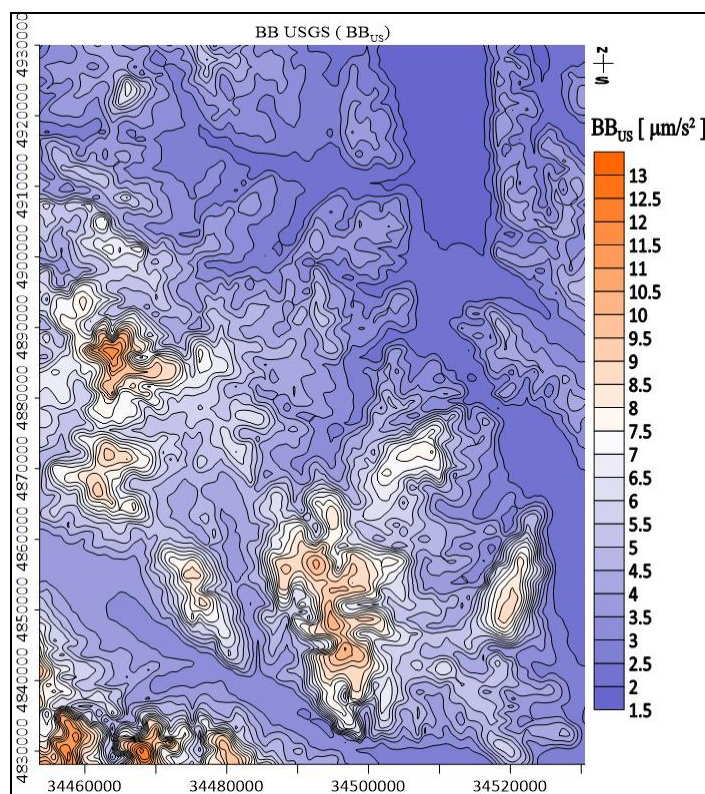
Slike 7, 8, 9 i 10 jasno pokazuju da, kako se visina terena na test području povećava (Slika 5), tako raste i sračunata vrednost Bulard B popravke za sve primenjene jednačine. Sve jednačine su dale pozitivne vrednosti, odnosno, od $0.17367 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ do $1.34441 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$, od $0.17345 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ do $1.34222 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$, od $0.17334 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ do $1.34205 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ i od $0.17368 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ do $1.34469 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ za pravu Bulard B formulu, Bulard B USGS aproksimaciju, Bulard B aproksimaciju LaFera i Bulard B aproksimaciju Vitmana respektivno.

Razlike u vrednostim dobijenim primenom prave Bulard B formule i aproksimativnih izraza su pozitivnog znaka i reda veličine $10^{-2} \mu\text{ms}^{-2}$ do $10^{-3} \mu\text{ms}^{-2}$ za USGS aproksimaciju (Slika 12) i za aproksimaciju LaFera (Slika 13), dok su za Bulard B aproksimaciju Vitmana negativnog znaka i reda veličine $10^{-3} \mu\text{ms}^{-2}$, $10^{-4} \mu\text{ms}^{-2}$ i $10^{-5} \mu\text{ms}^{-2}$ (Slika 14).

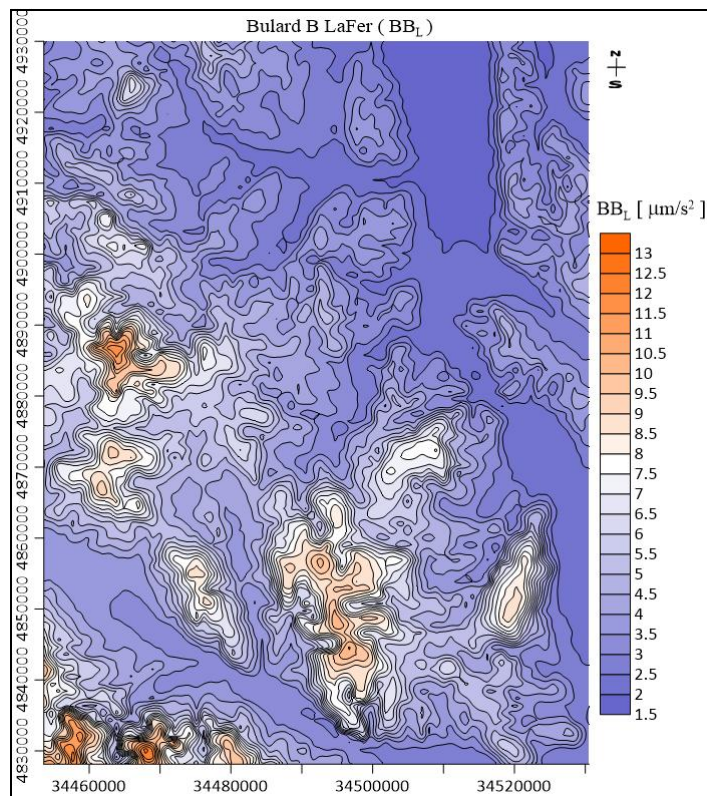
Na slikama 7, 8, 9 i 10 naranđastom bojom su označene zone sa najvišim vrednostima Bulard B popravke na kartama, koje su najizraženije na jugo-zapadnom delu test područja, na kome se nalaze i najviši delovi terena. Sa druge strane, tamno-plavom bojom su na kartama označene oblasti sa najnižim vrednostima popravke za zakrivljenost sloja, koje odgovaraju ujedno i najnižim delovima terena.



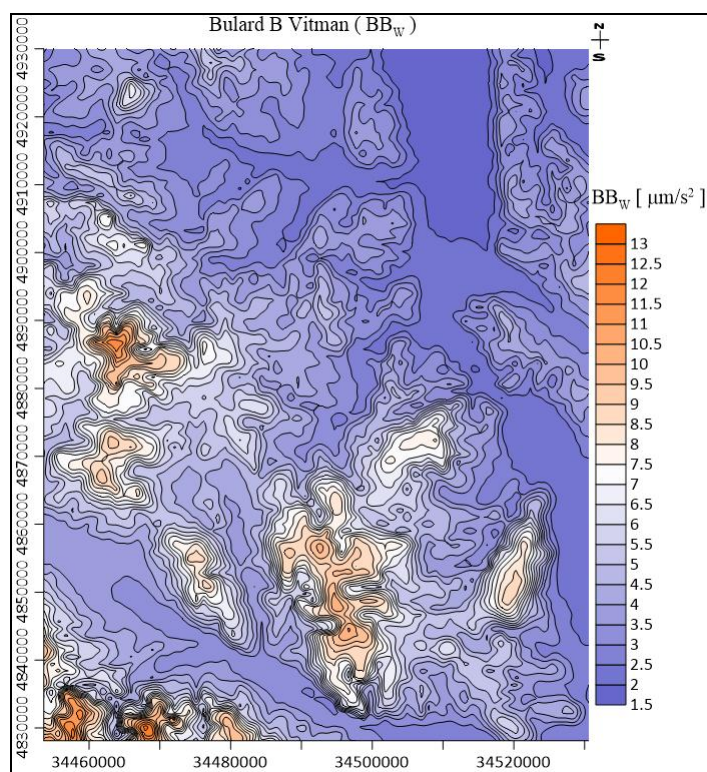
Slika 7. Karta popravke za zakrivljenost sloja na test području dobijena primenom prave Bulard B formule



Slika 8. Karta popravke za zakrivljenost sloja na test području dobijena primenom USGS aproksimacije



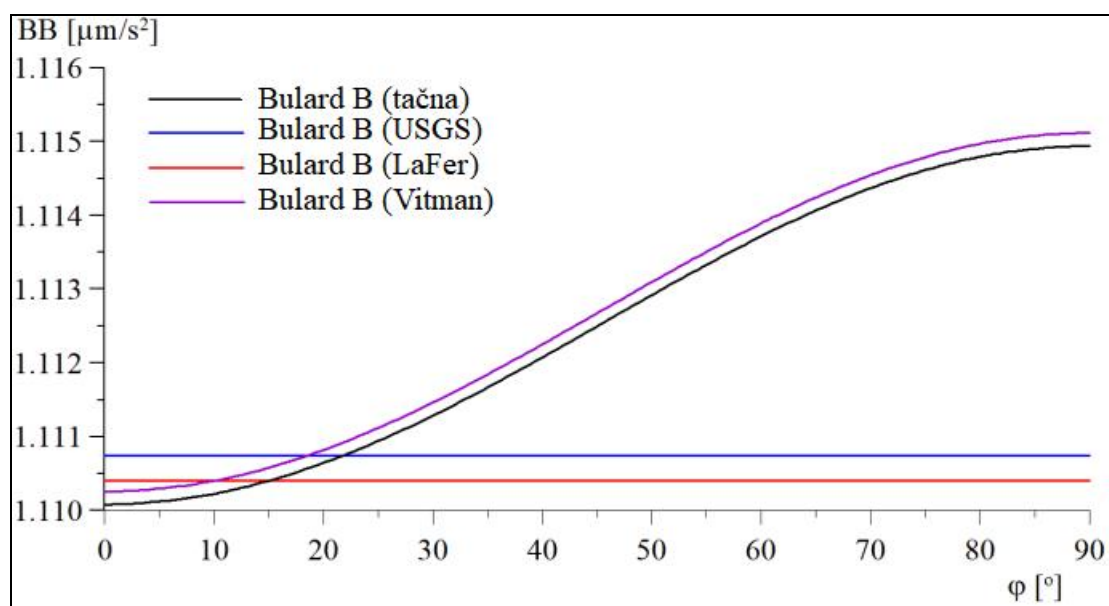
Slika 9. Karta popravke za zakrivljenost sloja na test području dobijena primenom aproksimacije LaFera



Slika 10. Karta popravke za zakrivljenost sloja na test području dobijena primenom aproksimacije Vitmana

U tačkama koje imaju istu visinu, ali se nalaze na različitim geografskim širinama, vrednosti popravke za zakrivljenost sloja dobijene pravom Bulard B formulom i aproksimativnim izrazom Vitmana rastu sa povećanjem geografske širine (Slika 11), što pokazuje da su tako računane popravke zavisne od geografske širine tačke osmatranja. Popravke za zakrivljenost sloja dobijene aproksimativnim izrazima USGS i LaFera ostaju konstantne (Slika 11), pošto ta dva izraza nisu funkcije geografske širine.

Poređenje između vrednosti popravke za zakrivljenost sloja dobijenih korišćenjem poluprečnika konstantne vrednosti i promenljivog geocentričnog poluprečnika (Tabele 4 i 5) pokazuje razliku od $8.0 \cdot 10^{-9} \text{ ms}^{-2}$ na geografskoj širini od 45 stepeni na visini od 1000 m. Na geografskoj širini od 45 stepeni, prava Bulard B formula daje vrednost od $1.11228 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ prilikom primene geocentričnog poluprečnika i $1.11148 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ prilikom primene prosečnog poluprečnika Zemlje.



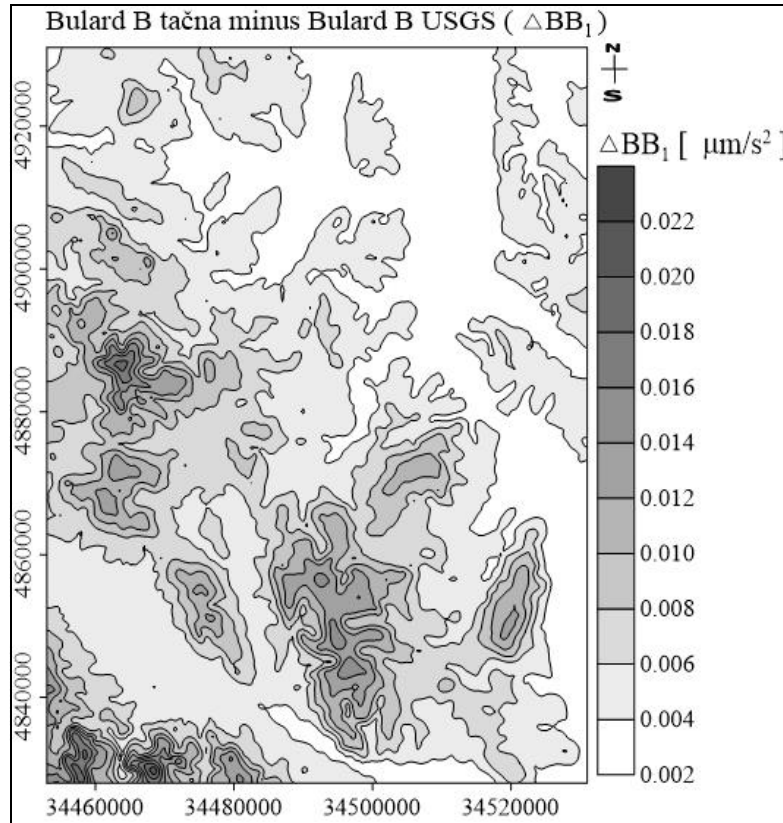
Slika 11. Grafik raspodele vrednosti popravke za zakrivljenost sloja na različitim geografskim širinama dobijene korišćenjem prave Bulard B formule i aproksimativnih izraza (za tačke na visini $h = 1000 \text{ m}$)

Razlike u vrednostima dobijenim primenom prave Bulard B formule i aproksimativnog izraza LaFera (Slika 13) nalaze se u opsegu od $0.00331 \mu\text{ms}^{-2}$ do $0.02360 \mu\text{ms}^{-2}$, a više su od od razlika u vrednostima dobijenim primenom prave Bulard B formule i USGS aproksimativnog izraza (Slika 12), koje se nalazi u opsegu od $0.00227 \mu\text{ms}^{-2}$ do $0.02193 \mu\text{ms}^{-2}$. Razlike u vrednostima dobijenim primenom prave Bulard B formule i aproksimativnog izraza Vitmana (Slika 14) su najmanje i nalaze se u opsegu od $-0,00008 \mu\text{ms}^{-2}$ do $-0,00273 \mu\text{ms}^{-2}$.

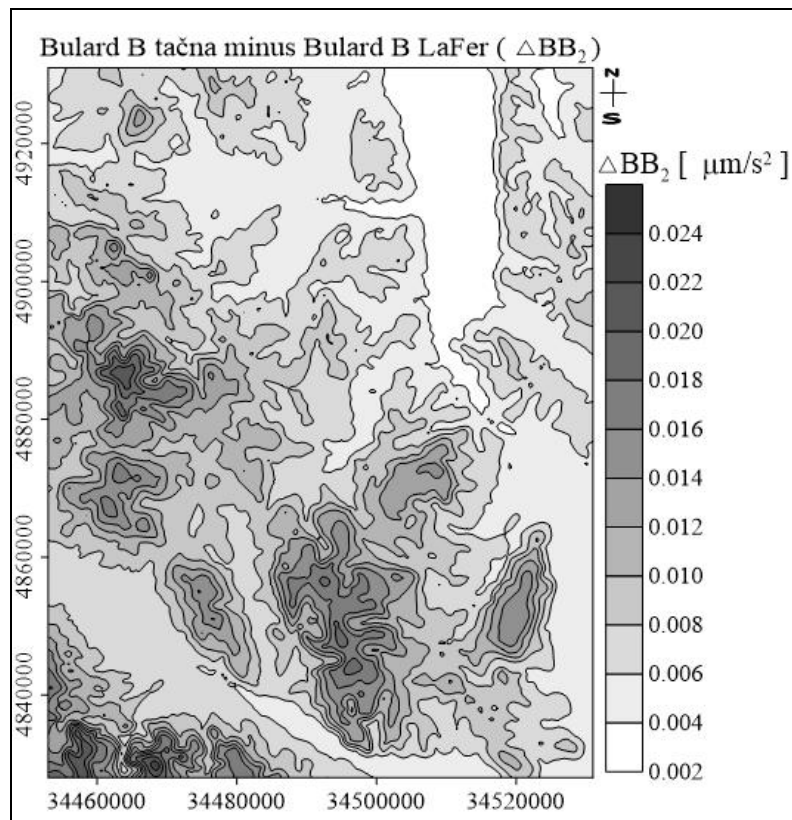
Karta raspodele vrednosti procentualne greške za aproksimaciju LaFer-a (Slika 16) prikazuje opseg između 0.176% i 0.190%, odnosno prikazuje više vrednosti u poređenju sa vrednostima procentualne greške za USGS aproksimaciju, koje su u opsegu od 0.126% do 0.163% (Slika 15). Razlike u vrednostima dobijenim primenom aproksimacije LaFera i USGS aproksimacije, kao i u odgovarajućim procentualnim greškama, rezultat su različito definisanih koeficijenata u izrazima. Procentualna greška rezultata primene aproksimacije Vitmana (Slika 17) je najmanja, odnosno, ova aproksimacija je više u skladu sa vrednostima dobijenim pravom Bulard B formulom, za razliku od druge dve primenjene aproksimacije.

Oznake na slikama 12-17 su:

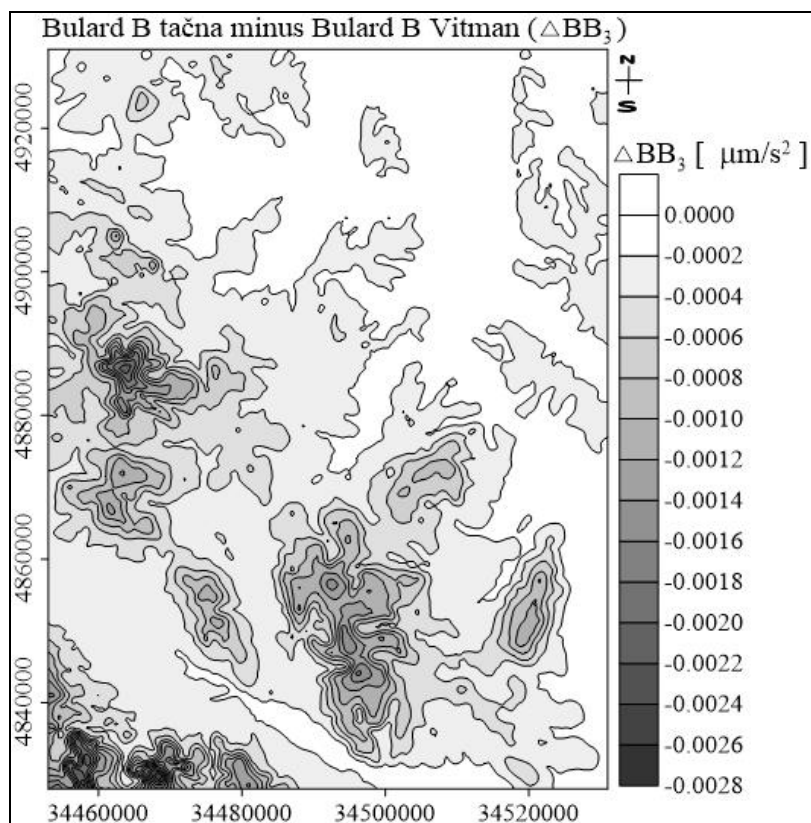
- a) ΔBB_1 je razlika između BB_E i BB_{US} , a $\Delta BB_1\%$ je odgovarajuća procentualna greška,
- b) ΔBB_2 je razlika između BB_E i BB_L , a $\Delta BB_2\%$ je odgovarajuća procentualna greška,
- c) ΔBB_3 je razlika između BB_E i BB_W , a $\Delta BB_3\%$ je odgovarajuća procentualna greška.



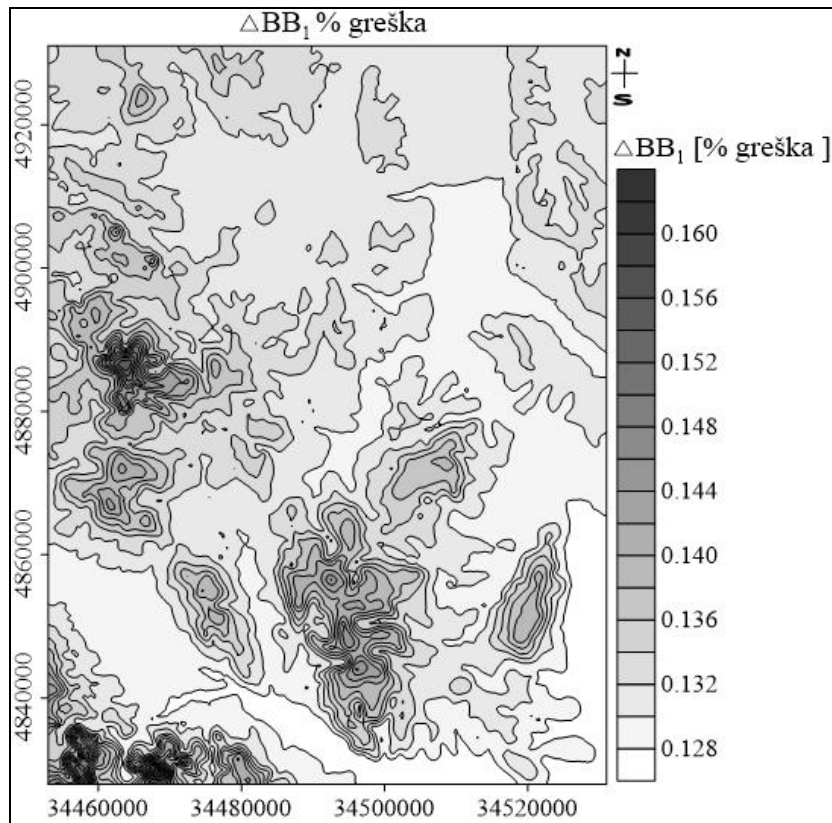
Slika 12. Karta razlike u vrednostima dobijenim primenom prave Bulard B formule i USGS aproksimativnog izraza na test području



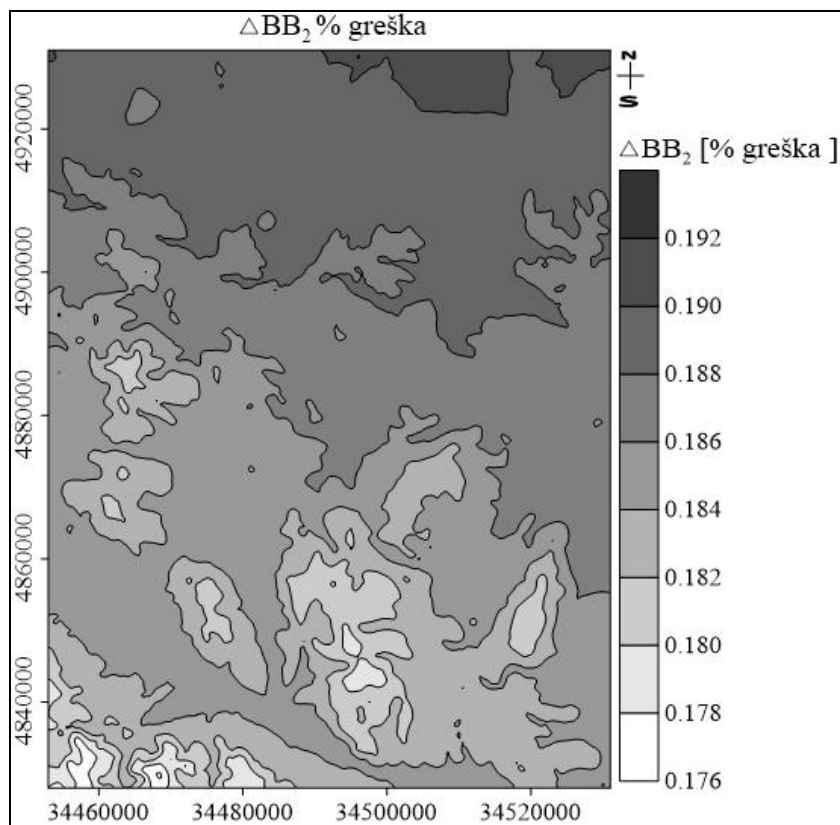
Slika 13. Karta razlike u vrednostima dobijenim primenom prave Bulard B formule i aproksimativnog izraza LaFera na test području



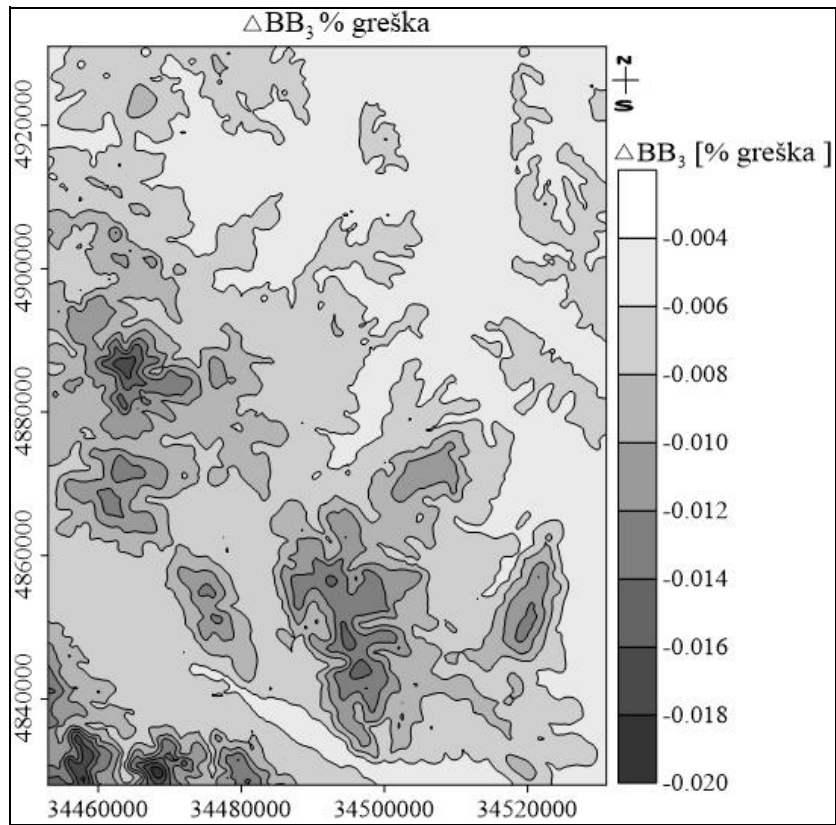
Slika 14. Karta razlike u vrednostima dobijenim primenom prave Bulard B formule i aproksimativnog izraza Vitmana na test području



Slika 15. Karta raspodele procentualne greške rezultata primene USGS aproksimacije na test području



Slika 16. Karta raspodele procentualne greške rezultata primene aproksimacije LaFera na test području



Slika 17. Karta raspodele procentualne greške rezultata primene aproksimacije Vitmana na test području

5. Zaključak

Preciznost anomalija gravitacionog ubrzanja na određenom istražnom prostoru zavisi od poboljšanog i standardizovanog načina proračuna popravki i razmatranja faktora koji utiču na anomalije gravitacionog ubrzanja. Zbog toga je prikazan i razmatran savremeni standard za računanje popravki i anomalija gravitacionog ubrzanja, koji predstavlja poboljšanje u odnosu na prethodni standard i u okviru koga se primenjuje Bulard B popravka. Zbog toga je neophodno da se, uz ostale popravke, uključi i popravka za zakrivljenost sloja i primeni pri obradi svih gravimetrijskih podataka, a da se pri tome koriste savremeni geodetski koordinatni sistemi i parametari, radi dobijanja visoko-preciznih anomalija gravitacionog ubrzanja za bilo koji istražni prostor, kao što je izvedeno na gravimetrijskim podacima sa test područja u ovom radu. Klasični pristup računanju popravki merenih vrednosti gravitacionog ubrzanja uključivao je primenu Međunarodne gravimetrijske jednačine iz 1930. godine za računanje normalne (teorijske) vrednosti gravitacionog ubrzanja, primenu izraza sa članom prvog reda za računanje popravke za visinu, konvencionalno prihvaćenu Bugeovu popravku (jednačina za gravitaciono privlačenje horizontalnog sloja beskonačnog pružanja) i popravku za uticaj reljefa za radijus od 20 km.

Kako je baza gravimetrijskih podataka Srbije transformisana u trenutno međunarodno prihvaćen geodetski standard (WGS84), gravimetrijski podaci su korišćeni za proračun lokalne Bulard B popravke. Test područje, koji se nalazi u centralnoj Srbiji, je odabrano za primenu novog standarda za redukciju gravimetrijskih podataka. Poboljšanja u načinu redukcije gravimetrijskih popravki, koja su uključivala popravku za visinu sa članom drugog reda i Bugeovu popravku za sferni isečak (popravka za zakrivljenost sloja - Bulard B) sa poluprečnikom od 166.735 km i prosečne gustine od 2670 km/m^3 , pokazala su zadovoljavajuće rezultate.

Najviše vrednosti Bulard B popravke javljaju se u jugozaoadnom delu test područja, gde je i visina terena najveća, a iznose do oko $1.344 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$, dok se najniže vrednosti popravke za zakrivljenost sloja poklapaju sa najnižim delovima terena i iznose oko $0.174 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$.

LaFehr (1991b) je, korišćenjem prosečne vrednosti poluprečnika Zemlje od 6371 km, pri geografskoj širini od 45 stepeni, za nadmorsku visinu od 1000 m, sračunao da Bulard B popravka iznosi $1.11148 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$. Sa druge strane, primenom geocentričnog poluprečnika (6367.4895 km) sa WGS84 koordinatama na istoj geografskoj širini i nadmorskoj visini, dobijena je preciznija vrednost popravke za zakrivljenost sloja od $1.11228 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$, te razlika u rezultatima iznosi $8.0 \cdot 10^{-9} \text{ ms}^{-2}$. Primena aproksimativnih izraza za računanje popravke ne dovodi do velikih grešaka, ali ove greške zavise od visine tačke posmatranja, tako da se razlikuju od tačke do tačke. Zbog toga je neophodno je da se uvek koristiti prava Bulard B formula za računanje popravke, što za uzvrat daje preciznije vrednosti anomalije gravitacionog ubrzanja na istražnom prostoru.

Literatura

- Arafin, S. (2004). Relative Bouguer anomaly. *Leading edge*, 23(9), 850-851.
- Bilibajkić, P., Mladenović, M., Mujagić S. i Rimac, I. (1979). Tumač za gravimetrijsku kartu SFR Jugoslavije – Bugeove anomalije 1:500 000. Savezni geološki zavod, Beograd.
- Ecker E. and Mittermayer E. (1969). Gravity corrections for the influence of the atmosphere. *Bulletin of Theoretical and Applied Geophysics*, 11, 70–80.
- Fairhead J. D., Green C.M. and Blitzkow D. (2003). The use of GPS in gravity surveys. *The Leading Edge*, 22, 954–959.
- Hammer S. (1939). Terrain corrections for gravimeter stations. *Geophysics* (1939) 4 (3): 184–194. <https://doi.org/10.1190/1.1440495>.
- Heiskanen, W. A., and F. A. Vening Meinesz, 1958, *The earth and its gravity field*: McGraw-Hill Book Company.
- Hinze W.J., Aiken C., Brozena J., Coakley B., Dater D., Flanagan G., Forsberg R., Hildenbrand T., Keller G.R., Kellogg J., Kucks R., Li X., Mainville A., Morin R., Pilkington M., Plouff D., Ravat D., Roman D., Urrutia-Fucugauchi J., Véronneau M., Webring M. and Winester D. (2005). New standards for reducing gravity data: The North American gravity database. *Geophysics*, 70, J25- J32.
- Hinze P.W.J., von Frese R.R.B. and Saad A.H. (2013). *Gravity and Magnetic Exploration: Principles, Practices, and Applications*. Cambridge University Press, p. 122-174.
- Jensen J. R.; Jensen R. R. (2013). *Introductory Geographic Information Systems*. Pearson. p. 25.
- Karki, P., L. Kivioja, and W. A. Heiskanen, 1961, Topographic isostatic reduction maps for the world to the Hayford zones 18-1, Airy Heiskanen system, T = 30 km: *Isostatic Institute of the International Association of Geodesy*, 35.
- Keary P., Brooks M. and Hill I. (2002). *An Introduction to Geophysical Exploration: Gravity surveying*. Blackwell Science. p. 125 – 154.
- LaFehr, T. R., (1991a) Standardization in gravity reduction. *Geophysics*, 56, 1170-1 178.
- LaFehr, T.R. (1991b). An exact solution for the gravity curvature (Bullard B) correction. *Geophysics*, 56, 1179–1184.
- Li, X. and Götze, H.-J. (2001). Tutorial: Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy and geophysics. *Geophysics*, 66, 1660-1668.
- Morelli C., Gantar C., McConnell R.K., Szabo B., Uotila U., (1972). The International Gravity Standardization Net 1971. Osservatorio Geofisico Sperimentale, <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a006203.pdf>. p. 8.

- Moritz H. (1980). Geodetic Reference System 1980. *Journal of Geodesy*, 54, 395–405.
- NGA Geomatics (2014). National Geospatial-Intelligence Agency: World Geodetic System 1984 (WGS84). <https://earth-info.nga.mil/index.php?dir=wgs84&action=wgs84>. 10/1/2022.
- NOAA (2021). Gravity Datum. Gravity Surveys. https://celebrating200years.noaa.gov/foundations/gravity_surveys/side.html 11/5/2022.
- Odalović, O., Starčević, M., Grekulović, S., Burazer, M. and Aleksić, I. (2012). The establishment of a new gravity reference frame for Serbia. *Survey Review*, 44, 272-281.
- Okiwelu A.A, Okwueze E.E and Onwukwe C.E. (2010). Evaluation of Accuracy of the Geodetic Reference Systems for the Modelling of Normal Gravity Fields of Nigeria. www.ccsenet.org/apr Applied Physics Research. 2(2), p. 25 - 40.
- Reynolds, J.M. (2011). *An Introduction to Applied and Environmental Geophysics*. John Wiley & Sons, p. 36.
- Somigliana, C. (1930). Geofisica — Sul campo gravitazionale esterno del geoide ellissoidico: *Atti della Accademia nazionale dei Lincei. Rendiconti. Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*, 6, 237– 243.
- Swick, C. H. (1942). Pendulum gravity measurements and isostatic reductions. U.S. Coast and Geodetic Survey Spec. Publ. 232.
- Talwani, M. (1998). Errors in the total Bouguer reduction. *Geophysics*, 63, 1125–1130.
- Vasiljević I., Ignjatović S. and Đurić D. (2017). Standardization of Serbian Gravity Database on a Test Area. EAGE 9th Congress of the Balkan Geophysical Society, 5-9 November 2017, Antalya, Turkey, 44088.
- Wenzel H. (1985). Hochauflösende Kugel Funktionsmodelle für das Gravitations potential der Erde [1]: *Wissenschaftliche arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover*, 137.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ ЗАВРШНОГ РАДА

Име и презиме студента ANDREW IDAKWO

Број индекса G605/20

И з ј а в љ у ј е м

да је завршни рад под насловом PRIMENA POPRAVKE ZA ZAKRIVLJENOST
SLOJA (BULARD B) PRI RAČUNANJU GRAVIMETRIJSKIH ANOMALIJA

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да завршни рад у целини ни у деловима није био предложен за стицање друге дипломе на студијским програмима Рударско-геолошког факултета или других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

У Београду, 6.6.2022.

Потпис студента

ИЗЈАВА
О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ
ЗАВРШНОГ РАДА

Име (име родитеља) и презиме студента ANDREW (SOLOMON) IDAKWO

Број индекса G605/20

Студијски програм GEOFIZIKA

Наслов рада PRIMENA POPRAVKE ZA ZAKRIVLJENOST SLOJA (BULARD B)
PRI RAČUNANJU GRAVIMETRIJSKIH ANOMALIJA

Ментор dr IVANA VASILJEVIĆ, van. profesor

Изјављујем да је штампана верзија мог завршног рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради одлагања у Дигиталном репозиторијуму Рударско-геолошког факултета.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити у електронском каталогу и у публикацијама Рударско-геолошког факултета.

У Београду, 6.6.2022.

Потпис студента

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ ЗАВРШНОГ РАДА

Овлашћујем библиотеку Рударско-геолошког факултета да у Дигитални репозиторијум унесе мој завршни рад под насловом:

PRIMENA POPRAVKE ZA ZAKRIVLJENOST SLOJA (BULARD B) PRI RAČUNANJU GRAVIMETRIJSKIH ANOMALIJA

који је моје ауторско дело.

Завршни рад са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Мој завршни рад одложен у Дигиталном репозиторијуму Рударско-геолошког факултета је *(заокружити једну од две опције)*:

- I. редуковано доступан кроз наслов завршног рада и резиме рада са кључним речима;
- II. јавно доступан у отвореном приступу, тако да га могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се уз сагласност ментора одлучио/ла.
 1. Ауторство (CC BY)
 - 2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)**
 3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
 4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
 5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
 6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Заокружите само једну од шест понуђених лиценци. Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве.)

У Београду, 6.6.2022.

Потпис ментора

Потпис студента
